

Vrije Universiteit Amsterdam

Opnameplanning dagbehandelingspatiënten

Wendy Chew
Mei 2012

Voorwoord

Ter afsluiting van de masteropleiding Business Analytics is een stage verplicht. Er is een mogelijkheid om te kiezen uit een externe stage of een interne stage. Mijn keuze is gevallen op het laatste.

Mijn afstudeeropdracht gaat over opnameplanning van dagbehandelingspatiënten. Voor de case studie was in eerste instantie de bedoeling om Dagchirurgie en Dagbehandelingsunit Oncologie, Hematologie en Longenoncologie (DBU OHL) te benaderen voor deze opdracht. Vanwege het feit dat het aantal beschikbare bedden bij Dagchirurgie eigenlijk helemaal geen knelpunt vormt en de opdracht gericht is op bedden, is naast DBU OHL, de verpleegeenheid Kortverblijf (VEKV) voor deze afstudeeropdracht benaderd.

Ik wil graag mijn begeleider René Bekker van de Vrije Universiteit bedanken voor het onderwerp van de afstudeeropdracht en de begeleiding. Daarnaast wil ik graag de tweede lezer Alex Roubos bedanken. Tot slot wil ik de volgende mensen van het VUmc ook bedanken die betrokken zijn geweest bij de case studies DBU OHL en VEKV:

- Eefje Van Kessel en Stefan Spiering
- Corry Mietus
- José Stolker
- Astrid Noordhuis
- Cyril Notschaele

Samenvatting

Tegenwoordig worden steeds meer patiënten behandeld in dagbehandeling in plaats van klinische opname. Kortere ligduren leiden tot meer behandelingspatiënten en minder klinische patiënten en daarnaast zijn er nieuwe behandelingen beschikbaar gekomen die vooral tijdens dagbehandeling worden uitgevoerd [1]. Er wordt verwacht dat de toename in aantal dagbehandelingen zich zal blijven voortzetten.

In het verslag is er gefocust op de opnameplanning van dagbehandelingspatiënten. Bij dagbehandeling heeft men te maken met een instabiele bedbezetting (pieken in de bedbezetting) gedurende de dag. De vraag is hoe men patiënten moet inplannen zodat men geen last heeft van de pieken. Voordat er gepland kan worden, is eerst de vraag naar bedden geanalyseerd met behulp van wachtrijen met oneindig veel bedienden. Dit kan voor exponentiële en/of empirische ligduren. Wachtrijen met oneindig veel bedienden hebben als eigenschap dat het aantal bezette bedden lineair is in het aantal behandelingen. Voor de opnameplanning is deze eigenschap gebruikt om tot een kwadratisch of lineair programmeringsmodel te komen.

Er is gekeken naar 4 optimalisatiemodellen, namelijk:

- een kwadratisch model (QP), waarbij de gewogen som van het kwadratisch verschil tussen de doelbezetting (bezetting die bereikt moet worden) en werkelijke bezetting wordt geminimaliseerd
- een lineair model (LP1), waarbij de gewogen som van het lineair verschil tussen de doelbezetting en werkelijke bezetting wordt geminimaliseerd
- een lineair model (LP2), waarbij de maximale bedbezetting wordt geminimaliseerd
- een niet-lineair model (Verfijning), waarbij de standaarddeviatie in het model LP2 is opgenomen

Uit de eerste drie modellen is eerst een model gekozen die het beste presteert gebaseerd op de volgende relaties:

- Relatie tussen de piekbezetting en de gemiddelde bedbezetting na sluitingstijd
- Relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort
- Relatie tussen de piekbezetting en het maximaal verwachte tekort
- Relatie tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort

Uit de resultaten van de relaties blijkt dat LP2 het beste presteert vergeleken met het model QP en LP1. Voor de eerste relatie presteert LP2 duidelijk veel beter dan QP en LP1, want het doel van LP2 is het minimaliseren van de piekbezetting. Voor de tweede en derde relatie presteert LP2 ook beter. Betreft de laatste relatie presteert LP2 beter dan LP1, maar niet altijd beter dan QP voor verschillende eind bedbezettingen, maar wel voor de meeste. Het LP2 model is vervolgens vergeleken met het verfijnde model. Het verfijnde model bleek niet altijd beter dan LP2 te presteren. In gevallen waarbij de ligduurverdelingen totaal anders zijn en door de combinatie van de ligduren het verloop van de standaarddeviatie van het aantal bezette bedden afwijkt van het verloop van het gemiddelde, presteert het verfijnde model wel beter.

Het uiteindelijk gekozen model is LP2. Er is voor dit model gekozen, omdat het verfijnde model niet altijd/heel veel beter presteert dan het LP2 model en veel meer rekentijd in beslag neemt om tot een optimale oplossing te komen dan LP2. Het LP2 model is toegepast op twee case studies. De eerste case studie is de Dagbehandelingsunit Oncologie Hematologie Longenoncologie (DBU OHL) en de tweede is verpleegeenheid Kortverblijf (VEKV).

Inhoud

| | |
|---|----|
| Voorwoord | i |
| Samenvatting..... | ii |
| Inhoud | iv |
| 1. Inleiding | 1 |
| 2. Probleemstelling..... | 2 |
| 3. Wachtrijmodellen..... | 2 |
| 4. Methoden..... | 4 |
| 4.1 Prestatieanalyse | 4 |
| 4.1.1 Exponentiële ligduur | 6 |
| 4.1.2 Verschoven exponentiële ligduur..... | 7 |
| 4.2 Optimalisatiemodellen | 10 |
| 4.2.1 Kwadratisch programmeringmodel (QP model) | 11 |
| 4.2.2 Lineair programmeringmodel 1 (LP1 model) | 12 |
| 4.2.3 Lineair programmeringmodel 2 (LP2 model) | 12 |
| 5. Scenario analyse | 13 |
| 5.1 Prestatieanalyse | 13 |
| 5.2 Optimalisatiemodellen | 16 |
| 5.2.1 QP model | 17 |
| 5.2.2 LP1 model | 22 |
| 5.2.3 LP2 model | 27 |
| 5.2.4 Vergelijking modellen | 32 |
| 6. Verfijning | 35 |
| 6.1 Resultaat verfijning..... | 37 |
| 7. Case studie | 48 |
| 8. Conclusie | 49 |
| Referenties | 50 |
| Bijlage 1 | 51 |
| Bijlage 2 | 52 |

1. Inleiding

In de laatste 15 jaar worden er steeds meer patiënten behandeld in dagbehandeling in plaats van klinische opname. Onder dagbehandeling verstaat men alle chirurgische ingrepen (laag tot middelcomplexe operaties) en behandelingen (behandeling met medicijnen, kortdurend onderzoek of kortdurende observatie) waarbij het medisch gezien niet nodig is dat de patiënt een (of meerdere) nacht(en) in het ziekenhuis doorbrengt. Eén van de redenen dat er steeds meer patiënten in dagbehandeling worden behandeld is dat steeds meer behandelingen geen klinische opname meer vragen en een dagbehandeling al voldoende is. Daarnaast zijn er nieuwe behandelingen beschikbaar gekomen die vooral tijdens dagbehandeling worden uitgevoerd [1].

Uit de cijfers van het Centraal Bureau voor de Statistiek (CBS) is de verschuiving te zien van klinische opnames naar dagbehandeling. De verhouding tussen klinische opname en dagbehandeling was in 1993 respectievelijk 74,8% en 25,2%. In 2003 is de verhouding respectievelijk 56,6% en 43,4% geworden. In 2009 is 50% van het totaal aantal opnames klinische opnames en de andere 50% is dagbehandelingen [2]. Er wordt verwacht dat deze verschuiving zich zal blijven voortzetten.

In dit verslag wordt er gefocust op de opnameplanning van dagbehandelingspatiënten met doel de piek (het maximaal aantal bezette bedden) gedurende de dag zo laag mogelijk te houden, waarbij voor sluiting van de afdeling alle bedden weer leeg moeten zijn. Voordat er gepland kan worden moet eerst de vraag naar bedden worden geanalyseerd. Dit kan door middel van wachtrijen met oneindig veel bediendes. Deze heeft als eigenschap dat het aantal bezette bedden lineair is in het aantal behandelingen. Voor de opnameplanning wordt deze eigenschap gebruikt om tot een lineair of kwadratisch programmeringsmodel te komen. Er wordt naar vier modellen gekeken. Uit deze 4 modellen is 1 uitgekozen en toegepast op 2 case studies

In Green et al. [3] laat men zien hoe stationaire wachtrijmodellen kunnen worden gebruikt in niet-stationaire gevallen. In dit artikel wordt er naar meerdere artikelen verwezen waar men ook stationaire wachtrijmodellen aanpast voor niet-stationaire gevallen. Het geeft een mooi overzicht van de verschillende methoden voor het toepassen van stationaire modellen op niet-stationaire systemen.

In Adan et al. [4] heeft men onderzocht wat het effect is van stochastisch verblijfsduur van klinische patiënten in plaats van deterministisch verblijfsduur op de prestatie van de cardiothoracale chirurgie planning. Uit hun onderzoek is gebleken dat door stochastische verblijfsduur mee te nemen (in plaats van deterministische) voor de planning, dit tot betere benutting leidt van middelen zoals IC/MC bedden en IC verpleegkundigen. Het verschil tussen gerealiseerde en doelbenutting voor deze middelen is veel kleiner dan wanneer men deterministische verblijfsduur gebruikt voor de planning. Voor de planning heeft men gebruik gemaakt van een gemengd geheeltallig lineair programmeringsmodel met als doel de gewogen som van de verwachte onder- en overbenutting van middelen te minimaliseren.

In Utley et al. [5] wordt een simpele methode gepresenteerd voor het bepalen van de hoeveelheid van reserve bedden capaciteit die nodig is voor een opnameplanning. De methode is gebaseerd op het gebruik van genererende functies voor het afleiden van de formules voor verwachte vraag naar bedden en de variantie.

In Bekker et al. [6] wordt de opnamequota bepaald voor geplande opnames en het effect van variabiliteit in het aantal opnames op de benodigde bedden capaciteit. Voor de opnameplanning heeft men hier gebruik gemaakt van een kwadratisch programmeringsmodel met doel de som van het gekwadrateerde verschil tussen de vraag naar bedden en de vooraf gedefinieerde doelbenutting te minimaliseren.

Het artikel Gallivan et al. [7] gaat over opnameplanning van klinische patiënten. Het artikel richt zich op hoe de kennis over de (on)voorspelbare variabiliteit in de ligduur kan worden gebruikt om de planners te helpen bij het plannen van klinische behandelingen, zodat de vraag naar bedden zo stabiel mogelijk is gedurende de week. Hier gebruikt men een lineair programmeringsmodel voor het plannen van de klinische behandelingen.

Dit verslag is als volgt ingedeeld: in hoofdstuk 2 komt de probleemstelling ter sprake en hoofdstuk 3 gaat over wachtrijmodellen. Met behulp van deze wordt de vraag naar bedden geanalyseerd. In hoofdstuk 4 worden de methoden besproken voor de opnameplanning, waarbij de prestatieanalyse en de optimalisatiemodellen ter sprake komen. In §4.2 worden drie modellen geïntroduceerd die getest worden in hoofdstuk 5. In dat hoofdstuk wordt uitgezocht welke van de drie modellen het beste presteert gebaseerd op de relaties tussen een aantal prestatieparameters. Daarnaast wordt er ook gekeken naar een verfijnd model in hoofdstuk 6. Verder komen in hoofdstuk 7 twee case studies ter sprake. De eerste gaat over opnameplanning van dagbehandelingspatiënten van de dagbehandelingsunit Oncologie Hematologie Longenoncologie en de tweede gaat over de opnameplanning van patiënten op de verpleegeenheid Kortverblijf. Beide afdelingen zijn van het VUmc. In deel 2 en 3 van het verslag worden deze 2 case studies behandeld. Het gekozen model in hoofdstuk 5 wordt toegepast op de data van deze twee afdelingen. In het laatste hoofdstuk worden de getrokken conclusies op een rijtje gezet.

2. Probleemstelling

Het probleem bij dagbehandeling is dat men last van veel bezette bedden midden op de dag en weinig aan het begin. Een ander probleem is het aantal aanwezige patiënten aan het einde van de dag die overgeplaatst moeten worden. Uit deze twee problemen waar de dagbehandeling mee zit volgt de volgende centrale vraag:

Hoe kan men door planning efficiënter met deze dagbehandelingsbedden omgaan?

3. Wachtrijmodellen

Vaak is het mogelijk om situaties als een wachtrijmodel te beschouwen. Bijvoorbeeld documenten die op de printlijst staan en wachten om geprint te worden, of klanten die arriveren bij de kassa en een rij treffen, sluiten achteraan in de rij en wachten totdat ze worden geholpen of switchen van rij. Alle situaties waar servers zijn en klanten het systeem binnenkomen en weer verlaten die wel of geen service hebben ondergaan, kunnen als een wachtrijmodel worden beschouwd. Vaak wordt het gebruik van klinische bedden ook als wachtrijstelsysteem gemodelleerd [6]. In dit verslag wordt dit ook gedaan voor dagbehandeling.

Als er wordt aangenomen dat een aankomstproces een Poisson proces is met parameter $\lambda(t) \equiv \lambda \forall t$ met algemene bedieningstijd en oneindig veel bediendes, dan kan het model geschreven worden als

$M/G/\infty$ met $\rho = \lambda\beta$, waarbij $\beta = ES$ (verwachte bedieningsduur). Omdat er oneindig veel bediendes zijn, zal elke klant bij aankomst direct een bediende toegewezen krijgen. Het aantal bezette bediendes is dan gelijk aan het aantal aanwezige klanten. De kans dat k bediendes bezet zijn, kan weergegeven worden als

$$p_k = P(X = k) = e^{-\rho} \frac{\rho^k}{k!}$$

met X = aantal bezette bediendes in stationaire toestand. In geval van een eindig aantal bediendes zonder wachtruimte (aankomende klant die alle bediendes bezet treft, gaat verloren) heeft men te maken met een $M/G/s/s$ model (ook wel het Erlang verliesmodel genoemd). De kans dat k bediendes bezet zijn, is dan

$$p_k = P(X = k) = \frac{\rho^k / k!}{\sum_{n=0}^s \rho^n / n!}.$$

Als men in deze formule de teller en de noemer vermenigvuldigd met $e^{-\rho}$, krijgt men

$$p_k = P(X = k) = \frac{\rho^k / k!}{\sum_{n=0}^s \rho^n / n!} \cdot \frac{e^{-\rho}}{e^{-\rho}}$$

en dit komt overeen met

$$P(X = k) = \frac{P(X_\infty = k)}{P(X_\infty \leq s)}$$

waarbij X_∞ = aantal bedden voor oneindig veel servers. Het model $M/G/\infty$ kan dus ook worden beschouwd als benadering bij het bepalen van blokkeringkansen als het oneindige teken wordt vervangen door s .

Wanneer men aanneemt dat de aankomst van een patiënt tijdsafhankelijk en volgens een Poisson proces is, kan dit model geschreven worden als $M_t/G/s/s$. Men heeft hier te maken met een niet-stationair model omdat het aankomstproces tijdsafhankelijk is. Het model $M_t/G/s/s$ kan benaderd worden door de eindige capaciteit, oneindig te nemen, het model wordt dan $M_t/G/\infty$. Eerder was te zien dat het model $M/G/\infty$ als benadering bij het bepalen van blokkeringkansen kan worden beschouwd, maar dan voor niet tijdsafhankelijke aankomsten. Deze methode wordt ook wel de modified offered load benadering genoemd [3].

In Green et al. [3] is de methode modified offered load toegepast voor het omgaan met tijdvariërende vraag voor het bepalen van personeelsbehoeften voor een service systeem. Wanneer de vraag/aankomsten tijdsafhankelijk zijn, is het mogelijk om stationaire modellen te gebruiken om personeelsbehoeften te bepalen door stationaire modellen aan te passen voor niet-stationaire gevallen. De modified offered load (MOL) methode is hier een voorbeeld van. In het geval van opnameplanning wordt dit toegepast om de gemiddelde bedbezetting te bepalen in elk segment.

4. Methoden

In dit hoofdstuk worden de methoden besproken voor de opnameplanning. Allereerst zal naar de prestatieanalyse worden gekeken. In de paragraaf prestatieanalyse wordt het gemiddeld aantal bezette bedden, de variantie van het aantal bezette bedden en het verwachte tekort bepaald voor een gegeven opnameplanning. Vervolgens worden er drie verschillende optimalisatiemodellen geïntroduceerd, waarbij in het eerste model het kwadratisch verschil wordt geminimaliseerd, in het tweede model het lineaire verschil en in het derde model wordt het maximaal gemiddeld aantal bezette bedden (deze wordt verder in het verslag 'piekbezetting' genoemd) geminimaliseerd. In alle drie de gevallen wordt er dus geprobeerd om het gemiddelde aantal bezette bedden zo stabiel mogelijk te krijgen op verschillende manieren. In §5.2.4 wordt aan de hand van een specifiek geval gekeken welk optimalisatiemodel het beste presteert en in hoofdstuk 6 wordt een verfijnd model getest aan de hand van dezelfde aannames als in §5.2.4.

4.1 Prestatieanalyse

Voordat er optimaal gepland kan worden, is het nodig om een bepaalde planning te kunnen evalueren (een prestatieanalyse). Voor het analyseren van de vraag naar bedden of dagbehandelingplaatsen, de variantie en het verwachte beddentekort, kan men gebruik maken van wachtrijen met oneindige capaciteit (als benadering voor eindige capaciteit) en tijdsafhankelijke aankomsten.

Voor het bepalen van het gemiddeld aantal bezette bedden en de variantie in het aantal bezette bedden zal gebruik worden gemaakt van de formules [7] die hieronder zijn weergegeven waarbij er naar de discrete tijd wordt gekeken. Met discrete tijd wordt bedoeld dat de tijd eindig is.

$$E[X(n)] = m(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k) \quad (1)$$

Vergelijking 1

$$Var[X(n)] = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)(1 - P(S > k)) \quad (2)$$

Vergelijking 2

met

- $X(n)$ = aantal bezette bedden in tijdsinterval n
- $\lambda(n)$ = verwacht aantal aankomsten in tijdsinterval n
- $P(S > k)$ = kans dat patiënt langer dan k intervallen verblijft

De twee formules hierboven worden uitgewerkt voor (vershoven) exponentiële ligduur, hierover meer zie §4.1.1 en §4.1.2. Voor de bepaling van het verwachte tekort wordt gebruikt gemaakt van de volgende benadering:

$$E[(X(n) - B(n))^+] = \sigma_n \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{B(n) - \mu_n}{\sigma_n} \right)^2} - \left(\frac{B(n) - \mu_n}{\sigma_n} \right) \left(1 - \Phi \left(\frac{B(n) - \mu_n}{\sigma_n} \right) \right) \right) \quad (3)$$

Vergelijking 3

met

- $\mu_n = E[X(n)]$ = gemiddeld aantal bezette bedden in interval n
- $\sigma_n^2 = Var[X(n)]$ = variantie in het aantal bezette bedden in interval n
- $B(n)$ = aantal bedden in interval n
- ϕ = cumulatieve verdelingsfunctie van de standaard normale verdeling

Afleiding Vergelijking 3:

Hieronder is het verwachte tekort weergegeven, dus het gemiddeld tekort, in geval $X(n)$ een continue of discrete kansverdeling heeft.

$$\int_{y=B(n)}^{\infty} (y - B(n)) f_{X(n)}(y) dy = E[(X(n) - B(n))^+] \quad (i)$$

(in geval $X(n)$ continue kansverdeling heeft)

$$\sum_{y=B(n)}^{\infty} (y - B(n)) P(X(n) = y) = E[(X(n) - B(n))^+] \quad (ii)$$

(als $X(n)$ discrete kansverdeling heeft)

Om het verwachte tekort te kunnen berekenen, moet men de verdeling van $X(n)$ weten. Stel dat er alleen wordt opgenomen in één interval, namelijk in interval n_0 , dan $X(n) \sim Bin(\lambda(n_0), P(S > n - n_0))$. Hier wordt aangenomen dat $\lambda(n_0)$ geen stochast is. Wanneer er in meerdere intervallen wordt opgenomen, dan heeft men in feite een convolutie van verschillende binomiale verdelingen. In de limiet convergeert de binomiale verdeling naar een normale verdeling. Voor $n = 1$ zou de normale verdeling een slechte benadering zijn, maar wanneer $n = 10$ is de binomiale verdeling redelijk symmetrisch en zal de normale verdeling een redelijke benadering zijn voor $X(n)$. Maar het hangt ook af van de parameter p (hier is het $P(S > n - n_0)$) van de binomiale verdeling. Als p te klein of te groot is zal de binomiale verdeling niet goed worden benaderd door de normale verdeling.

De normale verdeling is een continue kansverdeling, dus wordt (i) gebruikt voor het berekenen van het verwachte tekort aan bedden in interval n . Er wordt gekeken wat het verwachte tekort is als $X(n) \sim N(\mu_n, \sigma_n^2)$.

Stel eerst dat $X \sim N(0,1)$:

$$\begin{aligned} E[(X - B)^+] &= \int_{y=B}^{\infty} (y - B) f_X(y) dy \\ &= \int_{y=B}^{\infty} (y - B) \varphi(y) dy \quad \text{met } \varphi = \text{kansdichtheid van de} \\ &\quad \text{standaard normale verdeling} \\ &= \int_{y=B}^{\infty} y \varphi(y) dy - B \int_{y=B}^{\infty} \varphi(y) dy \\ &= \int_{y=B}^{\infty} y \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy - B \int_{y=B}^{\infty} \varphi(y) dy \\ &= \int_{y=B}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} d\left(\frac{1}{2}y^2\right) - B \int_{y=B}^{\infty} \varphi(y) dy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}y^2} \Big|_{y=B}^{\infty} - B(1 - \Phi(B)) \\
&= 0 - \left(-\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}B^2}\right) - B(1 - \Phi(B)) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}B^2} - B(1 - \Phi(B))
\end{aligned}$$

Stel nu dat $X_{\mu, \sigma^2} \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$\begin{aligned}
E[(X_{\mu, \sigma^2} - B)^+] &= E[(\sigma X + \mu - B)^+] \\
&= E[(\sigma X - (B - \mu))^+] \\
&= \sigma E\left[\left(X - \left(\frac{B - \mu}{\sigma}\right)\right)^+\right] \\
&= \sigma \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{B - \mu}{\sigma}\right)^2} - \left(\frac{B - \mu}{\sigma}\right) \left(1 - \Phi\left(\frac{B - \mu}{\sigma}\right)\right) \right)
\end{aligned}$$

Dus
$$E[(X(n) - B(n))^+] = \sigma_n \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{B(n) - \mu_n}{\sigma_n}\right)^2} - \left(\frac{B(n) - \mu_n}{\sigma_n}\right) \left(1 - \Phi\left(\frac{B(n) - \mu_n}{\sigma_n}\right)\right) \right)$$

Met de vergelijking hierboven kan het verwachte tekort voor alle n worden benaderd.

4.1.1 Exponentiële ligduur

Stel dat de ligduur¹ S van de patiënten exponentieel verdeeld is. De formule voor het bepalen van het gemiddeld aantal bezette bedden met $S \sim \text{exp}(\mu)$ ziet er als volgt uit, zie Vergelijking 4. Voor zowel de bepaling van het gemiddeld aantal bezette bedden als de variantie in het aantal bezette bedden, wordt gebruikt gemaakt van recursieve relaties.

$$E[X(n)] = e^{-\mu} E[X(n-1)] + \lambda(n) \tag{4}$$

Vergelijking 4 Gemiddeld aantal bezette bedden met exponentiële ligduur

De afleiding van Vergelijking 4 is hieronder weergegeven.

$$\begin{aligned}
E[X(n)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k) P(S > k) \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k) e^{-\mu k} \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \lambda(n-k) e^{-\mu k} + \lambda(n) \\
l = k - 1 &\rightarrow k = l + 1 \\
&= \sum_{l=0}^{\infty} \lambda(n - (l + 1)) e^{-\mu(l+1)} + \lambda(n)
\end{aligned}$$

¹ Hier wordt ligduur ook wel de verblijfsduur genoemd de duur bedoeld van opname tot ontslag van een patiënt, de tijd dat een patiënt een bed/stoel bezet houdt.

$$\begin{aligned}
&= e^{-\mu} \sum_{l=0}^{\infty} \lambda(n-1-l)e^{-\mu l} + \lambda(n) \\
&= e^{-\mu} E[X(n-1)] + \lambda(n)
\end{aligned}$$

De formule voor het bepalen van de variantie met $S \sim \text{exp}(\mu)$, na vereenvoudiging, ziet er als volgt uit:

$$\text{Var}[X(n)] = e^{-\mu} E[X(n-1)] - e^{-2\mu} F(n-1) \quad (5)$$

Vergelijking 5 Variantie in geval van exponentiële ligduur

De laatste term aan de rechterkant, $F(n-1)$, wordt net als de term $E[X(n-1)]$ recursief bepaald, zie hieronder.

