

Marktwaaarde van Winstdeling bij Garantiecontracten

T.R. Bank



© 2006

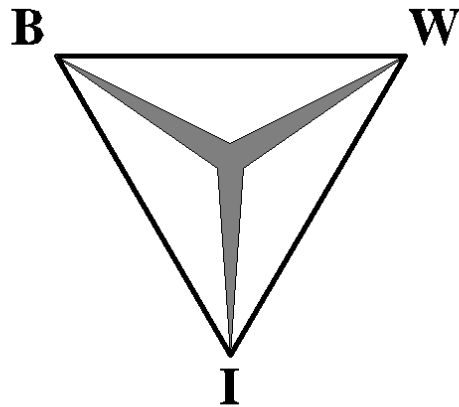


vrije Universiteit *amsterdam*





INTENTIONALLY LEFT BLANK



Bedrijfswiskunde & Informatica

1114271

Watson Wyatt

Pensioengroep Purmerend

Stationsweg 13-14

1441 EJ Purmerend

Vrije Universiteit

Faculteit der Exacte Wetenschappen

Divisie Wiskunde en Informatica

De Boelelaan 1081a

1081 HV Amsterdam



INTENTIONALLY LEFT BLANK



Voorwoord

De hamster is een solitaire soort die in een zelf gegraven gangenstelsel woonachtig is. Zo'n stelsel bevat o.a. kamers voor voedselvoorraden. De hamster komt 's avonds en 's nachts uit zijn hol om te eten. Het voedsel bewaart hij in zijn wangzakken en neemt het mee naar zijn voedselvoorraden waar hij zijn wangzakken leegt met zijn voorpoten. De voedselvoorraad kan tot 65 kilogram aan voedsel beslaan. Een voorraad voor later.

Het verslag van deze stage is de afsluiting van de Master Bedrijfswiskunde en Informatica aan de Vrije Universiteit te Amsterdam. Het onderzoek is verricht bij de pensioengroep van het actuariële adviesbureau Watson Wyatt te Purmerend. Naast de hele groep wil ik in het bijzonder de volgende mensen bedanken voor de begeleiding en geboden hulp tijdens mijn afstudeerstage: Bart Weijers, Hamadi Zaghdoudi, Onne Meulebeek en Jeroen Schilder.

Mijn begeleider vanuit de VU, André Lucas, wil ik hartelijk danken voor zijn ideeën en de tijd die hij voor mij heeft vrij gemaakt. Tot slot wil ik binnen de universiteit Bert Kersten bedanken als tweede lezer van dit verslag.

Terrence Bank

September 2006

Voor alle hamsters



Samenvatting

Pensioenverplichtingen worden al jaren contant gemaakt tegen een vaste rente van veelal 4%. Door de op handen staande invoering van het FTK en nieuwe internationale jaarrekeningstandaarden door het IAS dienen bezittingen en verplichtingen nu en in de toekomst op basis van fair value oftewele marktwaaarde gewaardeerd te worden. Dit geldt al of gaat ook gelden voor verzekeringscontracten.

Een veel voorkomende vorm van verzekeringscontracten zijn garantiecontracten. Deze onderscheiden zich van kapitaalcontracten door een minimum rendementsgarantie op gestorte premies en koopsommen. Deze garantiecontracten kunnen onderverdeeld worden in contracten met een contante rentekortingstelsel (evt. met vervolgekorting), een overrente-aandeelsysteem, een gesepareerd beleggingsdepot en contracten met technische winstdeling.

Garantiecontracten met een overrente-aandeelsysteem zijn één van de meest voorkomende contractsvormen. Naast de rentegarantie deelt de verzekeraar ook het eventuele extra behaalde rendement boven de rekenrente. Om de marktwaaarde van deze contracten te bepalen, dient gezocht te worden naar een pakket beleggingen dat exact dezelfde kasstromen genereert. Dit kan met een combinatie van obligaties, swaps en swaptions.

Indien men puur de garantie wil waarderen, dient dit gedaan te worden aan de hand van een receiver swap en één of meerdere receiver swaptions. Voor de waardering van de winstdeling dient gebruik gemaakt te worden van een payer swap en één of meerdere payer swaptions. In dit verslag is de waarde van deze rentederivaten bepaald met het Hull-White model.

In de praktijk ziet men vaak dat de overrente bepaald wordt aan de hand van een externe maatstaf. Het u-rendement wordt hier veel voor gebruikt wat gelijk is aan een gewogen gemiddelde van door de Nederlandse staat uitgegeven leningen met resterende looptijden van 2 tot 15 jaar. Verder kan het ook zijn dat de premies en koopsommen gedurende langere tijd in beleggingstranches van 10 jaar tegen het u-rendement belegd worden. Aan de hand van welke maatstaf de overrente bepaald wordt, is uiteraard van invloed op de marktwaaarde. De marktwaaarde van een voorbeeldcontract is berekend op basis van zowel de rentetermijnstructuur, het u-rendement en op basis van de beleggingstranches. De marktwaaarde van



het contract is het hoogst indien er bij de bepaling van de overrente gebruik wordt gemaakt van het u-rendement. Doch ligt die marktwaaarde dicht in de buurt van de marktwaaarde op basis van de rentetermijnstructuur. De marktwaaarde op basis van tranches is een stuk lager door het vertraagde effect van rentewijzigingen. Verder is er een duidelijke relatie tussen de ontwikkeling van de marktrente en de marktwaaarde van de winstdeling en garanties.