Afleiding van Vergelijking 5

$$\begin{aligned}
\text{Var}[X(n)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)(1 - P(S > k)) \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k) - \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)^2
\end{aligned}$$

De eerste term aan de rechterkant van de vergelijking, $\sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)$, is in feite $E[X(n)]$. De tweede term wordt $F(n)$ genoemd. Dus

$$\text{Var}[X(n)] = E[X(n)] - F(n)$$

Het herschrijven van $F(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)^2$ gaat als volgt:

$$\begin{aligned}
F(n) &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)^2 \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)e^{-2\mu k} \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} \lambda(n-k)e^{-2\mu k} + \lambda(n) \\
l = k - 1 \rightarrow k = l + 1 \\
&= \sum_{l=0}^{\infty} \lambda(n - (l + 1))e^{-2\mu(l+1)} + \lambda(n) \\
&= e^{-2\mu} \sum_{l=0}^{\infty} \lambda(n - 1 - l)e^{-2\mu l} + \lambda(n) \\
&= e^{-2\mu} F(n-1) + \lambda(n)
\end{aligned}$$

Dus

$$\begin{aligned}
\text{Var}[X(n)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)(1 - P(S > k)) \\
&= E[X(n)] - F(n) \\
&= E[X(n)] - (e^{-2\mu} F(n-1) + \lambda(n)) \\
&= e^{-\mu} E[X(n-1)] - e^{-2\mu} F(n-1)
\end{aligned}$$

4.1.2 Vershoven exponentiële ligduur

Stel dat patiënten standaard een minimum ligduur hebben, dus patiënt verblijft bijvoorbeeld minimaal twee uur op de verpleegafdeling en vervolgens verblijft men nog met een exponentiële

duur ($ES = d + 1/\mu$). Dit wordt een verschoven exponentiële ligduur genoemd. Deze is nuttig wanneer patiënten een minimum verblijftijd hebben en deze zou een betere benadering kunnen geven.

In geval van een algemene verschoven ligduur met verschuiving d zien de formules voor het gemiddeld aantal bezette bedden en de variantie er als volgt uit:

$$\begin{aligned} E[X(n)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k) \\ &= \sum_{k=0}^d \lambda(n-k) + \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k) \end{aligned} \quad (6)$$

Vergelijking 6 Gemiddeld aantal bezette bedden met verschoven ligduur

$$\begin{aligned} Var[X(n)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)(1 - P(S > k)) \\ &= \sum_{k=0}^d \lambda(n-k) + \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k) \\ &\quad - \sum_{k=0}^d \lambda(n-k) - \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

Vergelijking 7 Variantie aantal bezette bedden met verschoven ligduur

In geval waarbij er sprake is van verschoven exponentiële ligduur geldt het volgende:

$$P(S \geq k) = \begin{cases} 1, & k \leq d \\ e^{-\mu(k-d)}, & k > d \end{cases}$$

Voor het gemiddeld aantal bezette bedden met verschoven exponentiële ligduur geldt:

$$E[X(n)] = e^{-\mu}E[X(n-1)] + \lambda(n) + (1 - e^{-\mu}) \sum_{l=0}^{d-1} \lambda(n-1-l) \quad (8)$$

Vergelijking 8 Gemiddeld aantal bezette bedden met verschoven exponentiële ligduur

De afleiding van Vergelijking 8 is hieronder weergegeven.

Allereerst een uitdrukking voor $E[X(n-1)]$:

$$\begin{aligned} E[X(n-1)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-1-k)P(S > k) \\ &= \sum_{k=0}^d \lambda(n-1-k)P(S > k) + \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-k)P(S > k) \\ &= \sum_{k=0}^d \lambda(n-1-k) + \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-k)e^{-\mu(k-d)} \end{aligned}$$

$$e^{-\mu}E[X(n-1)] = e^{-\mu} \sum_{k=0}^d \lambda(n-1-k) + e^{-\mu} \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-k) e^{-\mu(k-d)}$$

Vervolgens een uitdrukking voor $E[X(n)]$:

$$\begin{aligned} E[X(n)] &= \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k) \\ &= \sum_{k=0}^d \lambda(n-k)P(S > k) + \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-k)P(S > k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^d \lambda(n-k) + \lambda(n) + \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-k) e^{-\mu(k-d)} \\
l = k-1 \rightarrow k = l+1 \wedge k = d+1 \rightarrow l = d \\
&= \sum_{k=1}^{d+1} \lambda(n-k) - \lambda(n-(d+1)) + \lambda(n) \\
&\quad + \sum_{l=d}^{\infty} \lambda(n-(l+1)) e^{-\mu(l+1-d)} \\
&= \sum_{l=0}^d \lambda(n-(l+1)) - \lambda(n-1-d) + \lambda(n) \\
&\quad + \sum_{l=d}^{\infty} \lambda(n-(l+1)) e^{-\mu(l+1-d)} \\
&= \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) - \lambda(n-1-d) + \lambda(n) \\
&\quad + e^{-\mu} \sum_{l=d}^{\infty} \lambda(n-1-l) e^{-\mu(l-d)} \\
&= \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) - \lambda(n-1-d) + \lambda(n) \\
&\quad + e^{-\mu} \sum_{l=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-l) e^{-\mu(l-d)} + e^{-\mu} \lambda(n-1-d) e^{-\mu(d-d)} \\
&= \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) - \lambda(n-1-d) + \lambda(n) \\
&\quad + e^{-\mu} \sum_{l=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-l) e^{-\mu(l-d)} + e^{-\mu} \lambda(n-1-d)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E[X(n)] &= \\
&(1 - e^{-\mu}) \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) + e^{-\mu} \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) \\
&- (1 - e^{-\mu}) \lambda(n-1-d) + \lambda(n) + e^{-\mu} \sum_{l=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-l) e^{-\mu(l-d)} \\
&= e^{-\mu} E[X(n-1)] + \lambda(n) + (1 - e^{-\mu}) \sum_{l=0}^{d-1} \lambda(n-1-l)
\end{aligned}$$

De formule voor het berekenen van de variantie met verschoven exponentiële ligduur ziet er als volgt uit waarbij $F(n-1)$ net als in Vergelijking 5 recursief wordt bepaald:

$$\begin{aligned}
Var[X(n)] &= \\
&e^{-\mu} E[X(n-1)] + (1 - e^{-\mu}) \sum_{l=0}^{d-1} \lambda(n-1-l) \\
&- e^{-2\mu} F(n-1) - (1 - e^{-2\mu}) \sum_{l=0}^{d-1} \lambda(n-1-l) \tag{9}
\end{aligned}$$

Vergelijking 9 Variantie met verschoven exponentiële ligduur

Afleiding van Vergelijking 9:

$$Var[X(n)] = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k) P(S > k) - \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k) P(S > k)^2$$

De eerste term aan de rechterkant van de vergelijking is $E[X(n)]$ en de tweede term is $F(n)$. $E[X(n)]$ voor verschoven exponentiële ligduur is al herschreven, zie Vergelijking 8. $F(n)$ moet alleen nog herschreven worden.

$$F(n) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda(n-k) P(S > k)^2$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^d \lambda(n-k) + \sum_{k=d+1}^{\infty} \lambda(n-k) e^{-2\mu(k-d)} \\
l = k-1 \wedge k = d+1 \rightarrow l = d \rightarrow k = l+1 \\
&= \sum_{k=1}^d \lambda(n-k) + \lambda(n) + \sum_{l=d}^{\infty} \lambda(n-(l+1)) e^{-2\mu(l+1-d)} \\
&= \sum_{k=1}^{d+1} \lambda(n-k) + \lambda(n) - \lambda(n-1-d) + \sum_{l=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-l) e^{-2\mu(l+1-d)} \\
&\quad + \lambda(n-1-d) e^{-2\mu(d+1-d)} \\
&= \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) + \lambda(n) - \lambda(n-1-d) \\
&\quad + e^{-2\mu} \sum_{l=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-l) e^{-2\mu(l-d)} + e^{-2\mu} \lambda(n-1-d) \\
&= (1 - e^{-2\mu}) \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) + e^{-2\mu} \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) + \lambda(n) \\
&\quad - (1 - e^{-2\mu}) \lambda(n-1-d) + e^{-2\mu} \sum_{l=d+1}^{\infty} \lambda(n-1-l) e^{-2\mu(l-d)} \\
&= \lambda(n) + e^{-2\mu} F(n-1) - (1 - e^{-2\mu}) \lambda(n-1-d) \\
&\quad + (1 - e^{-2\mu}) \sum_{l=0}^d \lambda(n-1-l) \\
&= \lambda(n) + e^{-2\mu} F(n-1) + (1 - e^{-2\mu}) \sum_{l=0}^{d-1} \lambda(n-1-l)
\end{aligned}$$

Dus

$$\begin{aligned}
\text{Var}[X(n)] &= \\
&e^{-\mu} E[X(n-1)] + (1 - e^{-\mu}) \sum_{l=0}^{d-1} \lambda(n-1-l) \\
&- e^{-2\mu} F(n-1) - (1 - e^{-2\mu}) \sum_{l=0}^{d-1} \lambda(n-1-l)
\end{aligned}$$

4.2 Optimalisatiemodellen

Voor de opnameplanning worden er in deze paragraaf drie wiskundige modellen geïntroduceerd. Deze zijn gebaseerd op de optimalisatiemodellen van Adan et al.[4], Bekker et al.[6] en Gallivan et al.[7] voor het plannen van klinische opnames. In §4.1 is te zien dat de bedbezetting lineair is in de verwachte aankomsten per interval, dit geldt eveneens voor de variantie. Voor de opnameplanning van dagbehandelingspatiënten kan deze eigenschap gebruikt worden om tot een kwadratisch of lineair programmeringsmodel te komen.

De optimalisatiemodellen voor de opnameplanning van dagbehandelingspatiënten zien er anders uit dan de opnameplanning van klinische patiënten. In het geval van de laatste, is de afdeling de hele week open en dus ook in het weekend. Wel is het zo dat er in het weekend geen electieve opnames plaatsvinden. Er wordt dan zo gepland dat de bedbezetting gedurende de week zo stabiel mogelijk is. Op de donderdagen en vrijdag worden patiënten ingepland die een lange ligduur hebben, zodat deze patiënten de bedden in het weekend kunnen opvullen en maandag weer kunnen vertrekken. Bij de afdeling dagbehandelingen is het de bedoeling dat de bedbezetting gedurende dag zo stabiel mogelijk is en vervolgens langzaam afneemt, zodat bijvoorbeeld om 16.30 uur alle bedden weer leeg zijn.

In deze paragraaf zal gekeken worden naar drie optimalisatiemodellen, namelijk een kwadratisch programmeringsmodel en twee lineaire programmeringsmodellen. Voor de optimalisatiemodellen worden de volgende notaties gebruikt:

| | |
|--------------|---|
| $E[X(n)]$ | Gemiddeld aantal bezette bedden in interval n |
| $B(n)$ | Aantal bedden in interval n |
| $\lambda(n)$ | Aantal opnames/aankomsten in interval n |
| Λ | Totaal aantal opnames/aankomsten |
| $D(n)$ | Doel aantal bezette bedden in interval n |
| $d^+(n)$ | Overbenutting van bedden in interval n |
| $d^-(n)$ | Onderbenutting van bedden in interval n |
| e | Maximaal gemiddeld aantal bezette bedden na sluitingstijd (eindbezetting) |
| N | Interval na sluitingstijd, ofwel laatste interval |
| w | Gewicht tussen 0 en 1 |

De eerste twee optimalisatiemodellen, het kwadratisch model (QP) en lineair model (LP1) zijn herschrijvingen van $\min (1 - w) \sum_{n=0}^{N-1} |D(n) - E[X(n)]| + w|D(N) - E[X(N)]|$. Voor deze twee optimalisatiemodellen geldt het volgende voor de doelbezetting:

$$D(n) = \begin{cases} D, & n = 0, 1, \dots, N - 1 \\ 0, & n = N \end{cases}$$

In theorie zou $D(n)$ kunnen variëren wanneer de verpleegkundige inzet over de dag varieert.

Het doel van QP is de kwadratische afwijking tussen de doelbelasting en de werkelijke belasting te minimaliseren. Dit geldt ook voor LP1, maar deze minimaliseert de lineaire afwijkingen. Het doel van het laatste model is de piekbezetting gedurende de dag te minimaliseren.

In alle drie de modellen speelt $B(n)$ een rol, hoewel dit in de eerste twee modellen niet in de optimalisatieformuleringen voorkomt. $B(n)$ wordt hier gebruikt voor het bepalen van het verwachte tekort aan bedden. Voor de eerste twee optimalisatiemodellen geldt dat het gewicht w een waarde is tussen 0 en 1. Er geldt dat hoe groter de w , des te belangrijker het laatste interval. Het gewicht w is nodig, omdat dagbehandeling elke doordeweekse dag na sluitingstijd weer leeg moet zijn.

4.2.1 Kwadratisch programmeringmodel (QP model)

De doelfunctie van het QP model die hier wordt gebruikt is een herschrijving van $(1 - w) \sum_{n=0}^{N-1} |D(n) - E[X(n)]| + w|D(N) - E[X(N)]|$. Na herschrijving van de doelfunctie ziet het model er als volgt uit met bijbehorende restricties:

| |
|---|
| $\min \quad (1 - w) \sum_{n=0}^{N-1} (D(n) - E[X(n)])^2 + w(D(N) - E[X(N)])^2$ $\sum_{n=0}^N \lambda(n) = \Lambda, \quad n = 0, \dots, N$ $\lambda(n) \geq 0, \quad n = 0, \dots, N - 1$ $\lambda(N) = 0$ |
|---|

Optimalisatiemodel 1 Kwadratisch model, QP

De doelfunctie minimaliseert de gewogen som van het kwadratisch verschil tussen de doelbezetting en de werkelijke bedbezetting. Met het gewicht w wordt de belangrijkheid van de gemiddelde eind bedbezetting aangegeven. Hoe groter de waarde van w , des te zwaarder de eind bedbezetting meeweegt. Verder geldt de restrictie dat de som van alle opnames gelijk is aan het doel aantal opnames. Daarnaast kunnen het aantal opnames in elk interval niet negatief zijn en in het laatste interval vinden er geen opnames plaats.

4.2.2 Lineair programmeringmodel 1 (LP1 model)

De doelfunctie van het LP model hier is ook een herschrijving van de $(1 - w) \sum_{n=0}^{N-1} |D(n) - E[X(n)]| + w|D(N) - E[X(N)]|$. Deze ziet er na herschrijving als volgt uit met de bijbehorende restricties:

| | |
|--|-----------------------|
| $\min \quad (1 - w)(d^+(n) - d^-(n)) + w(d^+(N) + d^-(N))$ | |
| $D(n) - d^-(n) \leq E[X(n)] \leq D(n) + d^+(n),$ | $n = 0, \dots, N - 1$ |
| $D(N) - d^-(N) \leq E[X(N)] \leq D(N) + d^+(N)$ | |
| $\sum_{n=0}^N \lambda(n) = \Lambda,$ | $n = 0, \dots, N$ |
| $\lambda(n) \geq 0,$ | $n = 0, \dots, N - 1$ |
| $\lambda(N) = 0$ | |
| $d^+(n), d^-(n) \geq 0,$ | $n = 0, \dots, N$ |

Optimalisatiemodel 2 Lineair model, LP1

Voor het omschrijven van $(1 - w) \sum_{n=0}^{N-1} |D(n) - E[X(n)]| + w|D(N) - E[X(N)]|$ in een lineaire functie zijn er twee niet-negatieve hulpvariabelen gedefinieerd, namelijk $d^+(n)$ en $d^-(n)$ voor $n = 0, \dots, N$, waarbij het volgende geldt: $d(n) = d^+(n) + d^-(n)$ en $d^+(n), d^-(n) \geq 0$. In combinatie met de doelfunctie en $|d(n)| = d^+(n) + d^-(n)$ kunnen $d^+(n) + d^-(n)$ niet beide tegelijk groter dan 0 zijn.

De doelfunctie minimaliseert het lineaire verschil tussen de doelbezetting en de werkelijke bedbezetting. Hier is ook het gewicht w ingevoerd, zodat de belangrijkheid van het gemiddeld aantal bezette bedden op het eind kan worden aangegeven. Verder geldt hier ook dat de som van alle opnames gelijk is aan het doel aantal opnames en zowel het aantal opnames als de hulpvariabelen kunnen niet negatief zijn. Daarnaast kunnen er geen opnames plaatsvinden in het laatste interval, net als in het QP model.

4.2.3 Lineair programmeringmodel 2 (LP2 model)

In het volgende LP model is de hulpvariabele z geïntroduceerd. De doelfunctie minimaliseert hier het maximaal aantal bezette bedden door middel van de variabele z . Het doel is dus het minimaliseren van de piekbezetting.

De variabele z geeft hier in feite de mate van de bezette bedden weer. Als de waarde van z groter dan 1 is, betekent dat er niet genoeg bedden zijn bij welk opnamepatroon dan ook om aan de gemiddelde bedbezetting te kunnen voldoen. Zelfs als z kleiner is dan 1, maar relatief groot is, dan is er een grote kans dat er niet genoeg bedden zijn, tenzij de z kleiner is dan 0,85 [7].

$$\begin{aligned}
\min \quad & z \\
& E[X(n)] \leq zB(n), \quad n = 0, \dots, N-1 \\
& E[X(N)] \leq e \\
& \sum_{n=0}^N \lambda(n) = \Lambda, \quad n = 0, \dots, N \\
& \lambda(n) \geq 0, \quad n = 0, \dots, N-1 \\
& \lambda(N) = 0
\end{aligned}$$

Optimalisatiemodel 3 Lineair model, LP2

De variabele e geeft aan wat de gemiddelde eind bedbezetting maximaal mag zijn. Ook hier is de som van alle opnames gelijk aan het doel aantal opnames en deze zijn groter of gelijk aan 0 in elk interval. Net als in het QP en LP model geldt hier ook dat er in het laatste interval geen opnames kunnen plaatsvinden. In dit model kan er worden aangegeven wat de maximale eindbezetting mag zijn. In het QP en LP model is dit verwerkt in het gewicht w .

5. Scenario analyse

In deze paragraaf wordt er gekeken naar een specifiek geval zoals hieronder beschreven. In §5.1 wordt de gemiddelde bedbezetting en de variantie bepaald in geval van (vershoven) exponentiële ligduur. Vervolgens wordt er overgegaan naar de verschillende optimalisatiemodellen en zal geprobeerd worden om een geschikt gewicht w en e te vinden in dit specifieke geval. Als laatste zal er een optimalisatiemodel gekozen worden en vergeleken worden met een 'verfijnd' model in hoofdstuk 6.

Scenario dagbehandeling

Aannames:

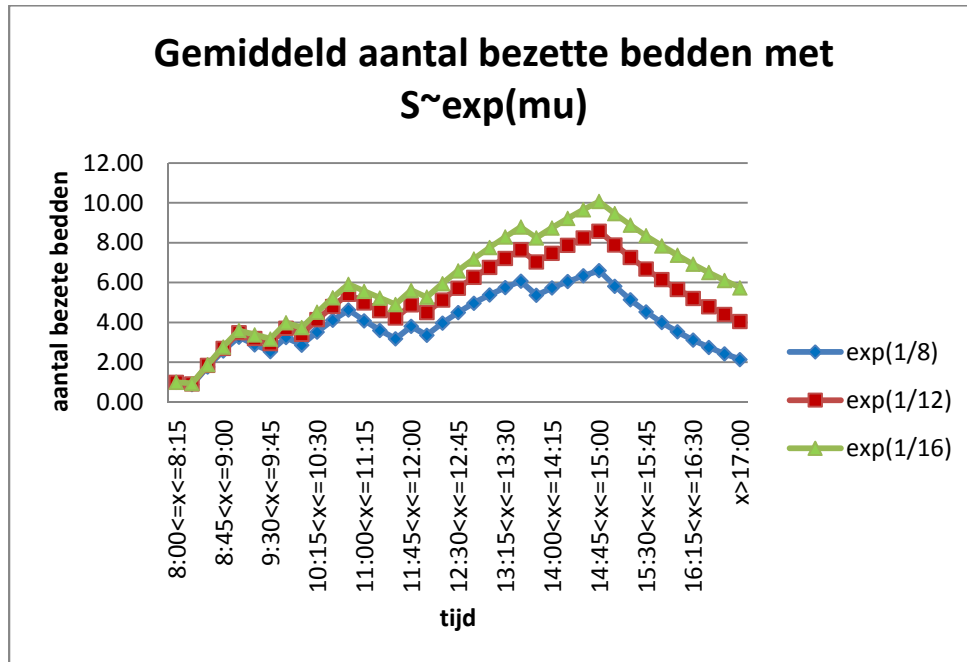
- Dagverpleging is dagelijks geopend van 8:00 uur tot 17:00 en in het weekend gesloten (alle bedden moeten elke dag voor sluiting leeg zijn)
- Tijdsinterval per kwartier, in totaal 37 intervallen, het laatste interval N (interval ' $x > 17:00$ ') meegerekend
- Slechts 1 patiëntengroep
- Exponentieel verdeelde ligduur, $S \sim \exp(\mu)$
- Aankomsten vanaf 8:00 uur tot 15:00 uur
- Aantal aankomsten tussen 8:00-15:00 uur is willekeurig gekozen tussen 0 of 1 patiënt, op andere tijdsintervallen geen aankomsten (zie bijlage 1 voor gebruikte waarden), totaal aantal opnames is 19

5.1 Prestatieanalyse

In deze subparagraaf wordt het effect weergegeven bij dagbehandeling in geval van (vershoven) exponentiële ligduur. Het gemiddeld aantal bezette bedden en de variantie zijn hier bepaald.

In Figuur 1 is het gemiddeld aantal bezette bedden weergegeven met een gemiddelde ligduur van 8, 12 en 16 intervallen, m.a.w. 2, 3 en 4 uur, zonder verschuiving in de ligduur. In de figuur is te zien dat

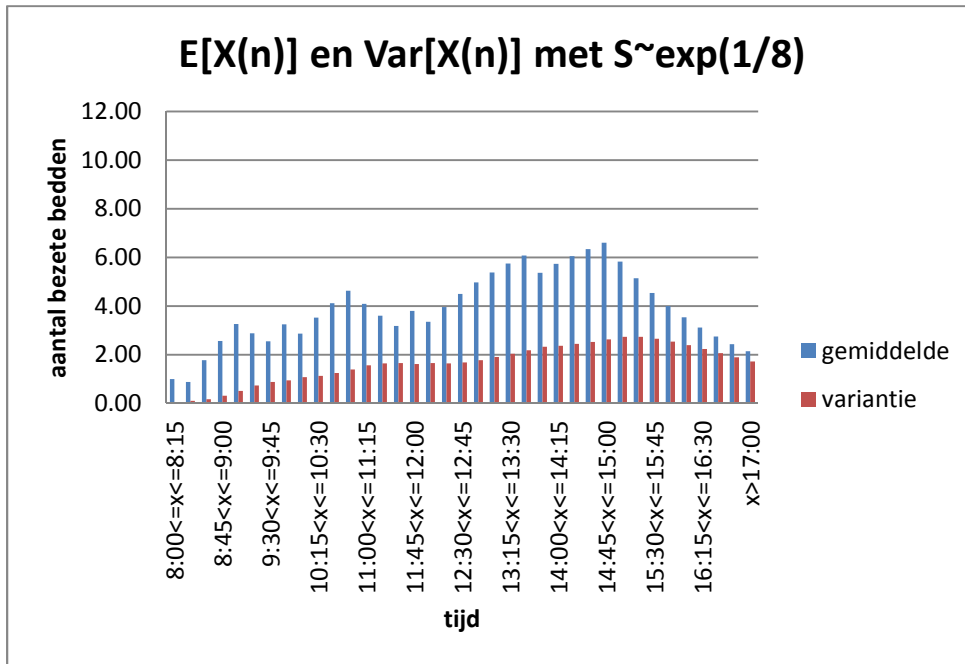
naarmate de gemiddelde ligduur toeneemt, het aantal bezette bedden ook toeneemt. De gebruikte 'planning' is geen goede planning omdat er nog vrij veel patiënten op de afdeling liggen na sluitingstijd (na 17:00 uur) en de gemiddelde bedbezetting gedurende de dag niet stabiel is. De instabiele bedbezetting is een probleem bij dagbehandeling.



Figuur 1 Gemiddeld aantal bezette bedden met verschillende waarden voor μ

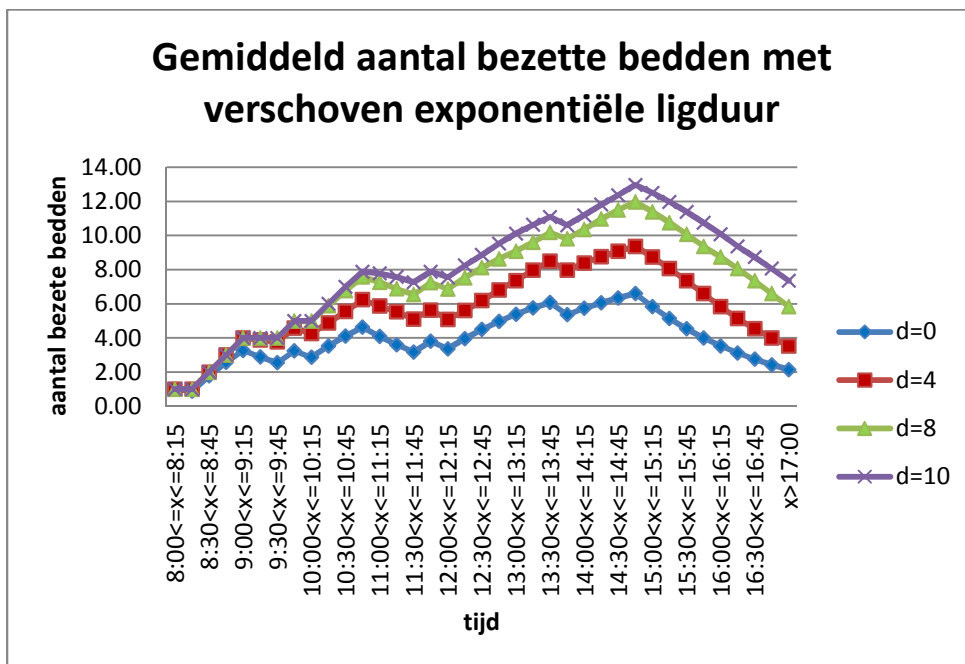
Bij dagbehandeling start de afdeling langzaam op en heeft te maken met pieken, net als wat er in Figuur 1 is weergegeven.

In Figuur 2 is te zien dat wanneer het gemiddeld aantal bezette bedden ($S \sim \exp(\mu = 1/16)$) afneemt nog niet betekent dat de variantie in het aantal bezette bedden ook meteen afneemt. De variantie blijft in eerste instantie toenemen, nadat het gemiddeld aantal bezette bedden is afgenomen. Dit komt doordat de variantie later toeneemt dan het gemiddelde, omdat er in het eerste interval patiënten aankomen en gewoon daar liggen. De variantie is dan 0 (variantie van een constante = 0), hierdoor ligt de piek van de variantie iets later.



Figuur 2 Gemiddeld aantal bezette bedde en variantie met gemiddelde ligduur 8 intervallen

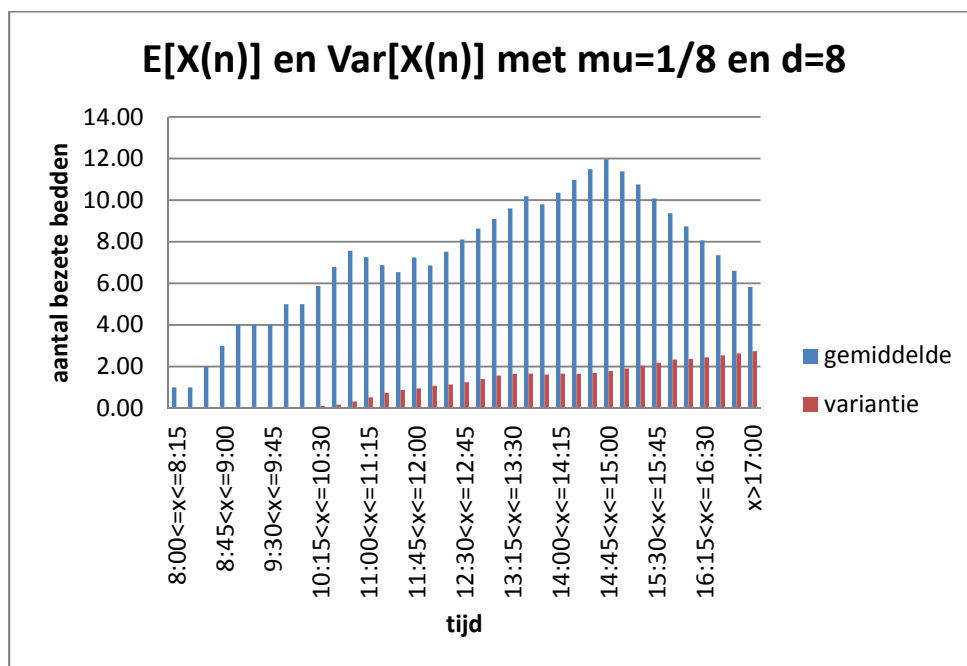
In Figuur 3 is aangenomen dat de ligduur een verschoven exponentiële ligduur is. Het gemiddeld aantal bezette bedden is weergegeven met ligduur van d tijdsintervallen en $\mu = 1/8$. Hier is duidelijk te zien dat naarmate d toeneemt, het aantal bezette bedden ook toeneemt bij hetzelfde aantal aankomsten als $d = 0$. Dit is logisch, want patiënten houden nu een bed bezet voor minstens d intervallen. Als men de grafiek van Figuur 3 met $d = 4$ (of 8) vergelijkt met Figuur 1 met $exp(1/12)$ (of $exp(1/16)$) is te zien dat de eerste tot een hoger aantal bezette bedden leidt. Dit komt doordat er hier een patiënt minstens d intervallen op de afdeling verblijft en bij het laatste niet het geval is.



Figuur 3 Gemiddeld aantal bezette bedden met gemiddelde ligduur $d + (1/\mu)$ intervallen

In Figuur 3 is te zien dat bij toename van d intervallen de piek rond hetzelfde punt blijft. Voor de variantie geldt dit niet, deze schuift op met de grote van d , zie Figuur 4. In de eerste $d + 1$ intervallen is de variantie 0, want het aantal bezette bedden neemt alleen maar toe en geen van de patiënten verlaat het systeem in de eerste $d + 1$ intervallen (de $+1$ is het nulde interval), omdat ze minimaal d intervallen verblijven. Met een verschoven ligduur verschuift de variantie ook met $d + 1$ intervallen, want de variantie in het aantal bezette bedden is afhankelijk van de voorgaande intervallen (zie Vergelijking 9).

In geval van verschoven exponentiële ligduur, kan de variantie aan het eind van de dag nog vrij hoog zijn. Dit terwijl de gemiddelde bedbezetting al gedaald is. Dit geeft aan dat plannen gebaseerd op het gemiddelde nog niet ideaal is.



Figuur 4 Gemiddeld aantal bezette bedden en variantie met gemiddelde ligduur $\mu=1/8$ en $d=8$ intervallen

5.2 Optimalisatiemodellen

In deze subparagraaf wordt onderzocht welke van de drie optimalisatiemodellen (QP, LP1 en LP2) het beste is, gebaseerd op de volgende prestatie-maten:

- Piekbezetting
- Gemiddelde bedbezetting in het laatste interval N , na 17:00 uur
- Maximale verwachte tekort
- Gemiddeld verwachte tekort

Met aannames:

- Dagverpleging dagelijks geopend van 8:00 uur tot 17:00 en in het weekend gesloten (alle bedden moeten elke dag voor sluiting leeg zijn)
- Slechts 1 patiëntengroep
- Tijdsinterval per kwartier, in totaal 37 intervallen
- Opnames vanaf 8:00 uur tot en met 15:00 uur

- Totaal aantal opnames is 19
- Verschoven exponentiële ligduur met $d = 8$ en $\mu = 1/8 \rightarrow ES = d + \frac{1}{\mu} = 16$ intervallen
- Aantal bedden is 13

Het bepalen van de doelbezetting, $D(n)$ gaat als volgt:

$$D(n) = \frac{\text{totaal \#opnames}}{\text{\#intervallen waarin opnames plaatsvinden}} \cdot ES \quad (10)$$

Vergelijking 10 Bepaling doelbezetting

Daarnaast geldt:
$$D(n) = \begin{cases} D(n), & n = 0, 1, \dots, N - 1 \\ 0, & n = N \end{cases}$$

De keuze voor de waarde van $B(n)$ is eigenlijk een (management) keuze. Hier wordt voor het bepalen van het aantal bedden de formule gebruikt die hieronder te zien is, waarbij k een constante is. Voor de prestatieanalyse is gekozen voor $k = 1$.

$$B(n) = D(n) + k\sqrt{D(n)} \quad (11)$$

Vergelijking 11 Bepaling van het aantal bedden

Omdat er altijd een kans is dat er na sluiting afgerond minstens één patiënt overblijft, is het aantal bedden als volgt gekozen: $D(n) + k\sqrt{D(n)} - 1$ en afgerond naar het dichtstbijzijnde gehele getal.

Voor het QP en LP1 model maakt het voor de opnameplanning niet uit wat $B(n)$ is, want deze komt niet voor in de optimalisatie. Bij LP2 maakt het voor de opnameplanning ook niet uit wat $B(n)$ is bij dezelfde e , zolang $B(n)$ maar constant is voor $n = 0, \dots, N - 1$. $B(n)$ speelt alleen een rol voor het bepalen van het verwachte tekort.

Voor alle drie de modellen zal gekeken worden naar de volgende in geval van $B(N) = 0$:

- (Max) gemiddelde bedbezetting en gemiddelde tekorten
- Relatie tussen de piekbezetting en de gemiddelde bedbezetting in interval N , dus na sluitingstijd
- Relatie tussen het gemiddeld verwachte tekort en eind bedbezetting
- Relatie tussen de piekbezetting en maximaal verwachte tekort
- Relatie tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort

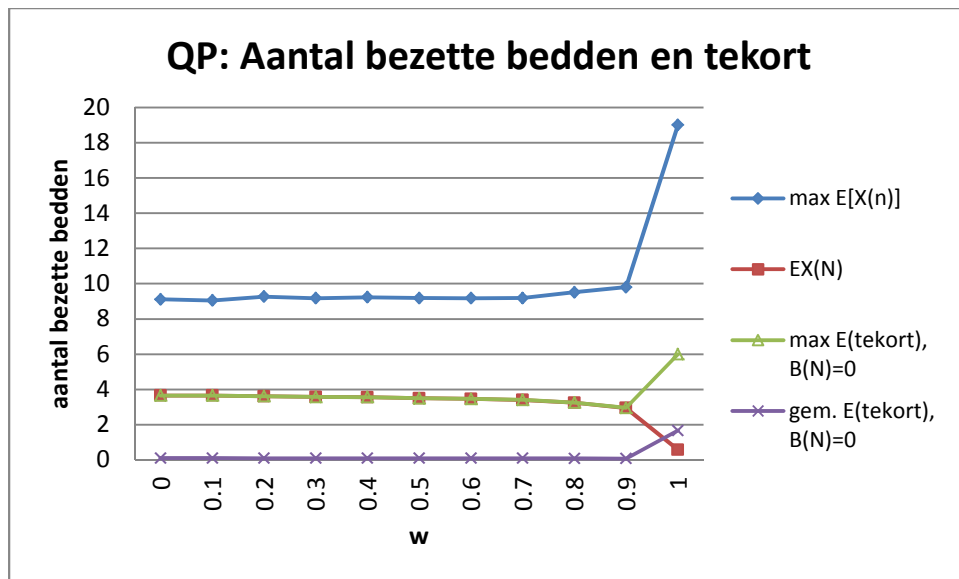
In de figuren waar de relatie tussen de twee prestatie-maten worden weergegeven zijn de bijbehorende w 'tjes en e niet weergegeven. Zie bijlage 2 voor de waarden van deze en andere waarden zoals de piekbezetting en het verwachte tekort.

Voor zowel het QP als LP1 model geldt dat $D(n) = 10,86$ en $D(N) = 0$. Verder is $B(n) = 13$ in alle drie de optimalisatiemodellen.

5.2.1 QP model

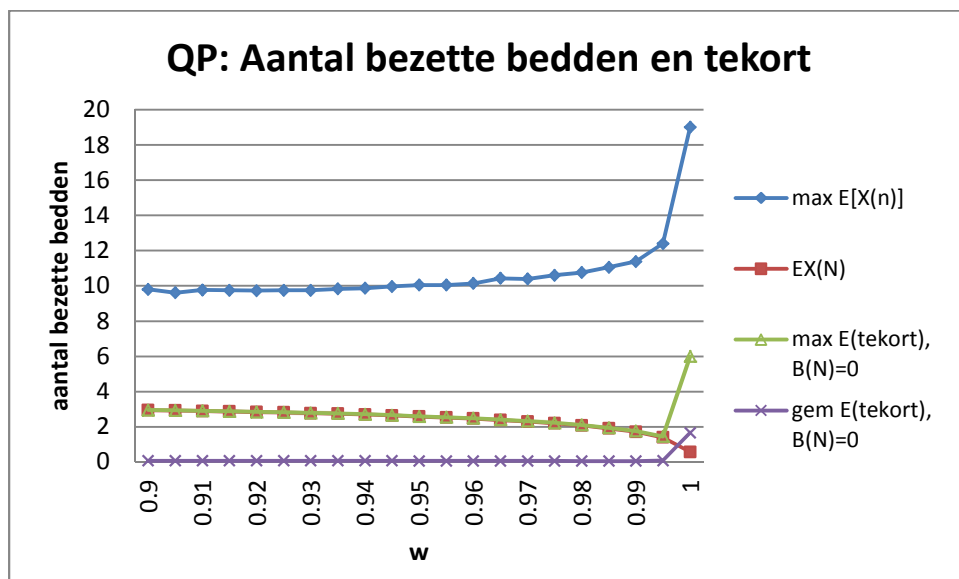
In Figuur 5 zijn de piekbezetting, eind bedbezetting, het maximaal en gemiddeld verwachte tekort weergegeven voor $B(N) = 0$. Voor $w \leq 0,70$ verschillen de waarden voor $\max E[X(n)], E[X(N)], \max E(\text{tekort})$ niet veel van elkaar. Bij $w = 1$ is er duidelijk afwijkend gedrag. Dit komt doordat

voor $w = 1$ de eind bedbezetting zo klein mogelijk moet zijn. Hierdoor worden alle patiënten in het eerste interval opgenomen zodat er aan het eind van de dag zo min mogelijk patiënten nog op de afdeling aanwezig zijn.



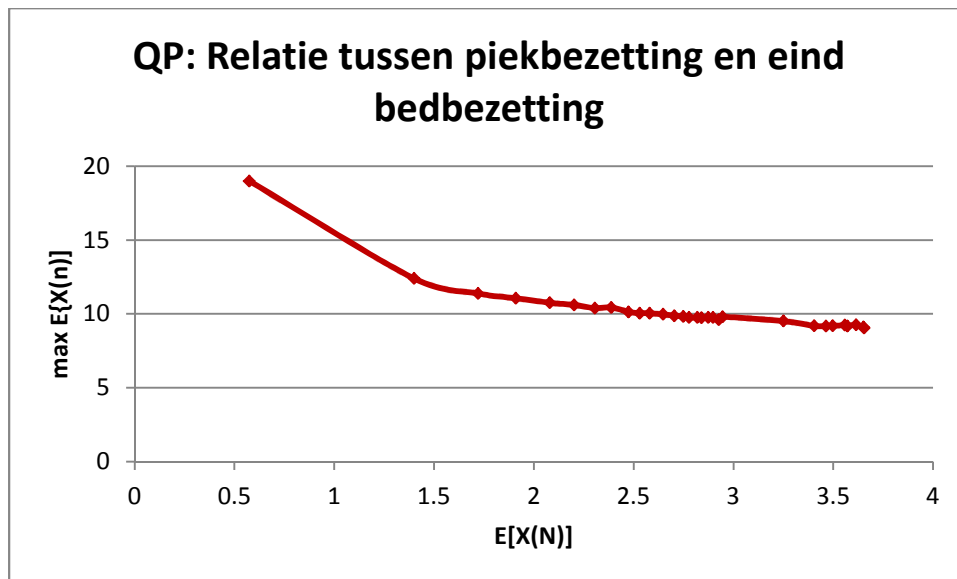
Figuur 5 (Maximaal) gemiddeld aantal bezette bedden en maximaal/gemiddeld verwachte tekort met $0 \leq w \leq 1$

In Figuur 6 is de piekbezetting, eind bedbezetting en het maximaal en gemiddeld verwachte tekort weergegeven voor $B(N) = 0$ met $0,90 \leq w \leq 1$. Te zien is dat zowel de piekbezetting als het maximaal en gemiddeld verwachte tekort steeds ongeveer hetzelfde is bij toename van w . Vanaf $w = 0,96$ vindt er merkbaar verandering plaats in de waarden. Als het doel is om het maximaal verwachte tekort te minimaliseren dan is $w = 0,995$ optimaal, maar dan is de piekbezetting wel 12,40 met een maximaal verwachte tekort van 1,45. Het gemiddeld verwachte tekort is dan 0,09 en de gemiddelde eind bedbezetting is 1,40.



Figuur 6 (Maximaal) gemiddeld aantal bezette bedden en maximaal/gemiddeld verwachte tekort met $0,9 \leq w \leq 1$

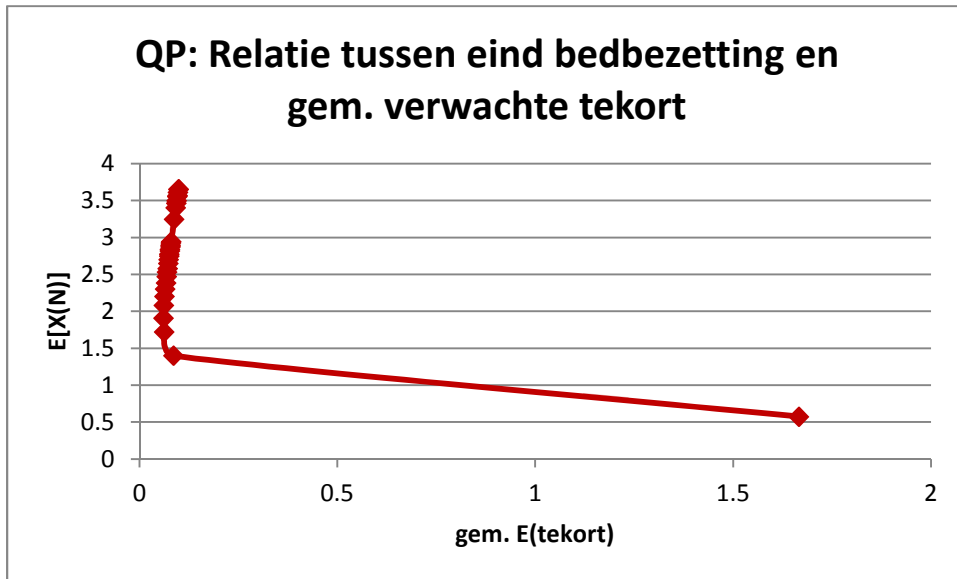
In Figuur 7 hieronder is de relatie tussen de piekbezetting en de gemiddelde eind bedbezetting te zien. Deze is tot stand gekomen door voor elke w 'tje de piekbezetting en de gemiddelde eind bedbezetting te bepalen en deze tegen elkaar uit te zetten. In de figuur is te zien dat naarmate de piekbezetting toeneemt, de gemiddelde bedbezetting in interval N juist afneemt. Dit komt doordat er dan meer opnames plaatsvinden aan het begin van de dag en hierdoor zullen er minder patiënten na sluiting nog aanwezig zijn en andersom. Bij het meest linkse punt hoort $w = 1$. Alle patiënten worden in het eerste interval opgenomen waardoor de eind bezetting 0,5 is. In werkelijkheid kan men geen halve bed bezet hebben. Door deze af te ronden naar het dichtstbijzijnde gehele getal zal het 1 bed zijn.



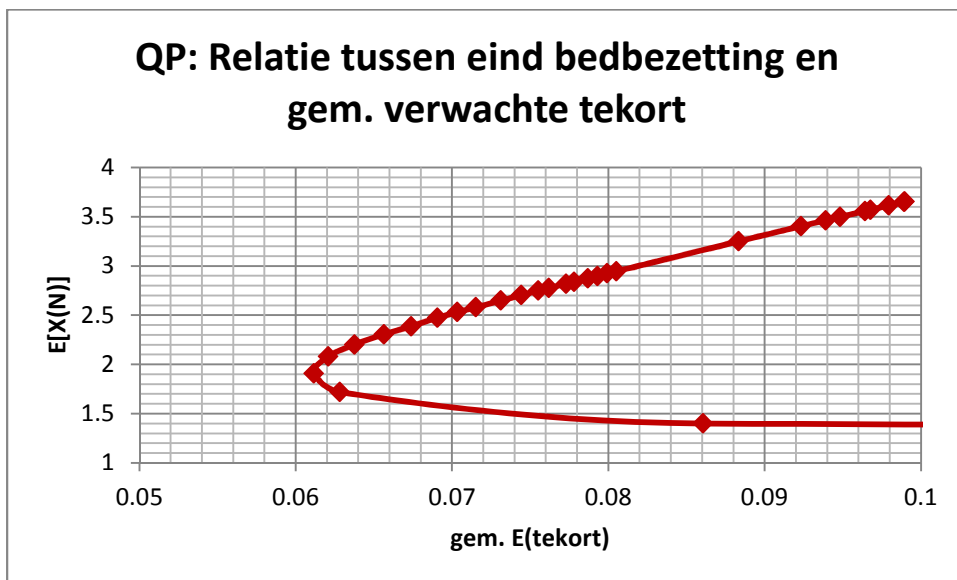
Figuur 7 Relatie tussen piekbezetting en eind bedbezetting

Figuur 7 ziet hetzelfde uit ongeacht de waarde van $B(N)$. Deze heeft namelijk geen invloed op het opnamepatroon.

In Figuur 8 en 9 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort weergegeven. Te zien is dat het meest linkse punt op de lijn een eind bedbezetting heeft van 1,91 met een gemiddeld verwachte tekort van 0,06. De bijbehorende w is 0,985.