Er wordt in de praktijk vaak gebruik gemaakt van een gestileerde methode om de marktwaaarde pragmatisch te benaderen. Deze methode baseert zich ook op de rentetermijnstructuur maar de waarde die uit deze methode voortkomt, blijkt niet eens in de buurt te komen van de daadwerkelijke marktwaaarde. Bezinning over deze gestileerde methode wordt dus aanbevolen.



Inhoudsopgave

Voorwoord	5
Samenvatting	6
1 Inleiding.....	10
2 Pensioen in Nederland	12
2.1 Eerste pijler	12
2.2 Tweede pijler	13
2.3 Derde pijler.....	15
3 Pensioenfondsen & Verzekeraars.....	17
3.1 Financieel Toetsingskader	18
3.2 International Financial Reporting Standards	21
3.3 Context verzekeringscontracten	22
4 Verzekeringscontracten	23
4.1 Pensioenrisico's	23
4.2 Embedded options	24
4.3 Prijs van een verzekeringscontract	25
4.4 Vormen van verzekeringscontracten	26
4.5 Garantiecontracten	27
4.5.1 Contante rentekortingstelsel (TL/UL-korting).....	27
4.5.2 Contante rentekortingstelsel met vervolgekorting	29
4.5.3 Overrente-aandeelsysteem	29
4.5.4 Gesepareerd beleggingsdepot	29
4.5.5 Technische winstdeling	30
4.6 Functie van een garantiecontract	31
5 Optietheorie.....	35
5.1 Opties	35
5.2 Swaps	37
5.3 Swaptions.....	38
6 Marktwaaarde van garantiecontracten	41
6.1 Deterministische waarderingsmethoden	42
6.2 Stochastische waarderingsmethoden	43
6.3 Waardering garantiecontracten	44
6.3.1 Basis garantiecontract	44
6.3.2 Contante rentekortingstelsel	45
6.3.3 Contante rentekortingstelsel met vervolgekorting	45
6.3.4 Overrente-aandeelsysteem	45
6.3.5 Gesepareerd beleggingsdepot	48



7	Het Hull-White Model	49
7.1	Rentes	49
7.2	Het short rate model	51
7.3	Waarderen van rentederivaten.....	54
7.3.1	Coupon obligaties.....	55
7.3.2	Floating rate obligaties.....	56
7.3.3	Swaps	57
7.3.4	Swaptions	57
8	Resultaten Marktwaaarde	61
8.1	Marktwaaarde in de praktijk.....	61
8.2	Marktwaaarde o.b.v. rentetermijnstructuur	64
8.3	Marktwaaarde o.b.v. u-rendement	68
8.4	Marktwaaarde o.b.v. tranches	70
8.5	Samenvatting resultaten	71
8.6	Beperkingen model	73
9	Conclusies & aanbevelingen	75
9.1	Conclusies	75
9.2	Aanbevelingen.....	76
	Bronvermelding	77
	Bijlage I Gebruikte afkortingen.....	78
	Bijlage II Sterftetafels en actuariële factoren.....	79
	Bijlage III Het Hull-White model in Excel	82
	Bijlage IV Marktwaaarde winstdeling & garantie	84



1 Inleiding

Een groot aantal producten van verzekeraars bevat garanties of zogenaamde embedded options zoals een minimum rendementsgarantie die vaak in combinatie met langlopende verzekeringsproducten wordt aangeboden zoals verzekeringscontracten voor de pensioenopbouw. Deze garanties zijn steeds meer in de belangstelling komen te staan sinds ze in 2000 door onderschatting bijna voor de ondergang van Equitable Life hadden gezorgd, Englands oudste verzekeringsmaatschappij. Ook sterk dalende aandelenkoersen en rentestanden hebben er aan bijgedragen dat men meer oog voor garantieproducten kreeg.

Verzekeringscontracten met een rendementsgarantie worden vaak aangeduid als garantiecontracten. Een andere veel voorkomende embedded option is winstdeling. Hier is sprake van indien een verzekeraar een hoger rendement behaalt dan de garantie oftewel rekenrente en dit extra rendement deelt met de polishouder.

Verplichtingen van verzekeraars alsook pensioenfondsen bestaan uit schattingen over toekomstige betalingen die gedaan moeten worden aan de verzekeringnemer als deze bijvoorbeeld met pensioen gaat. Die geschatte bedragen werden voorheen contant gemaakt tegen een vaste rente, vaak 4%. Ter bevordering van meer transparantie en convergentie van boekhoudstandaarden bij pensioenfondsen en verzekeraars dienen pensioenverplichtingen tegenwoordig gewaardeerd te worden op basis van fair value. Dit blijkt uit het Financiële Toetsingskader (FTK) waarin dit expliciet gesteld wordt. Het FTK is de opvolger van de Actuariële Principes Pensioenfondsen (APP) welke bestaan uit een aantal voorschriften om te zorgen dat voldoende voorzichtigheid in acht genomen wordt bij de vaststelling van de financiële opzet van pensioenfondsen en bij de invulling die hieraan in de praktijk wordt gegeven. Het FTK zal waarschijnlijk op 1 januari 2007 zijn intrede doen en waardering op basis van een constante rekenrente van 4% is dan niet meer toegestaan.