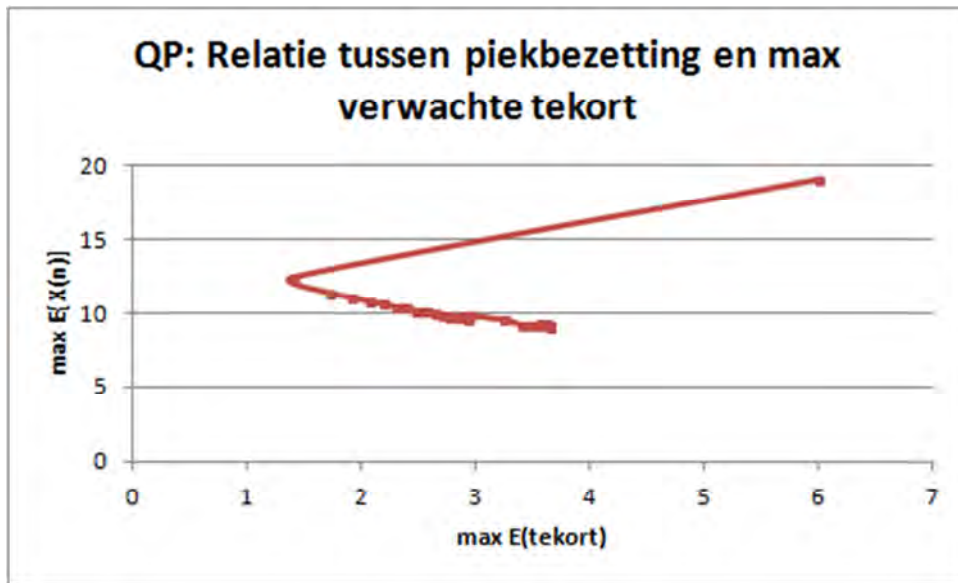


Figuur 8 Relatie tussen eind bed bezetting en gemiddeld verwachte tekort



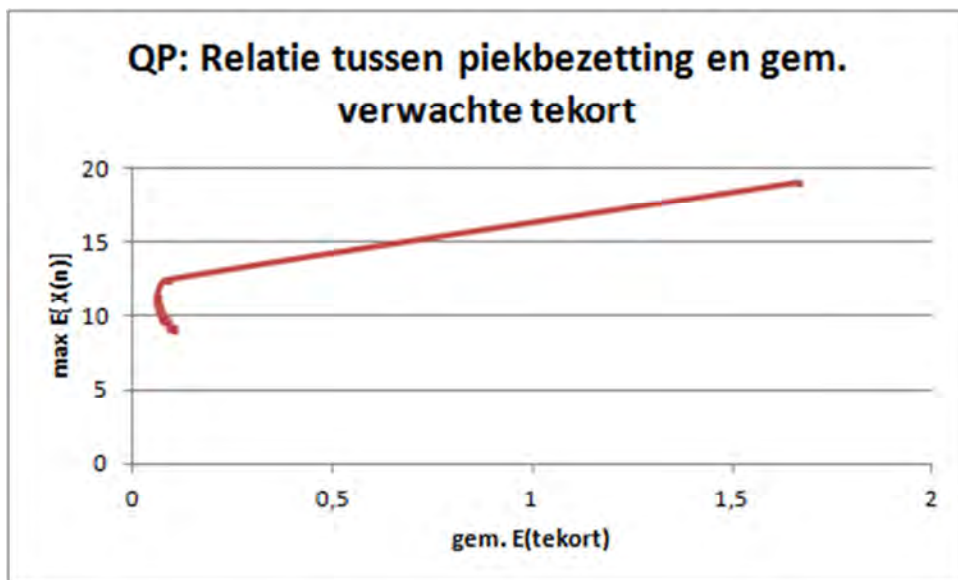
Figuur 9 Relatie tussen eind bed bezetting en gemiddeld verwachte tekort (uitvergroet)

In Figuur 10 is de relatie tussen de piekbezetting en het maximaal verwachte tekort weergegeven voor $B(N) = 0$ met $B(n) = 13$, $D(n) = 10,86$ en $D(N) = 0$. Te zien is dat er niet geldt dat naarmate de piekbezetting toeneemt, het maximaal verwachte tekort ook toeneemt. Een lage piekbezetting betekent dat er meer patiënten na sluiting zijn, dus meer tekort. Het meest linkse punt op de lijn van levert een maximaal verwachte tekort van 1,45 op en een piekbezetting van 12,40. De bijbehorende waarde van w is hier 0,995. Deze w zou hier het meest optimaal zijn voor deze twee prestatie maten. Zie bijlage 2 voor de waarden van de w 'tjes bij de bijbehorende punten.

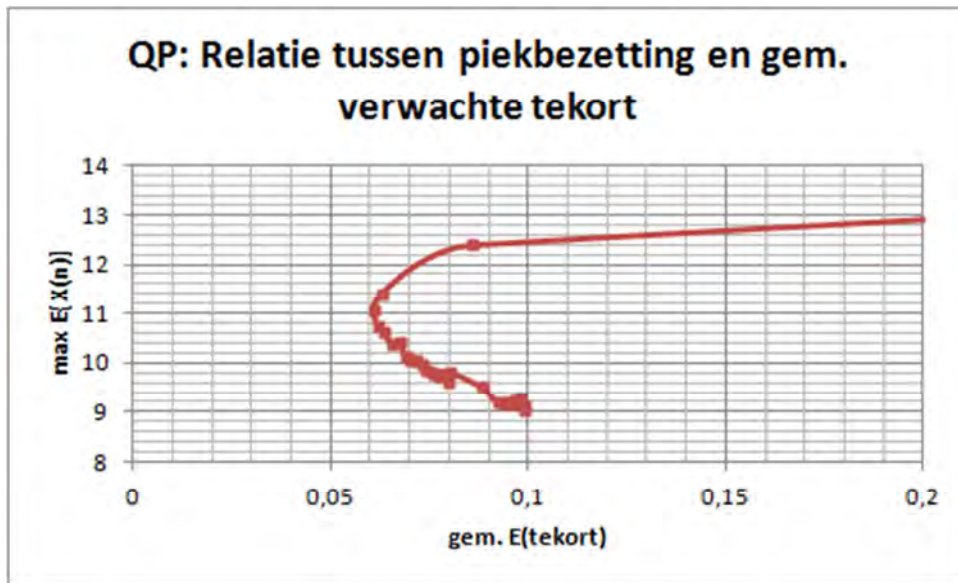


Figuur 10 Relatie tussen het maximaal gemiddeld aantal bezette bedden en maximaal verwachte tekort met $B(N) = 0$

In Figuur 11 is de relatie tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort weergegeven. Figuur 12 geeft hetzelfde weer als in Figuur 11, maar dan uitvergoet. Het meest linkse punt op de lijn levert een piekbezetting op van 11,06 en een gemiddeld verwachte tekort van 0,06 voor $B(N) = 0$. De bijbehorende w is 0,985, net als in Figuur 9. Deze w is kleiner dan de optimale w van Figuur 10, maar deze w levert wel een lagere gemiddeld verwachte tekort op van 0,06 in plaats van 0,09. Dit lijkt weinig, maar het verwachte tekort is wel gemiddeld over 37 intervallen.



Figuur 11 Relatie tussen piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort met $B(N) = 0$

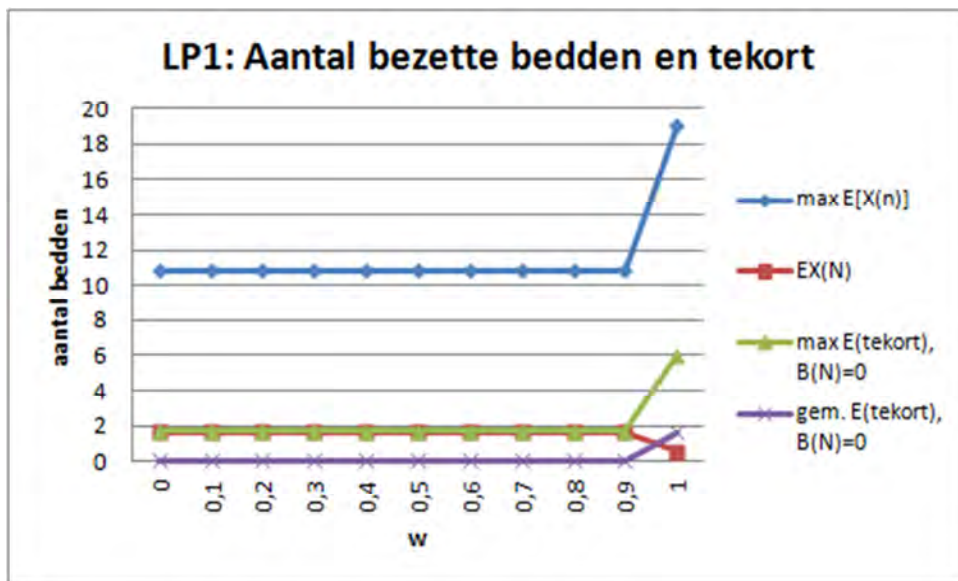


Figuur 12 Relatie tussen piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort met $B(N) = 0$ (uitvergroet)

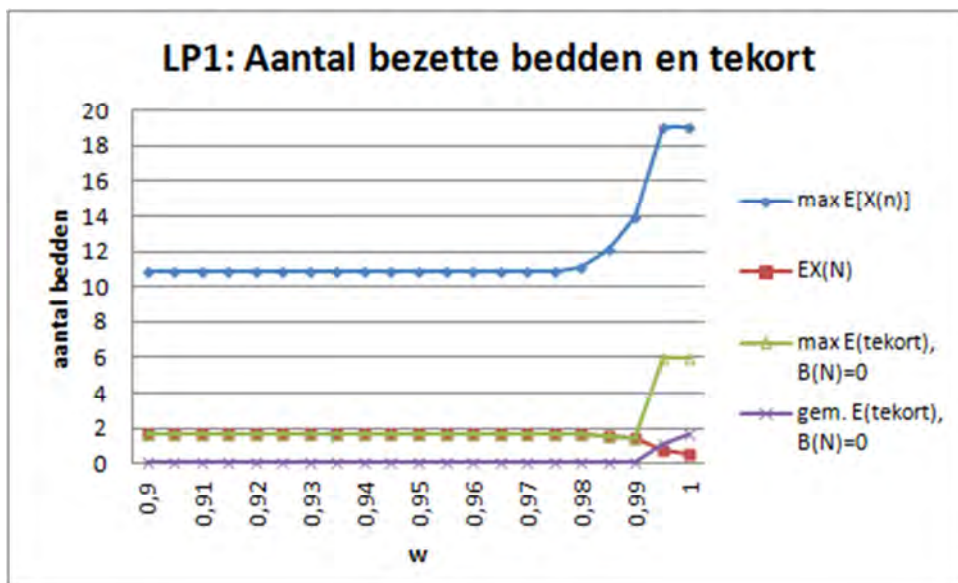
In Figuur 12 was te zien dat het meest optimaal is als de piekbezetting 11,06 is en het gemiddeld verwachte tekort 0,06. Daarbij hoort een w van 0,985. Deze waarde van w zorgt voor een gemiddelde eind bedbezetting van 1,91 met een maximaal verwachte tekort van 0,07 (exclusief laatste interval) met een kans op tekort van 0,10. In 11 intervallen waarvan de kans op tekort groter of gelijk is aan 0,01 varieert de kans op tekort tussen de 0,01 en 0,10. Voor $w = 0,995$ (waarbij de relatie tussen de piekbezetting en maximaal verwachte tekort het meest optimaal is) is het maximaal verwachte tekort 0,41 (exclusief laatste interval met een waarde van 1,40) met een kans op tekort van 0,36. Waarvan 7 van de 11 intervallen een kans op tekort van groter dan 0,10 hebben en in de rest van de intervallen varieert de kans op tekort tussen de 0,01 en 0,08. Het is dus beter om de keuze van w te baseren op de relatie tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort. De keuze van w is belangrijk en tegelijkertijd ook lastig.

5.2.2 LP1 model

In Figuur 13 is te zien dat de waarden voor de piekbezetting, gemiddelde bedbezetting in het laatste interval N , het maximaal en gemiddeld verwachte tekort hetzelfde zijn voor $0 \leq w \leq 0,90$. In Figuur 14 zijn deze waarden te zien voor $0,90 \leq w \leq 1$. Vanaf $w = 0,98$ komt er pas een verandering in de waarden. Het LP1 model is vergelijkbaar met het QP model.

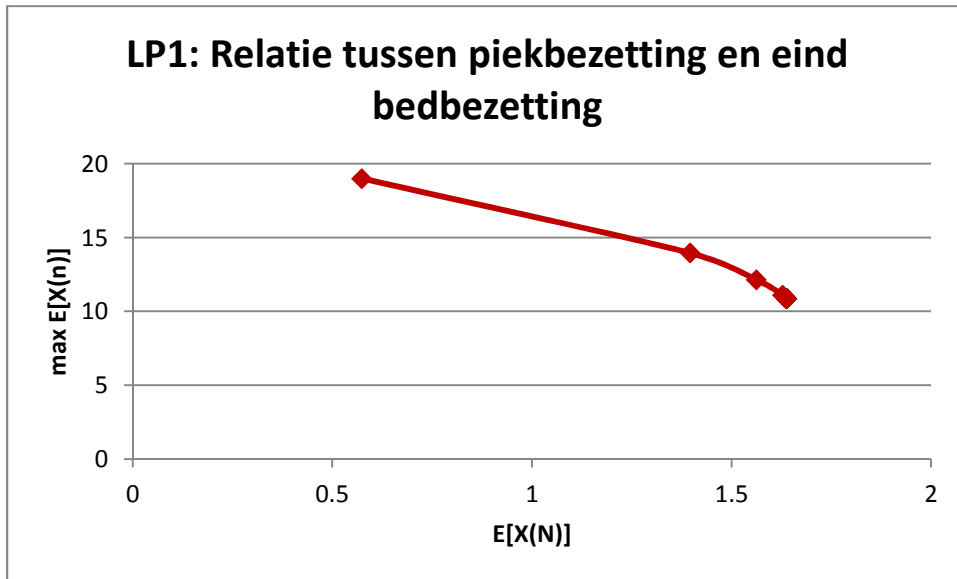


Figuur 13 (Maximaal) gemiddeld aantal bezette bedden en maximaal/gemiddeld verwachte tekort met $0 \leq w \leq 1$



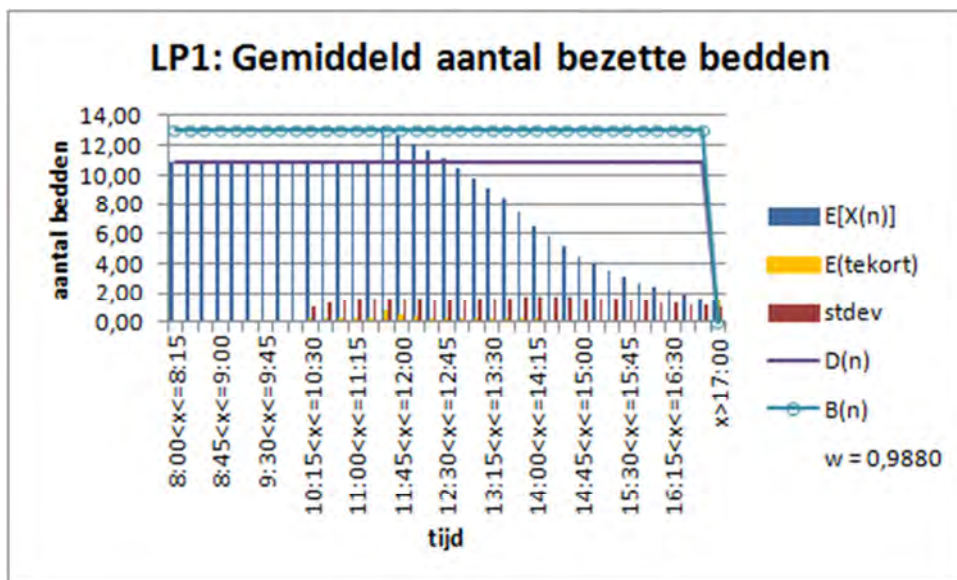
Figuur 14 (Maximaal) gemiddeld aantal bezette bedden en maximaal/gemiddeld verwachte tekort met $0,90 \leq w \leq 1$

In Figuur 15 is de relatie tussen de piekbezetting en de gemiddelde eind bedbezetting te zien voor LP1. Deze efficiency frontier ziet er anders uit dan de efficiency frontier van het QP model. Hoewel Figuur 15 er anders ziet, geldt er wel dat naarmate de gemiddelde bedbezetting in interval N toeneemt, de piekbezetting afneemt en andersom.



Figuur 15 Relatie tussen piekbezetting en eind bedbezetting

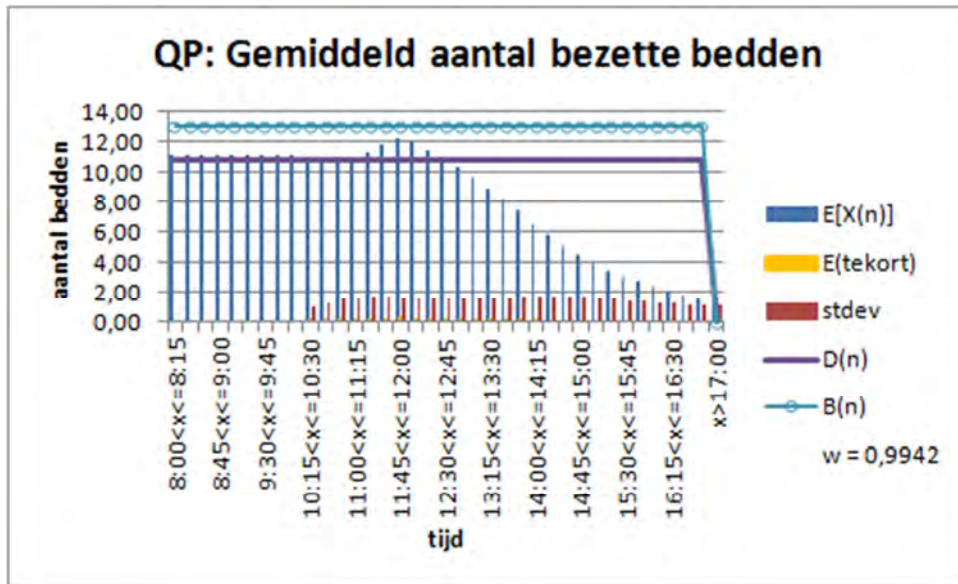
De reden dat Figuur 15 er anders uitziet dan de efficiency frontier van het QP model komt doordat in dit LP model de lineaire afwijkingen worden geminimaliseerd in plaats van kwadratische afwijkingen, hierdoor geeft $0 \leq w \leq 0,975$ dezelfde optimale oplossing. Vanaf $w = 0,988$ kan het voorkomen dat er in één keer veel opnames plaatsvinden (na het eerste interval) van bijvoorbeeld drie patiënten. Dit komt doordat de doelfunctie zo lang mogelijk bij de doelbezetting wil blijven en om aan de gekozen w te kunnen voldoen, ontstaat er een piek. In Figuur 16 is een piek te zien met $w = 0,988$. In het interval 13:00-13:15 wordt in één keer (naar boven afgerond) vier patiënten opgenomen².



Figuur 16 Gemiddeld aantal bezette bedden, verwachte tekort en variantie bij $w = 0,9880$ met $E[X(N)] = 1,46$

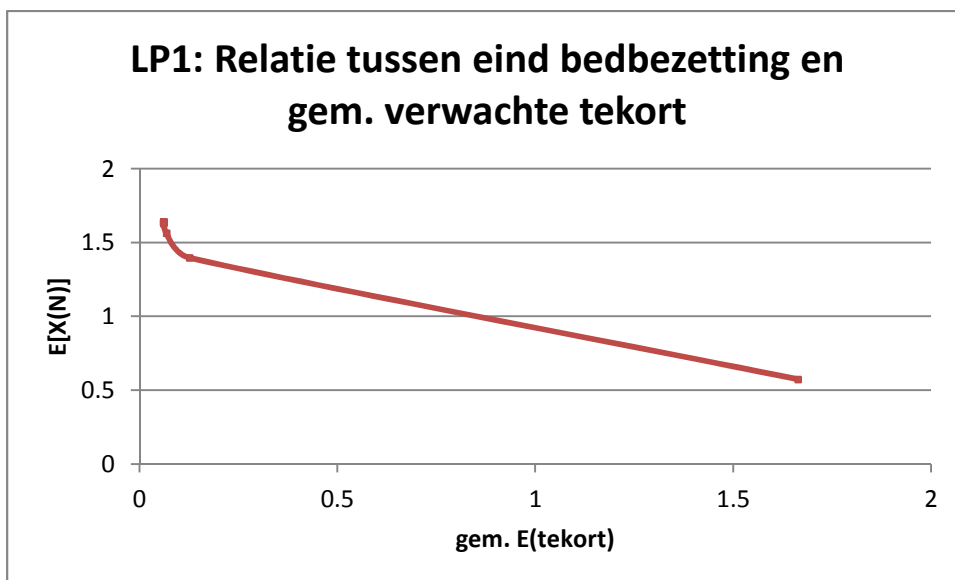
² Deze opnameplanning lijkt geen optimale oplossing te zijn voor $w = 0,9880$, maar dit is het wel. Dit is getest door het doelfunctie als $\min (1 - w)|D(n) - E[X(n)]| + w|D(N) - E[X(N)]|$ te schrijven. En vervolgens handmatig/extra restricties toevoegen die bijvoorbeeld opnames in alle intervallen, behalve de eerste, kleiner of gelijk moet zijn aan 1, 2, 3, of 4. De bijbehorende doelfunctie-waarden zijn allemaal groter dan de oorspronkelijke oplossing.

In het QP model is er ook een piek te zien voor dezelfde gemiddelde eind bedbezetting, maar deze is kleiner (zie Figuur 17 hieronder). Dit komt doordat het QP model het kwadratische verschil tussen de doelbezetting en de gemiddelde bezetting minimaliseert waardoor de piek meer uitgesmeerd is over de voorgaande intervallen.



Figuur 17 Gemiddeld aantal bezette bedden, verwachte tekort en variatie bij $w = 0,9942$ en $E[X(N)] = 1,46$

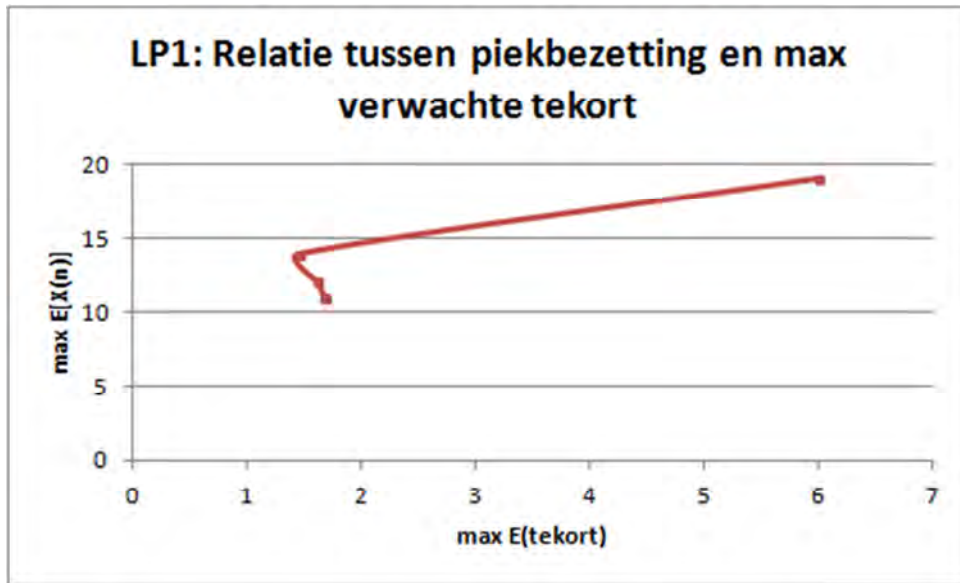
In Figuur 18 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort weergegeven. Het meest linkse punt op de lijn heeft een eind bedbezetting van 1,64 en een gemiddeld verwachte tekort van 0,06 met $0 \leq w \leq 0,975$.



Figuur 18 Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort

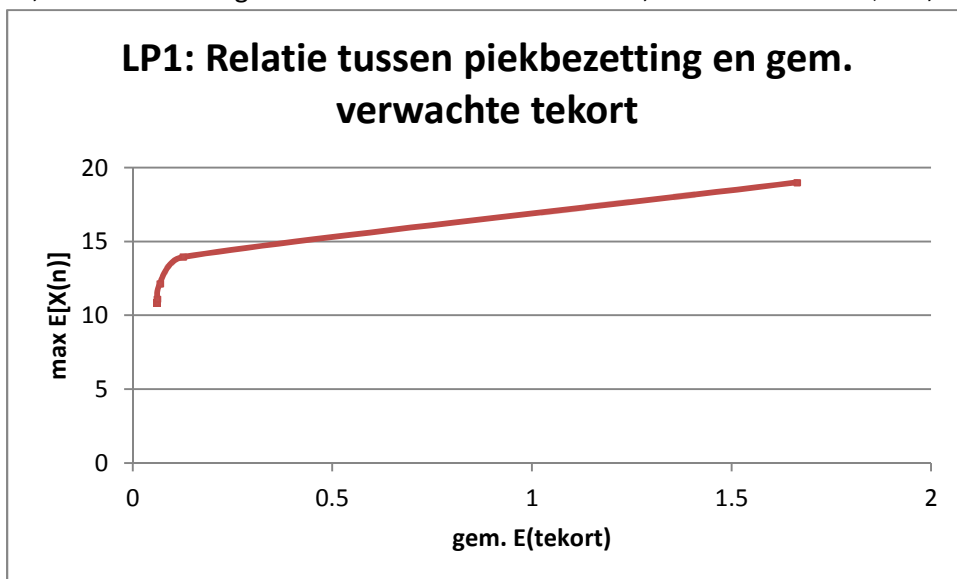
In Figuur 19 is te zien dat er niet geldt dat naarmate de piekbezetting toeneemt, het maximaal verwachte tekort ook toeneemt. Want er is sprake van een tekort in interval N . Het meest linkse punt op de lijn is het meest optimaal in termen van het maximaal verwachte tekort. Bij dit punt hoort een w van 0,99 met een piekbezetting van 13,95 en een maximaal verwachte tekort van 1,45. Zie

bijlage 2 voor de waarden van de w 'tjes bij de bijbehorende waarden van de piekbezettingen en maximaal verwachte tekorten.

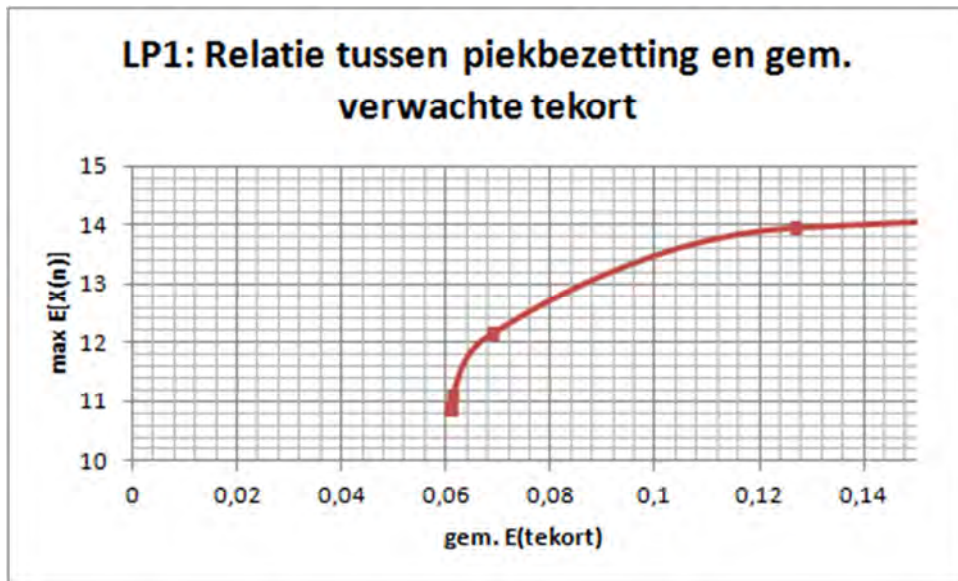


Figuur 19 Relatie tussen piekbezetting en aximaal verwachte tekort $B(N) = 0$

In Figuur 20 en 21 is de relatie tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort te zien voor $B(N) = 0$. In Figuur 21 is te zien dat het meest linkse punt op de lijn een piekbezetting van 10,86 heeft en een gemiddeld verwachte tekort van 0,06 met $0 \leq w \leq 0,975$, zie bijlage 2.



Figuur 20 Relatie tussen het maximaal gemiddeld aantal bezette bedden en het gemiddeld verwachte tekort $B(N) = 0$

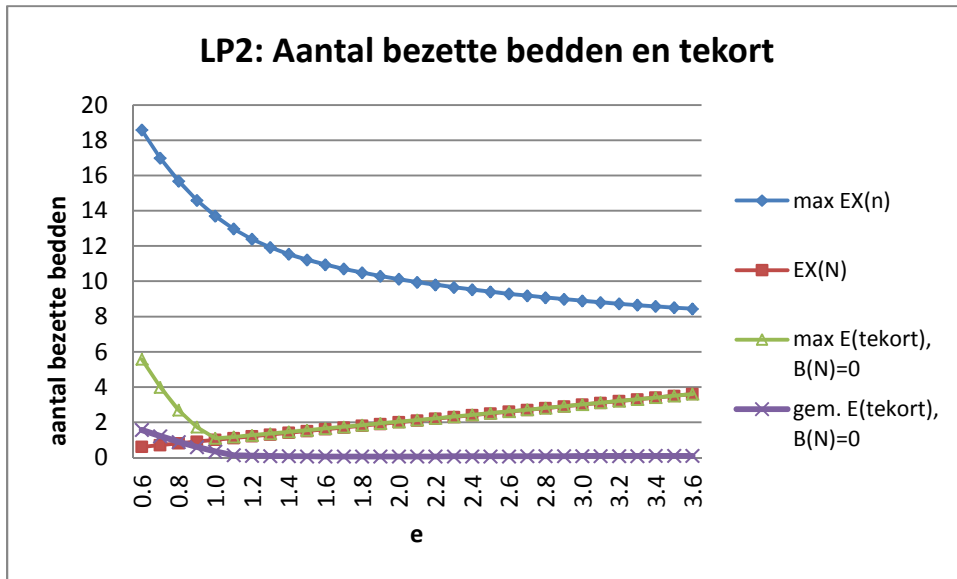


Figuur 21 Relatie tussen piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort $B(N) = 0$ (uitvergroet)

Voor $w = 0,99$ is de verhouding tussen het maximaal verwachte tekort en de piekbezetting het meest optimaal. De piekbezetting is 13,95 en het maximaal verwachte tekort is 1,45 bij deze waarde van w (met een gemiddelde eind bedbezitting van 1,40). Deze waarde van w zorgt wel voor een kans op tekort dat groter of gelijk is aan 0,01 in 12 intervallen, het laatste interval niet meegerekend. Waarvan 3 van de 12 een kans op tekort van groter dan 0,40 hebben en in de 9 andere intervallen varieert deze tussen de 0,01 en 0,29. Voor $0 \leq w \leq 0,975$, waarbij de verhouding tussen de piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort het meest optimaal is, is het aantal intervallen waarin de kans groter of gelijk is aan 0,01 ook 12, waarvan 2 intervallen een kans op tekort van 0,10 hebben. In de andere 10 intervallen varieert de kans op tekort tussen de 0,01 en 0,09. Voor $0 \leq w \leq 0,975$ is de gemiddelde eind bedbezetting 1,64 in plaats van 1,40, maar de kans op tekort in deze intervallen is veel kleiner dan wanneer $w = 0,99$. Dus net als in het QP model, is het beter om de keuze voor w te baseren op de relatie tussen de piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort, dan tussen de piekbezetting en maximaal verwachte tekort.

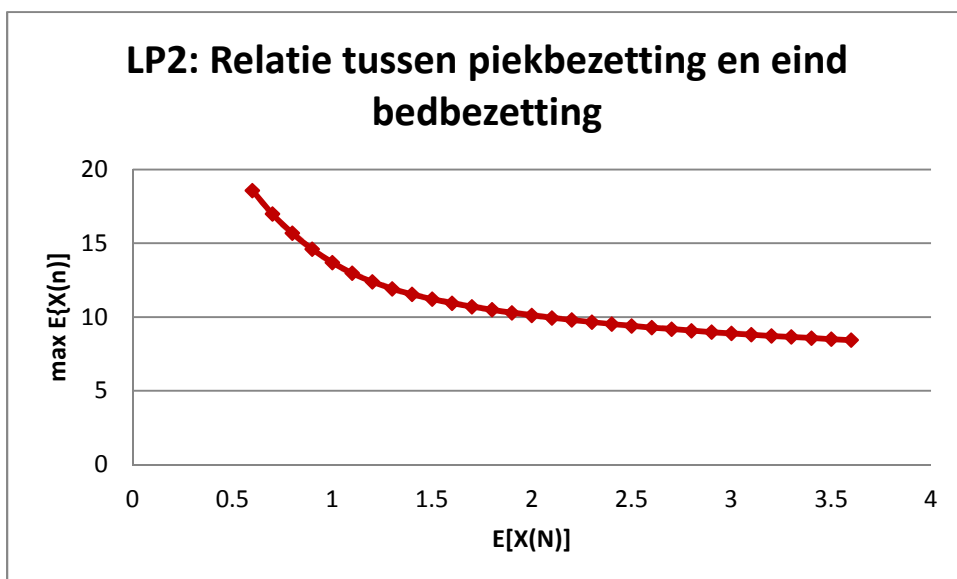
5.2.3 LP2 model

In Figuur 22 zijn de piekbezetting, gemiddelde eind bedbezetting, het maximaal en gemiddeld verwachte tekort weergegeven voor $B(N) = 0$. Voor $e = 1$ levert dit het kleinste maximaal verwachte tekort op van 1,09 met een piekbezetting van 13,70.



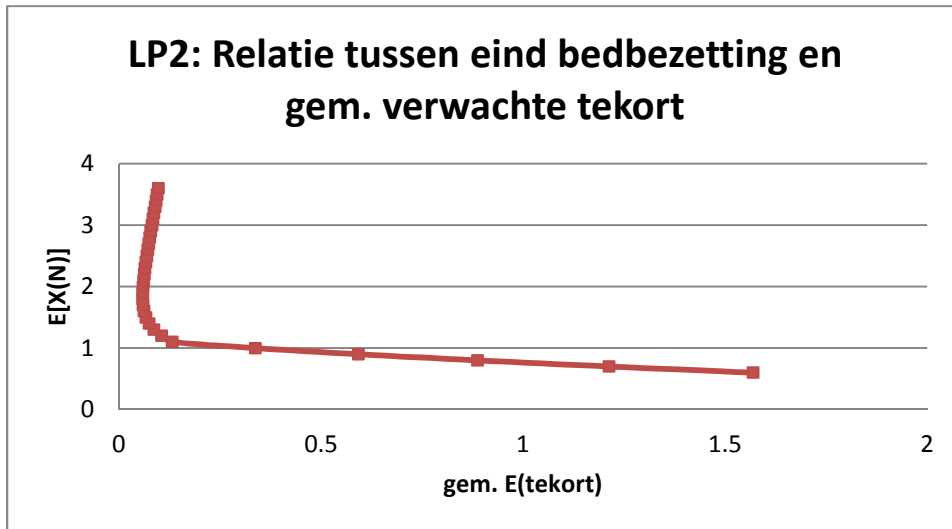
Figuur 22 Gemiddeld aantal bezetten bedden en verwachte tekort

In Figuur 23 is de relatie tussen de piekbezetting en de gemiddelde bedbezetting in het laatste interval weergegeven van LP2. Hier is te zien dat naarmate de piekbezetting toeneemt, de waarde voor de gemiddelde bedbezetting in interval N afneemt en andersom. Bij veel opnames aan het begin van de dag leidt dit tot een lagere eind bedbezetting. Wanneer de opnames over de dag heen zijn verspreid, dan levert het een hogere eind bedbezetting op.

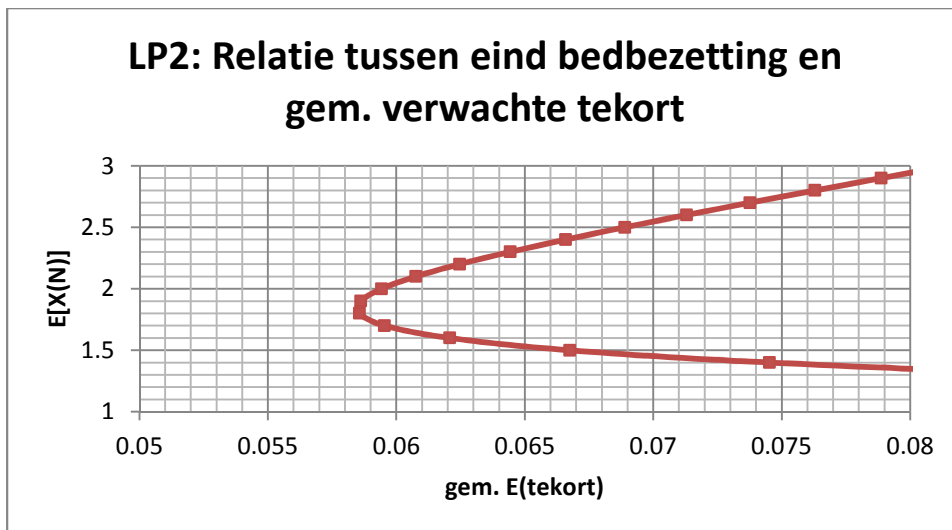


Figuur 23 Relatie tussen piekbezetting en eind bedbezetting

In Figuur 24 en in Figuur 25 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort weergegeven. Het meest linkse punt op de lijn levert een eind bedbezetting op van 1,90 met een gemiddeld verwachte tekort van 0,06.

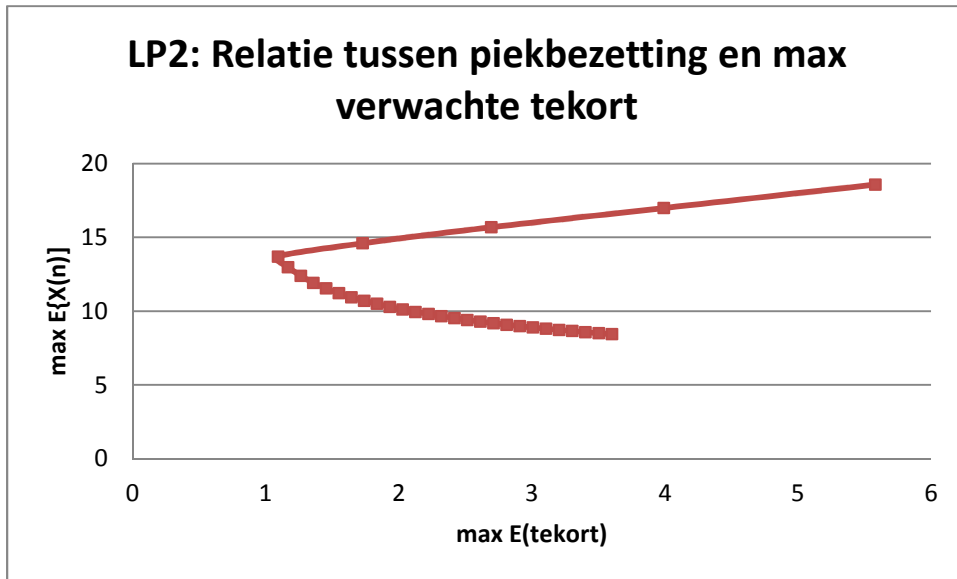


Figuur 24 Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort



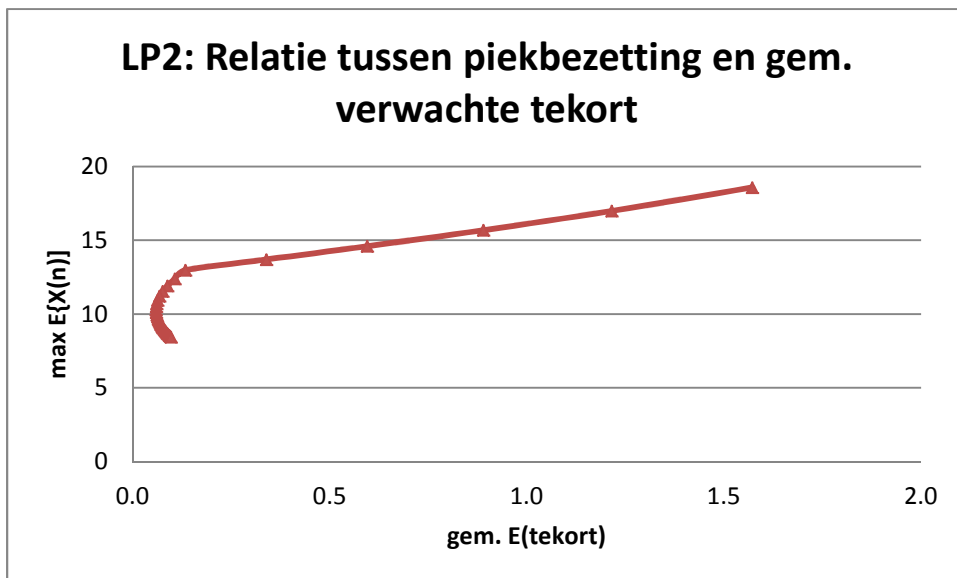
Figuur 25 Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort (uitvergroot)

In Figuur 26 hieronder is de relatie tussen de piekbezetting en het maximaal verwachte tekort weergegeven voor $B(N) = 0$. Omdat $B(N) = 0$ is, geldt er niet dat naarmate de piekbezetting toeneemt, het maximaal verwachte tekort ook toeneemt. Het meest linkse punt op de lijn levert de meest optimale waarde op tussen de piekbezetting en het maximaal verwachte tekort. De waarde voor de piekbezetting en maximaal verwachte tekort in dit punt zijn respectievelijk 13,70 en 1,09. De bijbehorende waarde van e op dit punt is 1. Verder zijn alle waarden van de punten op de lijnen in bijlage 2 te vinden.

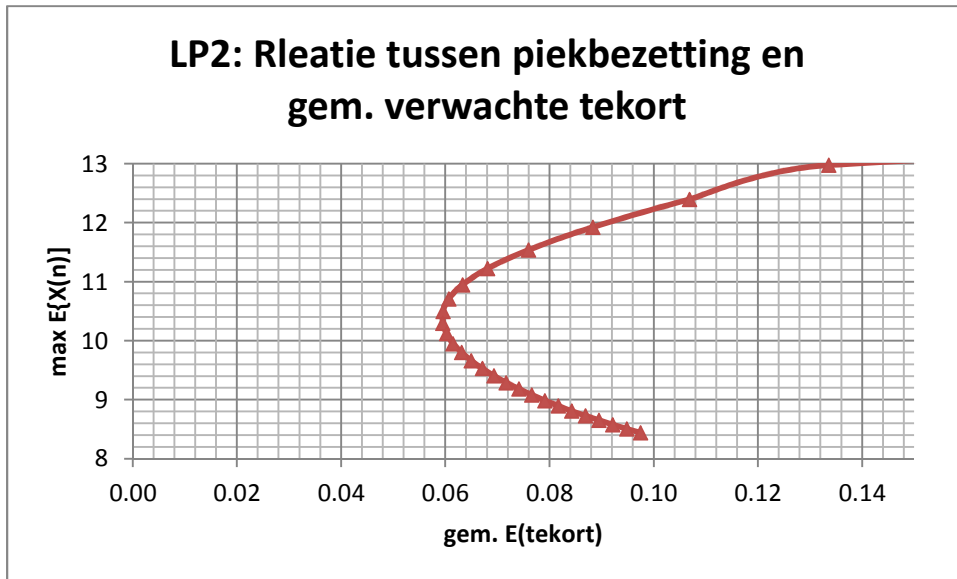


Figuur 26 Relatie tussen piekbezetting en het maximaal verwachte tekort $B(N) = 0$

In Figuur 27 en 28 is de relatie tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort te zien voor $B(N) = 0$. Het meest linkse punt op de lijn levert hier een piekbezetting van 10,29 op en een gemiddeld verwachte tekort van 0,06. De bijbehorende waarde voor e is 1,90. Deze e is weliswaar groter dan de optimale e in Figuur 26, maar het gemiddelde verwachte tekort is 0,06 in plaats van 0,34.

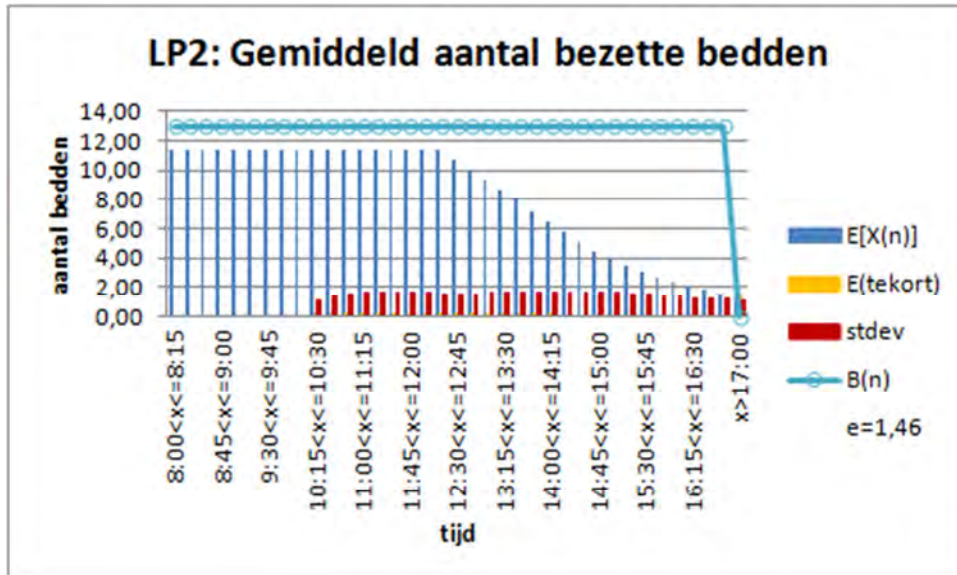


Figuur 27 Relatie tussen piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort met $B(N) = B(n)$ en $B(N) = 0$



Figuur 28 Relatie tussen piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort $B(N) = 0$ (uitvergroet)

In Figuur 29 is het gemiddeld aantal bezette bedden te zien. Hier is de gemiddeld eind bedbezetting 1,46, net als in Figuur 16 en Figuur 17. Vergeleken met deze twee figuren is het verwachte tekort hier duidelijk veel kleiner, omdat er hier geen doelbezetting is. Dus hier kunnen er per interval meer worden opgenomen en is het verwachte tekort ook kleiner, omdat er hier niet plotseling een piek kan ontstaan wat wel bij LP1 gebeurt. Bij QP is dit minder, omdat het over de voorgaande intervallen wordt uitgesmeerd.



Figuur 29 Gemiddeld aantal bezette bedden, verwachte tekort en variantie bij met $e = 1,46$

Bij $e = 1$ is de verhouding tussen de piekbezetting en maximaal verwachte tekort het meest optimaal. Deze e zorgt wel voor een kans op tekort dat groter of gelijk is aan 0,01 in 19 intervallen, waarvan in 13 intervallen de kans op tekort groter of gelijk is aan 0,63 en in de 6 andere intervallen varieert dit tussen de 0,01 en 0,42. Voor $e = 1,9$ is de verhouding tussen de piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort het meest optimaal met in 12 intervallen een kans op tekort van groter of gelijk aan 0,01. De kansen in deze intervallen variëren tussen de 0,01 en 0,05. Net als bij de modellen QP en

LP1 kan er hier ook geconcludeerd worden dat het beter is de keuze van e te baseren op de relatie tussen de piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort en niet op de relatie tussen de piekbezetting en maximaal verwachte tekort.

5.2.4 Vergelijking modellen

In Tabel 1 zijn de resultaten weergegeven van de prestatie-maten die bij de meest geschikt w en e horen gebaseerd op de relatie tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort in geval van $B(N) = 0$. Deze waarden van w en e zijn eveneens ook de meest geschikte waarden wanneer er wordt gekeken naar de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort. In het tabel is te zien dat QP het slechtste presteert. LP1 presteert het beste als er naar de prestatie-maten maximaal verwachte tekort en eind bedbezetting wordt gekeken. Als er naar de piekbezetting wordt gekeken dan presteert LP2 het beste. Het hangt dus af naar welk prestatie-maat er wordt gekeken welk model het beste presteert.

In Tabel 2 is voor alle drie de modellen voor dezelfde gemiddelde eind bedbezetting de optimale oplossing bepaald. In alle drie de gevallen levert het een maximaal verwachte tekort op van 1,51. In de tabel is duidelijk te zien dat LP2 het beste presteert. Deze heeft zowel de kleinste piekbezetting als het laagste gemiddeld verwachte tekort. Daarna volgen QP en LP1. Hier blijkt dat LP1 eigenlijk het slechtst presteert.

| | e | w | $\max E[X(n)]$ | $\max E(\text{tekort})$ | gem. $E(\text{tekort})$ | $E[X(N)]$ |
|-----|------|---------|----------------|-------------------------|-------------------------|-----------|
| QP | | 0,985 | 11,06 | 1,94 | 0,06 | 1,91 |
| LP1 | | 0-0,975 | 10,86 | 1,61 | 0,06 | 1,64 |
| LP2 | 1,90 | | 10,29 | 1,93 | 0,06 | 1,90 |

Tabel 1 Resultaten prestatie-maten van QP, LP1 en LP2

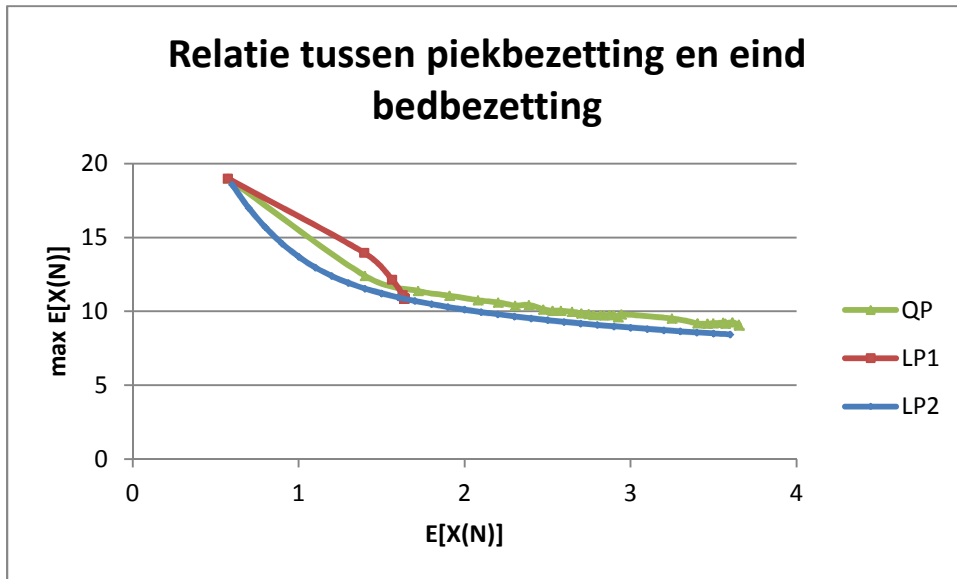
| | e | w | $\max E[X(n)]$ | $\max E(\text{tekort})$ | gem. $E(\text{tekort})$ | $E[X(N)]$ |
|-----|------|--------|----------------|-------------------------|-------------------------|-----------|
| QP | | 0,9942 | 12,25 | 1,51 | 0,08 | 1,46 |
| LP1 | | 0,9880 | 13,27 | 1,51 | 0,10 | 1,46 |
| LP2 | 1,46 | | 11,34 | 1,51 | 0,07 | 1,46 |

Tabel 2 Resultaten prestatie-maten van QP, LP1 en LP2

Hieronder is grafisch weergegeven welke van de drie modellen het beste is gebaseerd op de relatie tussen de volgende als $B(N) = 0$:

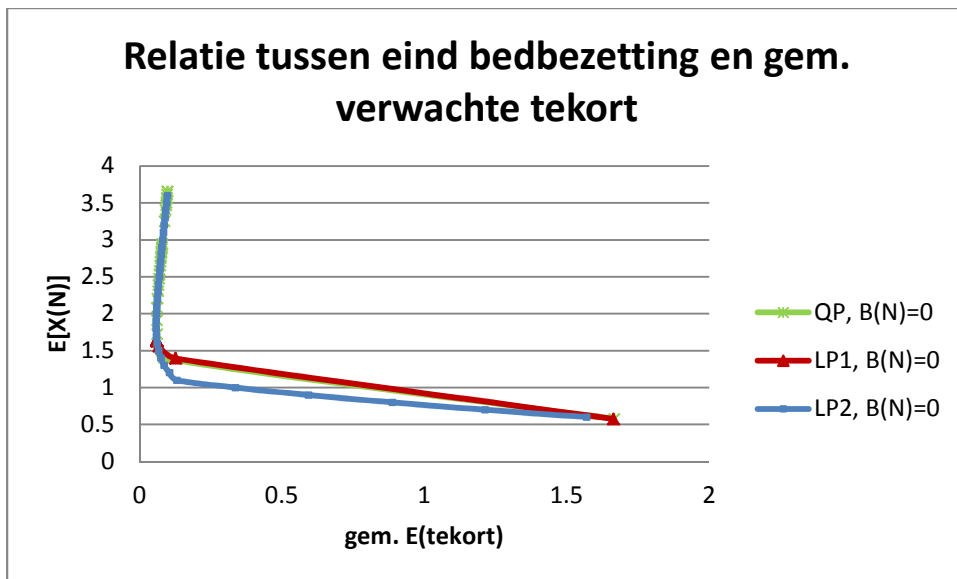
- Piekbezetting en eind bedbezetting
- Eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort
- Piekbezetting en maximaal verwachte tekort
- Piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort

In Figuur 30 is de piekbezetting uitgezet tegen de eind bedbezetting voor alle drie de modellen. Hier is duidelijk te zien dat LP2 voor een lagere piekbezetting zorgt bij dezelfde eind bedbezetting. Dus LP2 presteert hier het beste. Dit is logisch, want het doel van LP2 is het minimaliseren van de piekbezetting. Het doel van de twee andere modellen is juist het minimaliseren van het kwadratisch/lineair verschil tussen de doelbezetting en werkelijk bezetting.



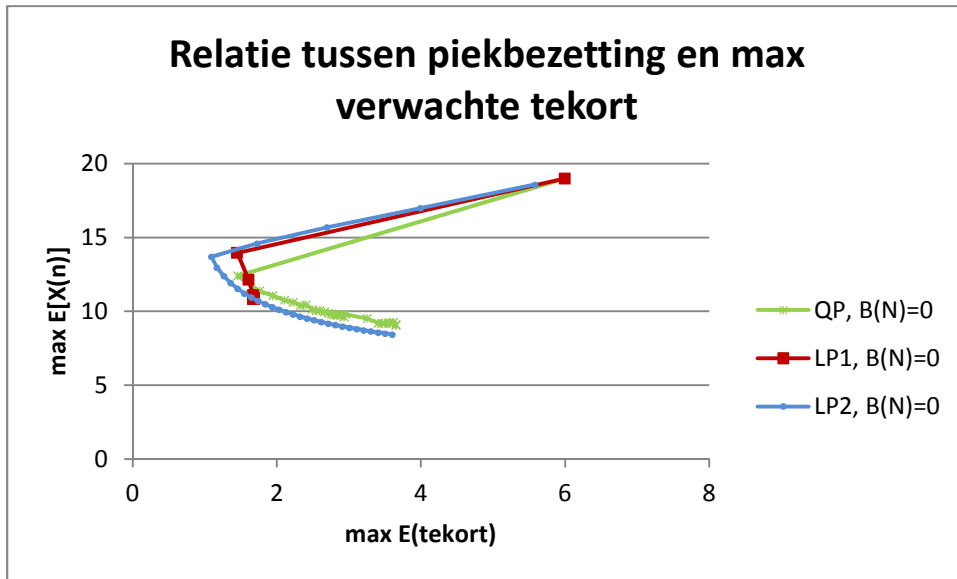
Figuur 30 Relatie tussen het maximaal gemiddeld aantal bezette bedden en aantal bezette bedden in het laatste interval voor QP, LP1 en LP2

In Figuur 31 is te zien dat LP2 het beste presteert vergeleken met QP en LP1 als het eind bedbezetting kleiner is dan 1,5. Vanaf een eind bedbezetting van 1,5 presteren QP en LP2 ongeveer even goed.



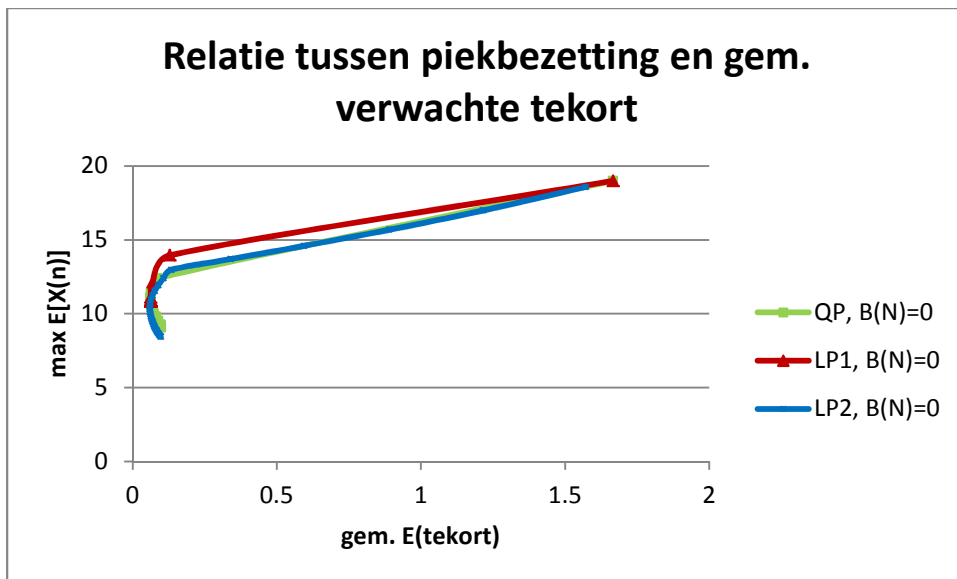
Figuur 31 Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort met $B(N) = 0$ voor QP, LP1 en LP2

In Figuur 32 is duidelijk te zien dat model LP2 het beste presteert. Het meest linkse punt ligt op de lijn van model LP2, maar dit punt levert wel een hogere piekbezetting op dan LP1. In de meeste gevallen levert LP2 een lagere piekbezetting op bij hetzelfde maximaal verwachte tekort dan de twee andere modellen.

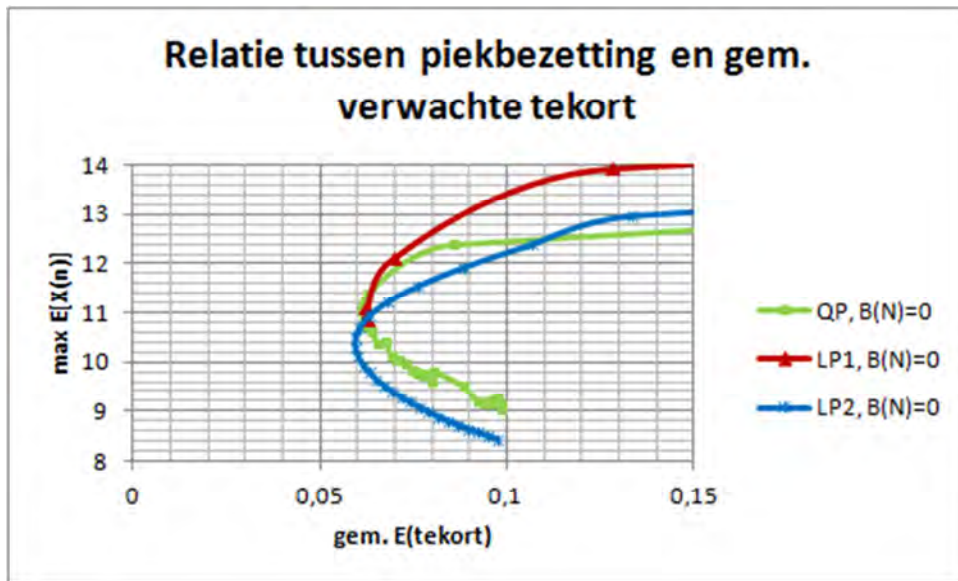


Figuur 32 Relatie tussen het max aantal bezette bedden en het maximaal verwachte tekort met $B(N) = 0$ voor QP, LP1 en LP2

Figuur 33 en 34 geven de relatie weer tussen de piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort als $B(N) = 0$. In Figuur 34 is duidelijk te zien dat LP1 het slechts presteert en LP2 juist het beste in de meeste gevallen, hoewel de verschillen niet groot zijn.



Figuur 33 Relatie tussen piekbezetting en het gemiddelde verwachte tekort met $B(N) = 0$ voor QP, LP1 en LP2



Figuur 34 Relatie tussen piekbezetting en het gemiddelde verwachte tekort met $B(N) = 0$ voor QP, LP1 en LP2 (uitvergroet)

Gebaseerd op Figuur 30 tot en met 34 is het duidelijk dat LP2 de beste resultaten levert, gevolgd door QP en LP1.

6. Verfijning

In §5.1 was te zien dat de variantie aan het eind van de dag nog vrij hoog is en zou plannen alleen op basis van het gemiddelde niet echt ideaal zijn, dus wordt er in het verfijnde model de standaarddeviatie ook meegenomen. Dit wordt hier de 'verfijnde' opnameplanning genoemd. Deze opnameplanning bestaat uit twee stappen. De eerste stap is de kans op tekort constant houden in alle intervallen. Door deze constant te houden, zal het aantal beschikbare bedden in elk interval variëren. In de praktijk zou dit niet echt gewenst zijn, want men zou niet gedurende de dag telkens het aantal bedden willen aanpassen. Stap twee is het minimaliseren van het maximale aantal benodigde bedden.

Stap 1.

Deze stap gaat om het aantal bedden bepalen in elk interval, zodat de kans op tekort constant is. Er wordt aangenomen dat het aantal bezette bedden in interval n normaal verdeeld is, zie §4.1. Het aantal bezette bedden, X , en dus het aantal aanwezige patiënten is binomiaal verdeeld wanneer er in één interval wordt opgenomen. Als er in meerdere intervallen wordt opgenomen, dan is het een convolutie van binomiale verdelingen. In de limiet convergeert de binomiale verdeling naar een normale verdeling.

Stel $X(n) \sim N(E[X(n)], \sigma^2(n))$

$$P(\text{tekort in interval } n) = P(X(n) > B(n))$$

$$= P\left(\frac{X(n) - E[X(n)]}{\sqrt{\sigma^2(n)}} > \frac{B(n) - E[X(n)]}{\sqrt{\sigma^2(n)}}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{B(n) - E[X(n)]}{\sqrt{\sigma^2(n)}}\right) \quad (12)$$

Vergelijking 12 Kans op tekort in interval n

Om de kans op tekort constant te krijgen, wordt $B(n)$ als volgt gekozen:

$$B(n) = E[X(n)] + \beta\sqrt{\sigma^2(n)} \quad (13)$$

Vergelijking 13 Bepaling van aantal bedden

Vergelijking 13 wordt ook wel de square-root-staffing formule genoemd [3]. Met de square-root-staffing formule kan men het benodigde aantal servers berekenen waarbij het service niveau niet lager dan een bepaalde gekozen waarde mag zijn, zie Tabel 3.

Hieronder zijn de gebruikte notaties in Vergelijking 13 weergegeven:

| | |
|----------------------|---|
| $E[X(n)]$ | gemiddeld aantal bezette bedden in interval n |
| $B(n)$ | aantal bedden in interval n |
| β | service niveau |
| $\sqrt{\sigma^2(n)}$ | variatie in bedbezetting in interval n |
| N | Interval na sluitingstijd, laatste interval |

De vergelijking voor het berekenen van de kans op tekort kan worden herschreven. Door $B(n)$ te vervangen door $E[X(n)] + \beta\sqrt{\sigma^2(n)}$ in Vergelijking 12 ziet de herschreven vergelijking er als volgt uit:

$$P(\text{tekort in interval } n) = 1 - \Phi\left(\frac{E[X(n)] + \beta\sqrt{\sigma^2(n)} - E[X(n)]}{\sqrt{\sigma^2(n)}}\right)$$

$$= 1 - \Phi(\beta)$$

Vergelijking 14 Kans op constant tekort

Stap 2.

Het doel van het optimalisatiemodel is het minimaliseren van het maximaal aantal benodigde bedden. Dus $\lambda(\cdot)$ wordt zo gekozen dat het maximaal aantal benodigde bedden bij een gewenst service niveau, gegeven door β , minimaal is. Het 'verfijnde' optimalisatiemodel ziet er als volgt uit:

$$\begin{aligned} \min \quad & z \\ & E[X(n)] + \beta\sqrt{\sigma^2(n)} \leq z + B(n) \quad n = 0, \dots, N - 1 \\ & E[X(N)] \leq e \\ & \sum_{n=0}^{N-1} \lambda(n) = \Lambda \\ & \lambda(n) \geq 0 \quad n = 0, \dots, N - 1 \\ & \lambda(N) = 0 \end{aligned}$$

Optimalisatiemodel 4 Verfijnd model

De restricties die in dit model zijn opgenomen, komen grotendeels overeen met de restricties in het LP2 model. Alleen de eerste restrictie verschilt. In de eerste restrictie wordt de maximaal gemiddelde bedbezetting plus een aantal keer de standaarddeviatie geminimaliseerd. Deze wordt zo stabiel mogelijk gehouden. De variabele z kan in het model negatief zijn. Wanneer de linkerkant van de restrictie kleiner is dan $B(n)$, dan kan z negatief zijn. Een negatieve z betekent dat er minder bedden nodig zijn om aan de gekozen service level te kunnen voldoen. Een positieve z betekent dat er meer bedden nodig zijn dan het huidig aantal.

6.1 Resultaat verfijning

In deze subparagraaf zal er gekeken worden wat de invloed is van β . Presteert het LP2 model beter of het verfijnd model. In het verfijnde model levert $\beta = 0$ hetzelfde resultaat op als LP2 zolang $B(n)$ constant is. Dus $\beta = 0$ is gelijk aan LP2.

Eerst zal er gekeken worden welk van de twee modellen het beste presteert in geval dat de ligduur een verschoven exponentiële verdeling heeft met $d = 8$ en $1/\mu = 8$. Vervolgens zal er ook gekeken worden naar een paar situaties waarbij de ligduurverdeling van twee patiëntengroepen verschillend zijn. Hier gelden dezelfde aannames als in §5.2.

Allereerst moet er onderzocht worden welke β de beste resultaten levert gebaseerd op dezelfde prestatieparameters als in §5.2. Er zal ook gekeken worden naar de relatie tussen de maximale toegestane eind bedbezetting en het gemiddeld/totaal verwachte tekort waarbij het laatste interval niet is meegenomen voor $B(N) = 0$.

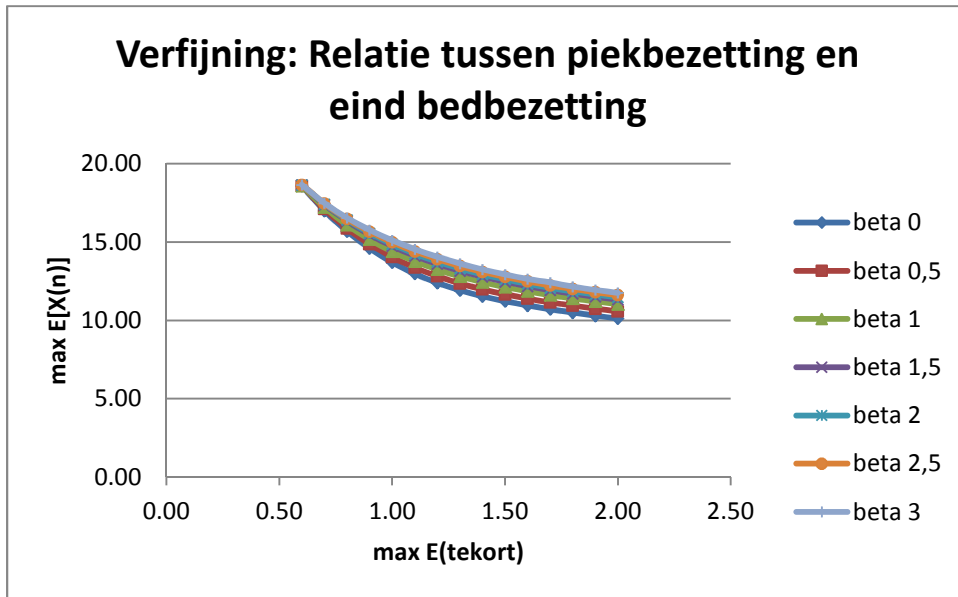
| β | $P(\text{tekort})$ |
|---------|--------------------|
| 0 | 0,500 |
| 0,5 | 0,309 |
| 1 | 0,169 |
| 1,5 | 0,067 |
| 2 | 0,025 |
| 2,5 | 0,006 |
| 3 | 0,001 |

Tabel 3 Kans op tekort bij verschillende β 's

Voor alle β 's in Tabel 3 zal de piekbezetting worden berekend, het maximaal gemiddeld en totaal verwachte tekort en het gemiddeld aantal bezette bedden in het laatste interval N .

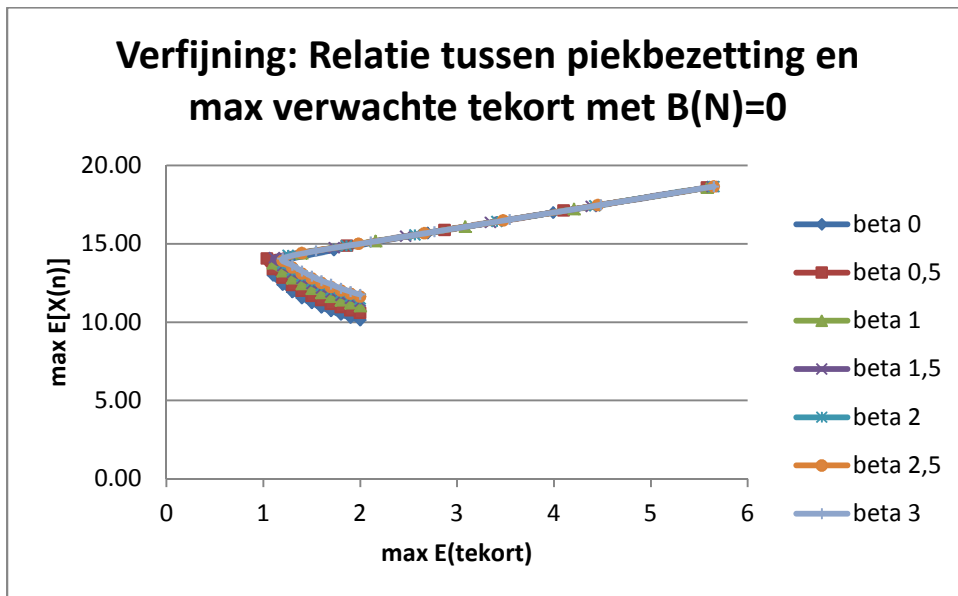
Situatie: Vershoven exponentiële ligduur

In Figuur 35 is de relatie tussen de piekbezetting en de eind bedbezetting weergegeven voor verschillende β 's met verschoven exponentiële ligduur met $d = 8$ en $1/\mu = 8$. Hier is te zien dat de verschillende β 's waarden oplevert die niet echt veel van elkaar verschillen. Wel levert $\beta = 0$ iets betere resultaten op.

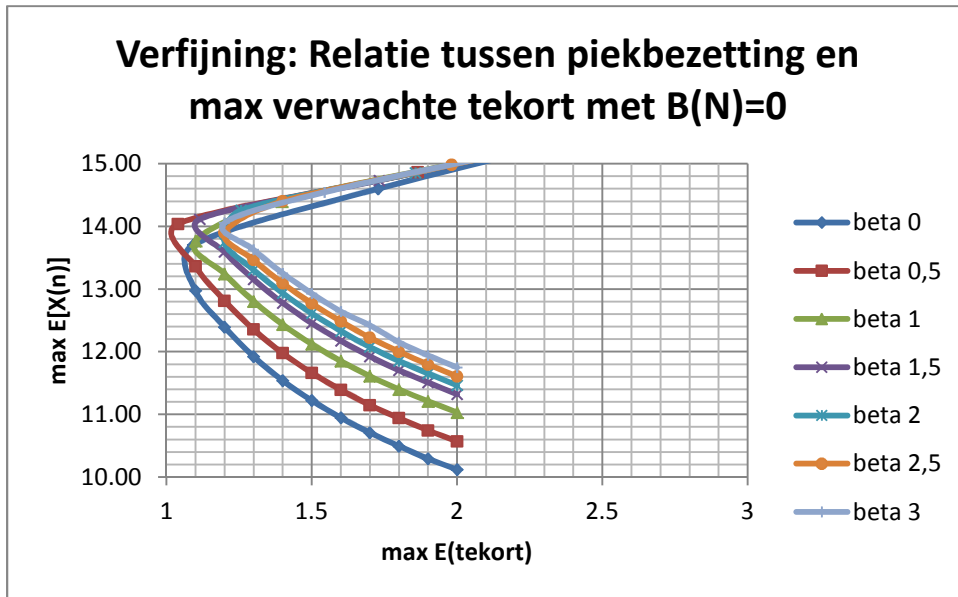


Figuur 35 Relatie tussen piekbezetting ende gemiddelde eind bedbezetting

In Figuur 36 is de relatie tussen de piekbezetting en het maximaal verwachte tekort te zien als $B(N) = 0$. Figuur 37 geeft hetzelfde weer als Figuur 36, maar dan uitvergroet. Hier is te zien dat $\beta = 0,5$ iets beter presteert dan $\beta = 0$, maar het verschil is zo klein dat het eigenlijk verwaarloosbaar is. Vanaf een maximaal verwachte tekort van 1,1 presteert $\beta = 0$ beter dan $\beta \neq 0$.

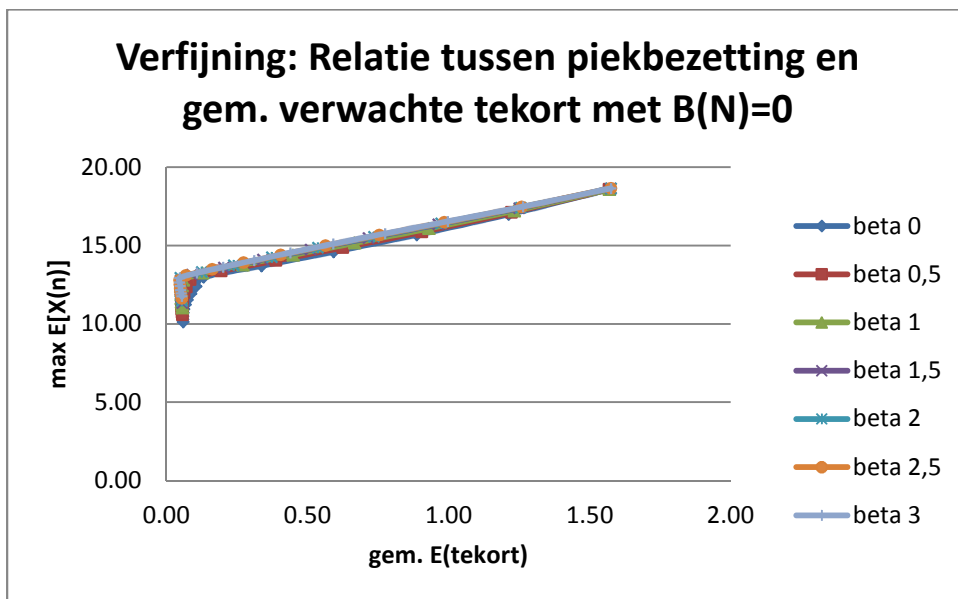


Figuur 36 Relatie tussen piekbezetting en het maximaal verwachte tekort met B(N)=0

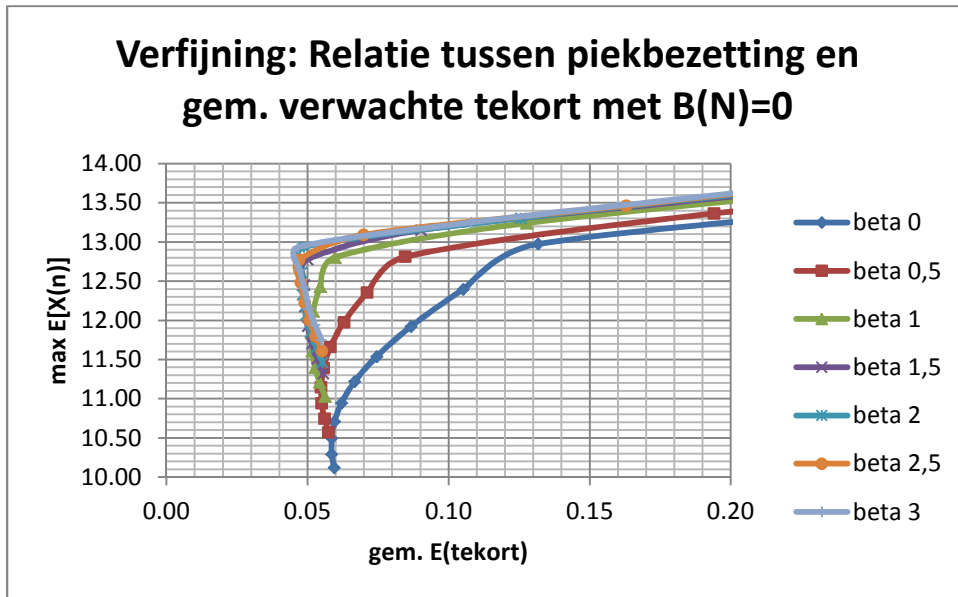


Figuur 37 Relatie tussen piekbezetting en het maximaal verwachte tekort met $B(N)=0$ (uitvergroot)

In Figuur 38 en 39 (uitvergroete versie van Figuur 38) is de relatie tussen de piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort in geval als $B(N) = 0$ weergegeven. Hier is te zien dat het verschil tussen de meest linkse punten op de lijnen $\beta = 0$ en $\beta \neq 0$ vrij klein is.

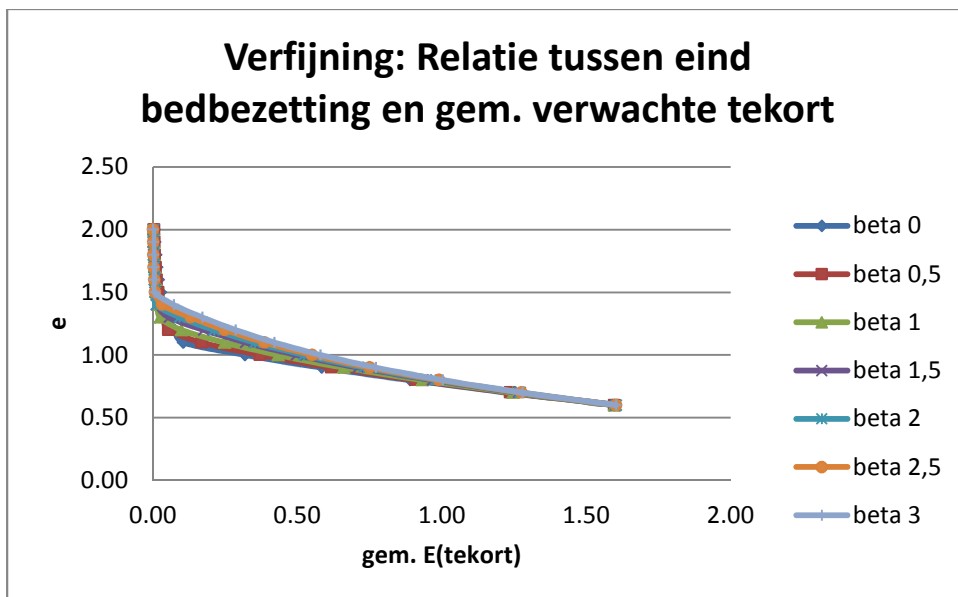


Figuur 38 Relatie tussen piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort met $B(N) = 0$

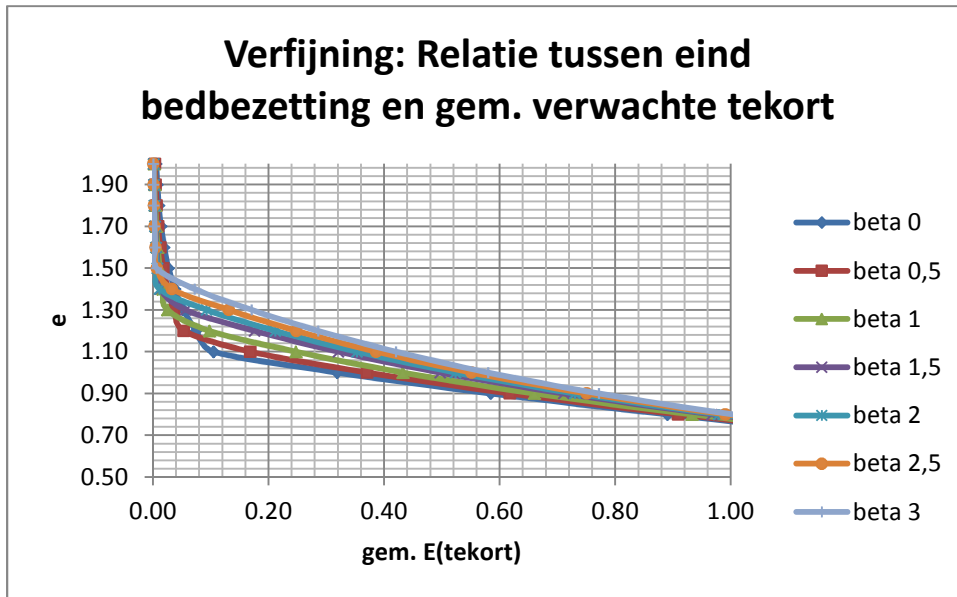


Figuur 39 Relatie tussen piekbezetting en het gemiddeld verwachte tekort met $B(N) = 0$ (uitvergroet)

In Figuur 40 en 41 (uitvergroete versie van Figuur 40) is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort over alle intervallen behalve het laatste interval weergegeven. Te zien is dat vanaf een eind bezetting van $e = 1,5$ $\beta = 0$ iets minder goed presteert dan $\beta \neq 0$. Wanneer $e \leq 1,10$ presteert juist $\beta = 0$ (iets) beter dan $\beta \neq 0$. Voor e tussen 1,20 en 1,50 presteert $\beta = 0$ voor sommige e 's iets beter en sommige e 's iets slechter. Of $\beta = 0$ beter presteert of $\beta \neq 0$ hangt van de gekozen e af. Bij zeer grote of kleine e zal het niet uitmaken welk β men kiest, want het verschil in verwacht tekort is dan zeer klein.



Figuur 40 Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort exclusief interval N



Figuur 41 Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort exclusief interval N (uitvergroet)

Gebaseerd op Figuur 35 tot en met 41, kan er geconcludeerd worden dat welk model het beter doet afhangt naar welk relatie er wordt gekeken. Figuur 40 en 41 laat zien dat het verfijnde model niet altijd beter presteert bij verschillende e 's (dus relatie tussen eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort), maar dit komt waarschijnlijk doordat er voor lage e 's niet genoeg bedden zijn. Hierdoor presteert $\beta \neq 0$ minder goed dan $\beta = 0$. $\beta \neq 0$ zal alleen nuttig zijn als er genoeg bedden zijn. Als er niet eens genoeg bedden zijn voor het gemiddelde + 1 maal de standaarddeviatie, dan heeft $\beta \neq 0$ geen nut, want het model zal dan te veel op het gemiddelde sturen en zal $\beta = 0$ het beste presteren. Als er genoeg bedden zijn voor het gemiddelde + 3 maal de standaarddeviatie, dan maakt het niet uit wat β is.

Situatie: Twee verschillende ligduurverdelingen

Er zijn situaties waarbij het verfijnde model beter presteert dan het LP2 model. Er is gekeken naar vier situaties waar er gepland wordt voor twee patiëntengroepen met twee verschillende ligduurverdelingen. De staartkansen van deze ligduurverdelingen, de grootte van de patiëntengroepen en het aantal bedden zijn in Tabel 4 en 5 weergegeven. Welke β het beste presteert wordt gebaseerd op de relatie tussen de eind bedbezetting en totaal verwachte tekort exclusief het laatste interval.

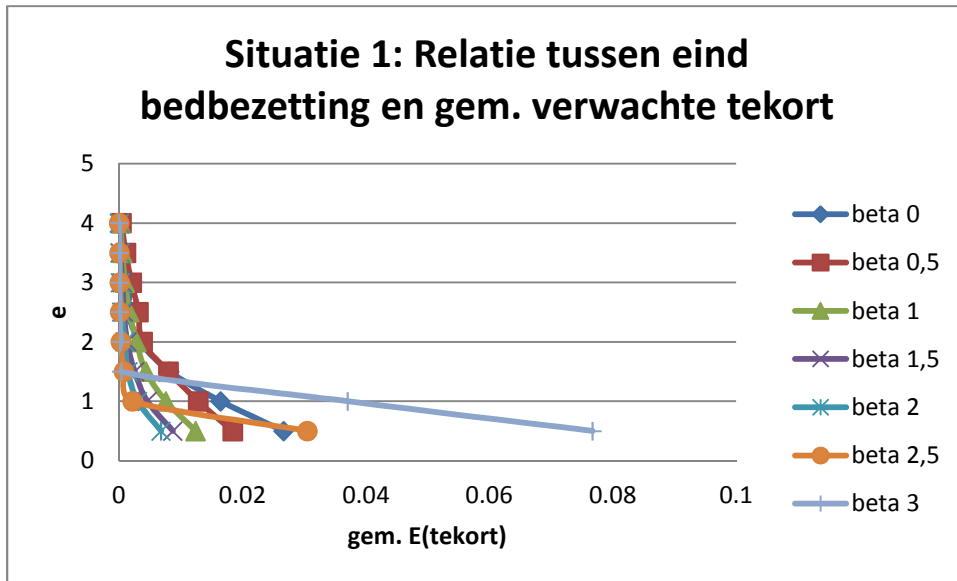
| P(S>k) | situatie 1 | | situatie 2 | | situatie 3 | | situatie 4 | |
|--------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|
| | groep 1 | groep 2 | groep 1 | groep 2 | groep 1 | groep 2 | groep 1 | groep 2 |
| k | | | | | | | | |
| 0:00 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0:30 | 0,2 | 1 | 0,2 | 1 | 1 | 1 | 0,37 | 0,96 |
| 1:00 | 0,2 | 1 | 0,2 | 1 | 1 | 1 | 0,14 | 0,86 |
| 1:30 | 0,2 | 0 | 0,2 | 1 | 1 | 1 | 0,05 | 0,74 |
| 2:00 | 0,2 | 0 | 0,2 | 1 | 1 | 1 | 0,02 | 0,62 |
| 2:30 | 0,2 | 0 | 0,2 | 1 | 1 | 1 | 0,01 | 0,50 |
| 3:00 | 0,2 | 0 | 0,2 | 0,80 | 1 | 0,86 | 0,00 | 0,41 |
| 3:30 | 0,2 | 0 | 0,2 | 0,60 | 0 | 0,71 | 0,00 | 0,32 |
| 4:00 | 0 | 0 | 0 | 0,40 | 0 | 0,57 | 0,00 | 0,25 |
| 4:30 | 0 | 0 | 0 | 0,20 | 0 | 0,43 | 0,00 | 0,20 |
| 5:00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,29 | 0,00 | 0,15 |
| 5:30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,14 | 0 | 0,12 |
| 6:00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,09 |
| 6:30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,07 |
| 7:00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,05 |
| 7:30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,04 |
| 8:00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,03 |
| 8:30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,02 |
| 9:00 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,02 |

Tabel 4 Staartkansen

| Patiëntengroep | Situatie 1 | Situatie 2 | Situatie 3 | Situatie 4 |
|----------------|------------|------------|------------|------------|
| groep 1 | 40 | 20 | 13 | 23 |
| groep 2 | 40 | 20 | 13 | 23 |
| aantal bedden | 15 | 15 | 15 | 15 |

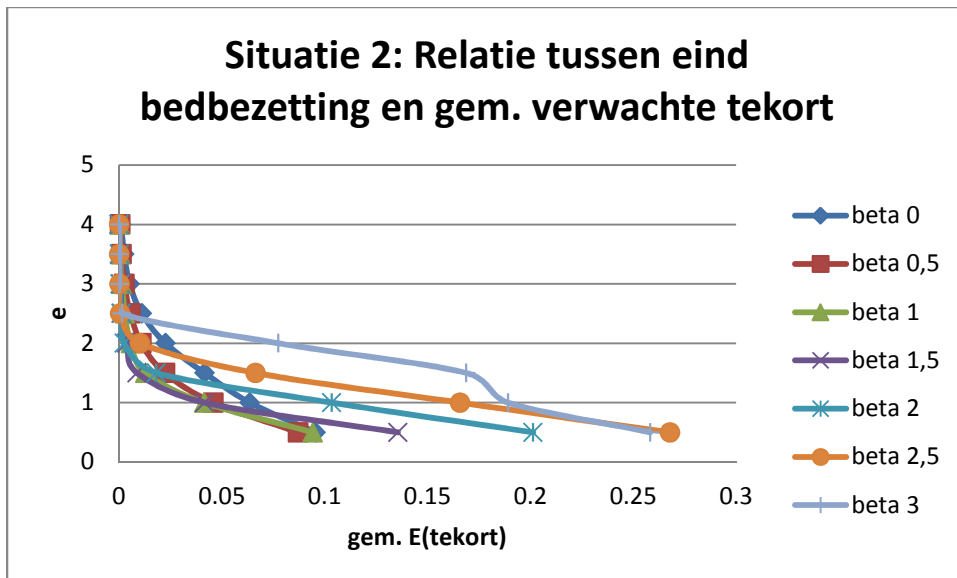
Tabel 5 Patiëntengroep

In Figuur 42 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort exclusief het laatste interval weergegeven in situatie 1. Hier bestaan beide patiëntengroepen uit 40 patiënten en zijn er 15 bedden. De eerste patiëntengroep heeft een ligduurverdeling met twee pieken met een gemiddelde ligduur kleiner dan 3,5 uur en de tweede patiëntengroep heeft een deterministisch ligduurverdeling met een gemiddelde ligduur van 1 uur. In de figuur is te zien dat $\beta = 2$ beter presteert dan $\beta = 0$ en ook het beste presteert vergeleken met de andere β 's.



Figuur 42 Situatie 1: Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort exclusief het laatste interval

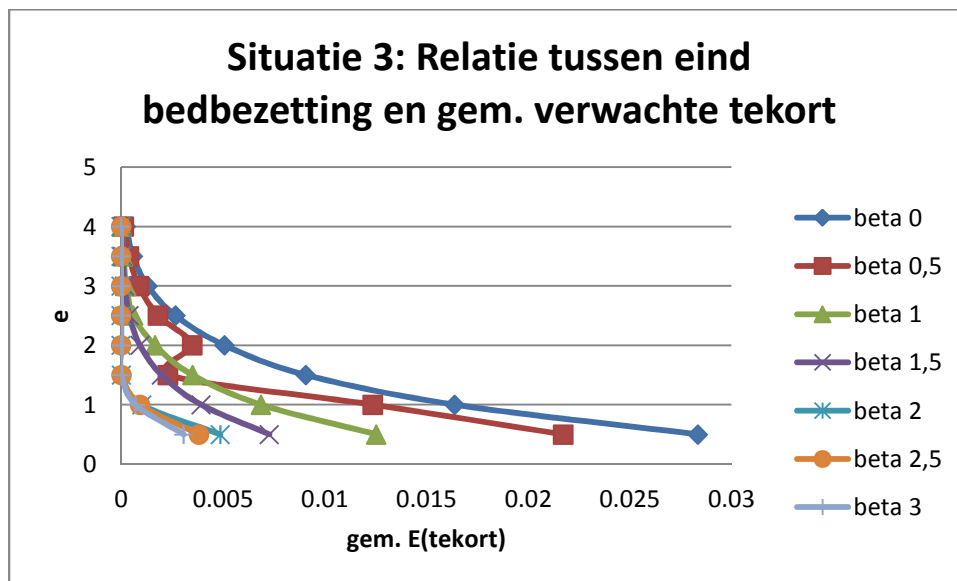
In Figuur 43 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort weergegeven in situatie 2. Hier is het aantal bedden 15 en beide patiëntengroepen hebben 20 patiënten. Een patiëntengroep heeft een ligduurverdeling met twee pieken en de andere groep heeft een uniforme verdeling tussen 2,5 en 3,5 uur. Te zien is dat $\beta = 1$ het beste presteert voor alle e 's vergeleken met de ander β 's. Zowel $\beta = 0,5$ als $\beta = 1$ presteren beter dan $\beta = 0$, maar $\beta = 1$ iets beter. Hier presteert $\beta = 2$ duidelijk veel minder goed als $e < 1,4$, voor $\beta = 2,5$ is dit als $e < 1,8$ en voor $\beta = 3$ is dit $e < 2,5$.



Figuur 43 Situatie 2: Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort exclusief het laatste interval

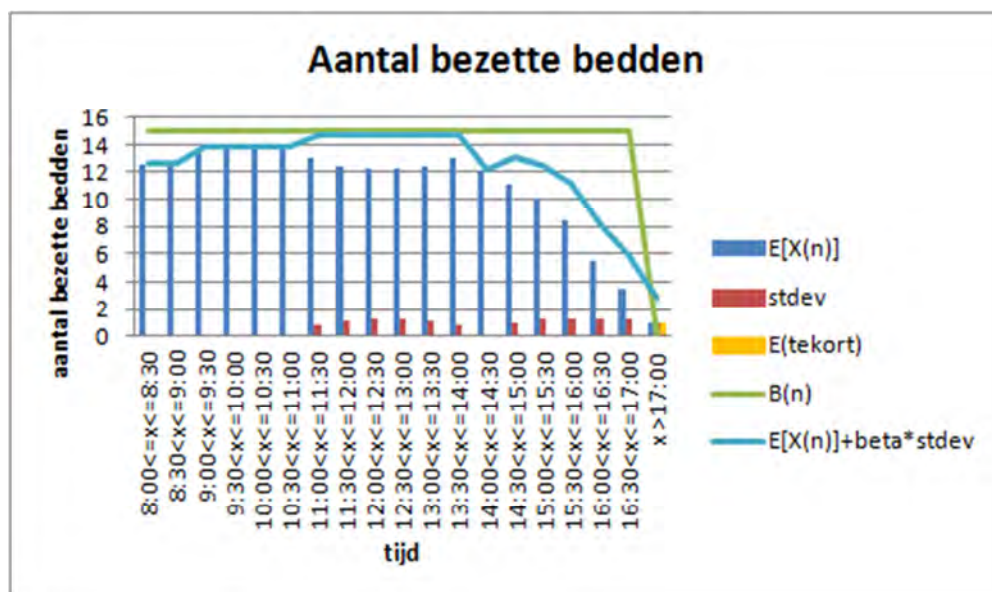
In Figuur 44 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort weergegeven in situatie 3. Hier is het aantal bedden 15 en beide patiëntengroepen hebben 13 opnames. De eerste patiëntengroep heeft een deterministische ligduurverdeling met een ligduur van 3 uur en de tweede patiëntengroep heeft een uniforme ligduurverdeling tussen 2,5 en 5,5 uur met een gemiddelde ligduur van 4 uur. In de figuur is duidelijk te zien dat $\beta = 0$ minder goed presteert

dan de andere β 's zolang $e \geq 0,5$. Vanaf $e > 4$ lijkt het erop dat het niet uitmaakt wat β is. Hier presteren $\beta = 2$ tot en met 3 ongeveer even goed. Evenals in situatie 1 heeft een groep in situatie 3 een deterministische ligduurverdeling. Deze groepen hebben een constante ligduur, dus de standaarddeviatie is gelijk aan 0. Hierdoor presteert $\beta \neq 0$ in deze twee situaties beter dan $\beta = 0$.



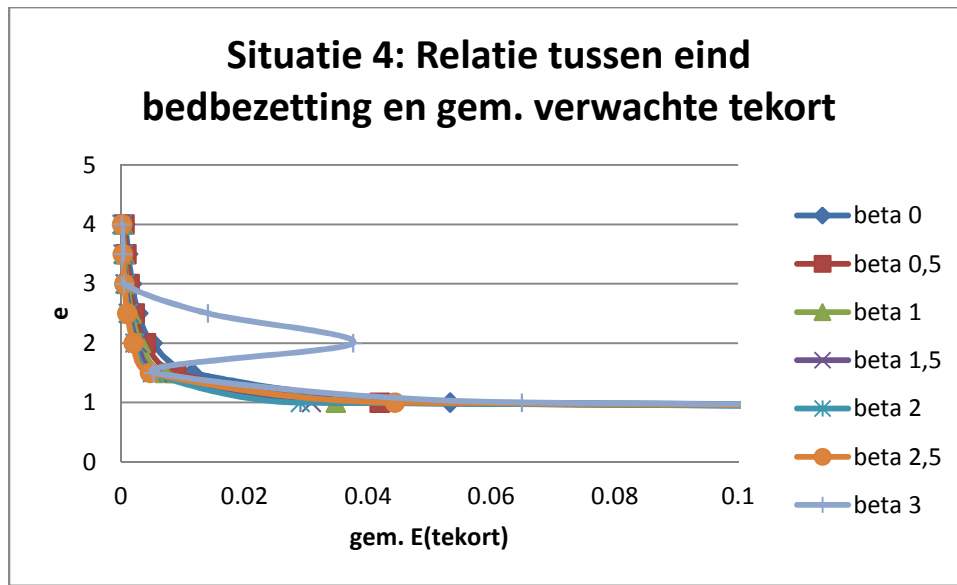
Figuur 44 Situatie 3: Relatie tussen eind bedbezetting en totaal verwachte tekort exclusief het laatste interval

Gebaseerd op Figuur 42 tot en met Figuur 44 kan er geconcludeerd worden dat het LP2 model minder goed presteert dan het verfijnde model in deze 3 situaties met ligduurverdelingen die totaal anders zijn, waarbij de standaarddeviatie zich anders gedraagt gedurende het verloop over de dag. In Figuur 45 is situatie 3 met $\beta = 2$ en $e = 1$ weergegeven. Hier is te zien dat de standaarddeviatie zich anders gedraagt gedurende het verloop over de dag. Vanaf 8:00 tot 11:00 uur is de standaarddeviatie 0 en vanaf 11:00 uur neemt deze toe terwijl het aantal bezette bedden afneemt. Wanneer het aantal bezette bedden weer toeneemt, neemt de standaarddeviatie juist af.



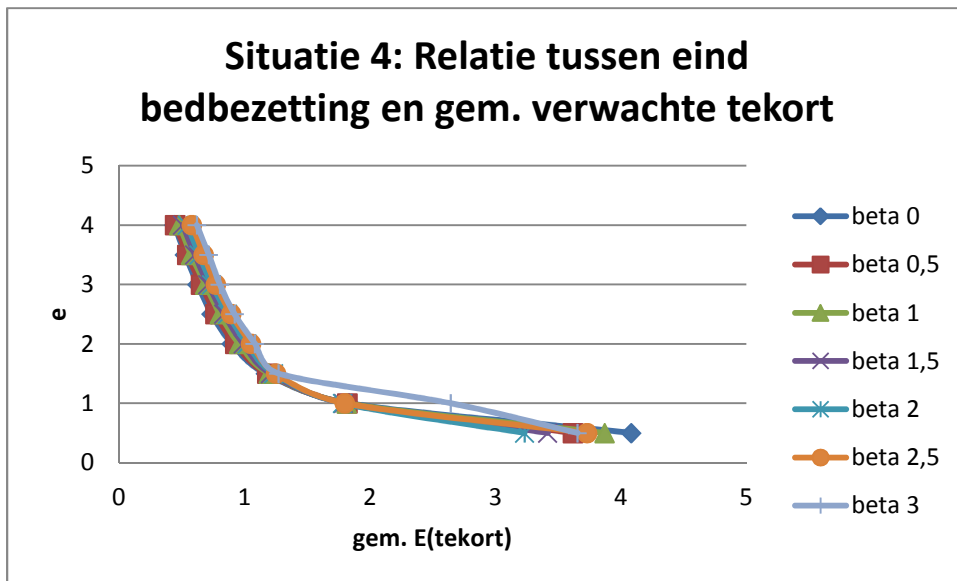
Figuur 45 Situatie 3, $\beta = 2$ met $e = 1$: Aantal bezette bedden

In Figuur 46 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort te zien in situatie 4 waarbij het aantal bedden gelijk is aan 15 en beide patiëntengroepen 23 patiënten hebben. Dit is een totaal andere situatie dan de vorige drie. De eerste patiëntengroep heeft een exponentiële ligduurverdeling met een gemiddelde van 1 uur en de tweede groep heeft een gamma verdeling met een gemiddelde van 3 uur en een standaarddeviatie van 0,47. Te zien is dat $\beta \neq 0$ iets beter presteert dan $\beta = 0$. Hier presteert $\beta = 2,5$ het beste vergeleken met de andere β 's. Hier valt het op dat $\beta = 3$ voor $1,5 < e < 3$ raar gedrag vertoont. Voor deze e 's presteert deze β het slechtst van allemaal.

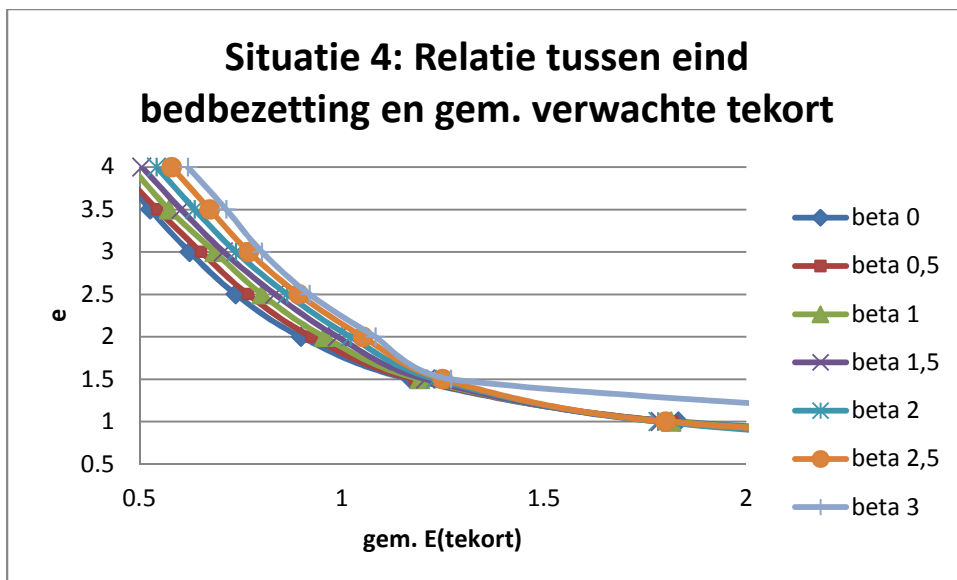


Figuur 46 Situatie 4: Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort exclusief het laatste interval

Om te kijken of het aantal beschikbare bedden invloed heeft op de keuze van de β is het aantal beschikbare bedden in situatie 4 verlaagd naar 10 bedden en verhoogd naar 20 bedden. In Figuur 47 en Figuur 49 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort te zien in geval van $B(n) = 10$. Te zien is dat in geval van $B(n) = 10$ $\beta = 0$ iets beter presteert dan de andere β 's wanneer $e \geq 1$. Als $e < 1$ dan presteert $\beta = 0$ iets minder goed. In het algemeen presteert $\beta = 0$ beter in geval van weinig bedden.

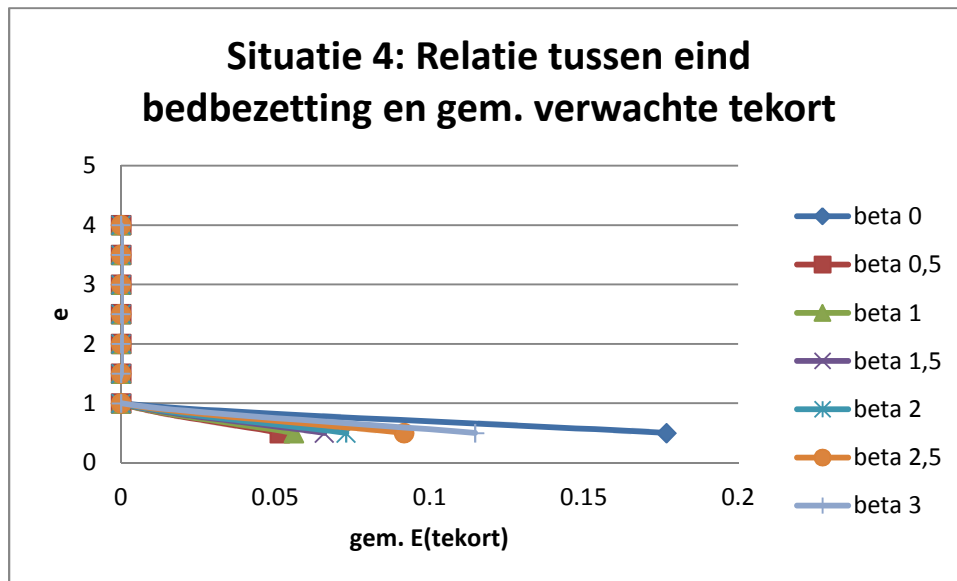


Figuur 47 Situatie 4: Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort met $B(n)=10$



Figuur 48 Situatie 4: Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort met $B(n) = 10$ (uitvergroet)

In Figuur 49 is de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort weergegeven in geval van $B(n) = 20$. Hier is te zien dat het verschil in het gemiddeld verwachte tekort tussen de verschillende β 's zo klein is dat het niet uitmaakt wat β is voor $e \geq 1$. Voor $e < 1$ presteert $\beta = 0$ wel duidelijk minder dan $\beta \neq 0$. In het algemeen zal het niks uitmaken wat β is als $B(n)$ groot is. Er is ook gekeken voor situatie 3. Hier maakt het totaal niet uit of $B(n) = 10$ of 20 is. De β 's presteren dan (ongeveer) allemaal even goed.



Figuur 49 Situatie 4: Relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort met $B(n) = 20$

In situaties waarin een van de twee patiëntengroepen een deterministische ligduur heeft, zal $\beta \neq 0$ beter presteren dan $\beta = 0$. Omdat de standaarddeviatie van een constante ligduur 0 is. Hierdoor zal de combinatie met een andere ligduur zorgen dat de standaarddeviatie zich heel anders gedraagt ten op zichte van het aantal bezette bedden. In situatie 1 is de optimale $\beta = 2$, in situatie 2 is dit $\beta = 1$ en in situatie 3 presteren $\beta = 2$, $\beta = 2,5$ en $\beta = 3$ alle drie ongeveer even goed.

Welk model het beter doet hangt af van de combinatie van de ligduren. Als een van de twee een deterministisch ligduur heeft dan doet $\beta \neq 0$ het beter dan $\beta = 0$, maar als de combinatie van de ligduren waarbij de standaarddeviatie ongeveer samen met het verloop over de dag meebeweegt, dan zal $\beta = 0$ het beter of ongeveer even goed doen.

7. Case studie

In deel 2 en 3 van het verslag worden twee case studies behandeld. Dit zijn dagbehandelingsunit Oncologie Hematologie Longenoncologie (DBU OHL) en verpleegeenheid Kortverblijf (VEKV) van het VUmc.

Voor de case studies is het model LP2 gekozen, omdat het verfijnde model niet heel veel beter presteert dan het LP2 model. Het verfijnde model doet het beter in gevallen waarbij de ligduurverdelingen totaal anders zijn waardoor de standaarddeviatie zich heel anders gedraagt dan het gemiddeld aantal bezette bedden. Een ander reden waarom voor LP2 is gekozen in plaats van het verfijnde model is omdat LP2 veel minder rekentijd in beslag neemt om tot een optimale oplossing te komen.

In beide case studies wordt de data geanalyseerd en zal er gekeken worden naar een paar scenario's.

8. Conclusie

Het probleem bij dagbehandeling is een instabiele bedbezetting over de dag heen. Voor een stabiele bedbezetting is er naar vier modellen gekeken, het QP model, LP1, LP2 en het verfijnde model. De eerst drie modellen zijn gebaseerd op de optimalisatiemodellen van Bekker et al.[6], Adan et al.[4], en Gallivan et al.[7] voor het plannen van klinische opnames. Het doel van het QP model is de gewogen som van de kwadratische afwijkingen tussen de doelbezetting en werkelijk bezetting te minimaliseren, bij LP1 is het doel juist de lineaire afwijkingen minimaliseren. In het LP2 model is het doel de bedbezetting zo stabiel mogelijk te houden en in het verfijnde model is het doel het minimaliseren van het maximaal aantal benodigde bedden. In dit model is ook de standaarddeviatie meegenomen. Wanneer dit 0 is, komt dit overeen met LP2 zolang $B(n)$ constant is.

Er is naar een paar prestatiepunten gekeken en uit de resultaten is gebleken dat LP2 het beste presteert vergeleken met QP en LP1 gebaseerd op de relatie tussen piekbezetting en eind bedbezetting, relatie tussen eind bedbezetting en gemiddeld verwachte tekort en de relatie tussen piekbezetting en maximaal verwachte tekort. Betreft de relatie tussen piekbezetting en gemiddeld verwachte tekort presteert LP2 beter dan LP1 en bijna altijd beter dan QP. In het algemeen presteert LP2 beter dan QP en LP1. Dit is te verwachten, want het doel van LP2 is het minimaliseren van de piekbezetting. Het doel van QP/LP1 is juist het minimaliseren van de kwadratisch/lineaire afwijkingen tussen de doelbezetting en werkelijk bezetting.

Uit de prestatieanalyse is gebleken dat aan het eind van de dag, wanneer de gemiddelde bedbezetting al gedaald is, de variantie nog vrij hoog kan zijn. Dus werd er geconcludeerd dat plannen alleen op basis van het gemiddelde niet echt optimaal is. Daarom is er ook gekeken naar een verfijnd model waarbij de standaarddeviatie ook in het model is opgenomen. Uit resultaten is gebleken dat het verfijnde model niet heel veel beter presteert dan het LP2 model in het geval dat patiënten een verschoven exponentiële ligduurverdeling hebben. Maar er zijn gevallen waar het verfijnde model het duidelijk beter doet dan het LP2 model. Als er alleen naar de relatie tussen de eind bedbezetting en het gemiddeld verwachte tekort wordt gekeken, maakt het niet uit wat β is, want het levert (bijna) dezelfde resultaten op ongeacht het aantal beschikbare bedden. Voor bepaalde eind bezettingen kan het zo zijn dat $\beta = 0$ bijvoorbeeld een tekort van 0,02 meer heeft dan $\beta = 0,5$ (vb. tekort $\beta = 0$ is 0,07 en $\beta = 0,5$ is 0,05). In dat geval kan gezegd worden dat $\beta = 0$ iets slechter presteert bij deze eind bedbezettingen, maar het verschil tussen de tekorten is klein. In sommige gevallen maakt het wel uit wat β is, bijvoorbeeld wanneer twee patiëntengroepen totaal verschillende ligduurverdelingen hebben, de ene groep heeft een deterministische ligduurverdeling en de andere groep een uniforme verdeling. Voor de case studies is er voor het LP2 model gekozen, omdat er in de praktijk niet voorkomt dat patiëntengroep zulke ligduurverdelingen hebben. Een andere reden is dat het LP2 model veel minder rekentijd in beslag neemt dan het verfijnde model om tot een optimale oplossing te komen.

Referenties

- [1] <http://www.cbs.nl/nl-nl/menu/themas/gezondheid-welzijn/publicaties/artikelen/archief/2010/2010-3047-wm.htm>
- [2] <http://www.cbs.nl/nl-NL/menu/themas/gezondheid-welzijn/cijfers/extra/2010-ziekenhuisopname.htm>
- [3] Green, L.V., Kolesar, P.J., Whitt, W., Coping with Time-Varying Demand When Setting Staffing Requirements for a Service System, *Production and Operations Management Vol. 16, No. 1, January-February (2007)*, pp. 13-39
- [4] Adan, I., Bekkers, J., Dellaert, N., Vlssers, J., Yu, X., Patient mix optimisation and stochastic resource requirements: A case study in cardiothoracic surgery planning, *Health Care Management Science (2009) 12:129-141*
- [5] Utley, M., Gallivan, S., Analytical Methods for Calculating the Capacity Required to Operate an Effective Booked Admissions Policy for Elective Inpatient Services, *Health Care Management Science (2003) 6, 97-104*
- [6] Bekker, R., Koeleman, P.M., Scheduling admissions and reducing variability in bed demand, *Health Care Management Science (2011) 14:237-249*
- [7] Gallivan, S., Utley, M., Modelling admissions booking of elective in-patients into a treatment centre, *IMA Journal of Management Mathematics (2005) 16, 305-315*

Bijlage 1

| | n | λ | | n | λ |
|----------------|----------|----------|----------------|----------|----------|
| 8:00<=x<=8:15 | 0 | 1 | 12:45<x<=13:00 | 19 | 1 |
| 8:15<x<=8:30 | 1 | 0 | 13:00<x<=13:15 | 20 | 1 |
| 8:30<x<=8:45 | 2 | 1 | 13:15<x<=13:30 | 21 | 1 |
| 8:45<x<=9:00 | 3 | 1 | 13:30<x<=13:45 | 22 | 1 |
| 9:00<x<=9:15 | 4 | 1 | 13:45<x<=14:00 | 23 | 0 |
| 9:15<x<=9:30 | 5 | 0 | 14:00<x<=14:15 | 24 | 1 |
| 9:30<x<=9:45 | 6 | 0 | 14:15<x<=14:30 | 25 | 1 |
| 9:45<x<=10:00 | 7 | 1 | 14:30<x<=14:45 | 26 | 1 |
| 10:00<x<=10:15 | 8 | 0 | 14:45<x<=15:00 | 27 | 1 |
| 10:15<x<=10:30 | 9 | 1 | 15:00<x<=15:15 | 28 | 0 |
| 10:30<x<=10:45 | 10 | 1 | 15:15<x<=15:30 | 29 | 0 |
| 10:45<x<=11:00 | 11 | 1 | 15:30<x<=15:45 | 30 | 0 |
| 11:00<x<=11:15 | 12 | 0 | 15:45<x<=16:00 | 31 | 0 |
| 11:15<x<=11:30 | 13 | 0 | 16:00<x<=16:15 | 32 | 0 |
| 11:30<x<=11:45 | 14 | 0 | 16:15<x<=16:30 | 33 | 0 |
| 11:45<x<=12:00 | 15 | 1 | 16:30<x<=16:45 | 34 | 0 |
| 12:00<x<=12:15 | 16 | 0 | 16:45<x<=17:00 | 35 | 0 |
| 12:15<x<=12:30 | 17 | 1 | x>17:00 | 36 | 0 |
| 12:30<x<=12:45 | 18 | 1 | | | |

Tabel 6 Opnameplanning prestatieanalyse

Bijlage 2

Waarden in geval van $B(N) = 0$

QP

| w | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,905 | 0,91 | 0,915 | 0,92 | 0,925 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|-------|------|-------|
| max E[X(n)] | 9,12 | 9,05 | 9,27 | 9,18 | 9,23 | 9,19 | 9,17 | 9,19 | 9,51 | 9,80 | 9,61 | 9,77 | 9,75 | 9,73 | 9,75 |
| EX(N) | 3,65 | 3,65 | 3,61 | 3,57 | 3,56 | 3,50 | 3,46 | 3,40 | 3,25 | 2,94 | 2,93 | 2,90 | 2,87 | 2,84 | 2,82 |
| max E(tekort) 0..N | 3,65 | 3,65 | 3,61 | 3,57 | 3,56 | 3,50 | 3,46 | 3,40 | 3,25 | 2,94 | 2,93 | 2,90 | 2,87 | 2,84 | 2,82 |
| gem. E(tekort) | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,10 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 |

| w | 0,93 | 0,935 | 0,94 | 0,945 | 0,95 | 0,955 | 0,96 | 0,965 | 0,97 | 0,975 | 0,98 | 0,985 | 0,99 | 0,995 | 1 |
|--------------------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| max E[X(n)] | 9,75 | 9,83 | 9,87 | 9,97 | 10,04 | 10,05 | 10,14 | 10,43 | 10,39 | 10,61 | 10,76 | 11,06 | 11,38 | 12,40 | 19,00 |
| EX(N) | 2,78 | 2,75 | 2,70 | 2,65 | 2,58 | 2,53 | 2,47 | 2,39 | 2,30 | 2,20 | 2,08 | 1,91 | 1,72 | 1,40 | 0,57 |
| max E(tekort) 0..N | 2,78 | 2,75 | 2,70 | 2,65 | 2,58 | 2,53 | 2,47 | 2,39 | 2,30 | 2,20 | 2,08 | 1,91 | 1,72 | 1,40 | 6,00 |
| gem. E(tekort) | 0,08 | 0,08 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,08 | 1,66 |

LP1

| w | 0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 0,905 | 0,91 | 0,915 | 0,92 | 0,925 |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| max E[X(n)] | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 |
| EX(N) | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 |
| max E(tekort) 0..N | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 |
| gem. E(tekort) | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |

| w | 0,93 | 0,935 | 0,94 | 0,945 | 0,95 | 0,955 | 0,96 | 0,965 | 0,97 | 0,975 | 0,98 | 0,985 | 0,99 | 0,995 | 1 |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| max E[X(n)] | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 10,86 | 11,10 | 12,14 | 13,95 | 19,00 | 19,00 |
| EX(N) | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,63 | 1,56 | 1,40 | 0,79 | 0,57 |
| max E(tekort) 0..N | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,64 | 1,63 | 1,56 | 1,40 | 6,00 | 6,00 |
| gem. E(tekort) | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,07 | 0,13 | 1,07 | 1,66 |

LP2

| e | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| max EX(n) | 18,58 | 16,99 | 15,69 | 14,60 | 13,70 | 12,98 | 12,39 | 11,92 | 11,54 | 11,22 | 10,95 | 10,71 | 10,49 | 10,29 | 10,12 |
| EX(N) | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 | 1 | 1,1 | 1,2 | 1,3 | 1,4 | 1,5 | 1,6 | 1,7 | 1,8 | 1,9 | 2 |
| max E(tekort) 0..N | 5,58 | 3,99 | 2,70 | 1,73 | 1,09 | 1,17 | 1,26 | 1,36 | 1,45 | 1,55 | 1,65 | 1,74 | 1,84 | 1,93 | 2,03 |
| gem. E(tekort) | 1,57 | 1,21 | 0,89 | 0,60 | 0,34 | 0,13 | 0,11 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 | 0,06 |

| e | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,9 | 3 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| max EX(n) | 9,95 | 9,80 | 9,66 | 9,53 | 9,41 | 9,29 | 9,18 | 9,08 | 8,98 | 8,89 | 8,81 | 8,73 | 8,65 | 8,57 | 8,50 | 8,44 |
| EX(N) | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,9 | 3 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| max E(tekort) 0..N | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 | 2,6 | 2,7 | 2,8 | 2,9 | 3 | 3,1 | 3,2 | 3,3 | 3,4 | 3,5 | 3,6 |
| gem. E(tekort) | 0,06 | 0,06 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,08 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,09 | 0,10 |