De onlangs ingevoerde International Financial Reporting Standards (IFRS) is van grote invloed geweest op de invulling van het FTK. Basis van het IFRS is dan ook rapporteren op basis van fair value. Deze gelden voor alle beleggingen en verplichtingen van verzekeraars en pensioenfondsen en dus ook voor verzekeringscontracten. Voor zowel het FTK als de IFRS geldt dat bij de waardering niet alleen gekeken moet worden naar toekomstige verwachte kasstromen maar ook naar embedded options zoals rendementsgaranties en winstdelingen.



Fair value waardering betekent dat (een benadering van) de marktwaaarde bepalend is voor de prijs die aan een te waarderen object (bijvoorbeeld een verzekeringscontract) wordt toegekend. Dus garantiecontracten dienen gewaardeerd te worden op basis van in de markt observeerbare prijzen. Er zal blijken dat het bij het bepalen van de marktwaaarde van zulke contracten belangrijk is om zo'n contract te vertalen naar verschillende opties. Er zal gezocht worden naar een pakket beleggingen dat exact het kasstroompatroon van de verzekeringen nabootst, ook wel een replicerende portefeuille genoemd. Er zal hierbij voornamelijk gekeken worden naar garantiecontracten met winstdeling.

De winstdeling, ook wel een overrente-aandeelsysteem genoemd, kan bepaald worden op basis van de marktrente maar in de praktijk gebeurt dit vaak op basis van het u-rendement. Gestorte premies en/of koopsommen worden vaak ook nog gedurende langere periodes tegen een bepaald u-rendement belegd. Dit gebeurt dan in zogenaamde tranches. Er zal naar alledrie de mogelijkheden gekeken worden in dit verslag.

Door de invoering van het FTK en de IFRS zullen op termijn alle pensioenfondsen en verzekeraars hun jaarverslag moeten presenteren op basis van de marktwaaarde van hun bezittingen en verplichtingen. De in dit verslag behandelde technieken zijn daarom van groot belang. Belangrijke Nederlandse auteurs op dit gebied zijn bijvoorbeeld P. Bouwknecht, A. Pelsser en R. Plat. De eerste twee hebben ook veel internationale publicaties hebben gedaan.

In het volgende hoofdstuk zal eerst gekeken worden naar het huidige Nederlandse pensioenstelsel. Het vervolg van dit verslag zal dan voornamelijk gebaseerd zijn op de tweede pijler waartoe het aanvullend pensioen behoort. Dit is een secundaire arbeidsvoorwaarde in ons land waarbij het gebruik van garantiecontracten veelvuldig voorkomt.

Vervolgens zal wat uitgebreider ingegaan worden op de context van deze scriptie waarna in hoofdstuk 4 een uitgebreid overzicht wordt gegeven van allerlei soorten verzekeringscontracten en eigenschappen daarvan.

In hoofdstuk 5 zal wat optietheorie behandeld worden wat een inleiding is voor hoofdstuk 6 waarin gekeken wordt hoe op verschillende manieren de marktwaaarde van een garantiecontracten bepaald kan worden. Eén manier is met behulp van een stochastisch rentemodel zoals het Hull-White model wat in hoofdstuk 7 aan bod komt. In hoofdstuk 8 is dit model aangewend om de marktwaaarde van een garantiecontract met winstdeling te bepalen waarbij er ook naar de waarde van de garanties wordt gekeken. Tot slot worden er in hoofdstuk 9 conclusies getrokken.

2 Pensioen in Nederland

Pensioen is een inkomen voor de tijd dat men niet meer werkt op latere leeftijd. In Nederland bestaat het pensioenstelsel uit drie pijlers waarbij onderscheid wordt gemaakt naar pensioenvormen bij ouderdom, overlijden en arbeidsongeschiktheid.

Het drie pijlersysteem in Nederland opgesplitst naar voorzieningen voor ouderdom, overlijden en arbeidsongeschiktheid			
	1e Pijler	2e Pijler	3e Pijler
Ouderdom	AOW	Ouderdompensioen	Lijfrente / Kapitaalverzekering
Overlijden	ANW	Nabestaanden- pensioen	Lijfrente / Kapitaalverzekering
Arbeids- ongeschiktheid	WAO	Arbeidsongeschikt- heidspensioen / Premievrijstelling bij arbeidsongeschiktheid	Arbeidsongeschikt- heidsverzekering / Premievrijstelling bij arbeidsongeschiktheid

Figuur 2.1: Drie pijlersysteem

2.1 Eerste pijler

Tot de eerste pijler behoren de voorzieningen die door de overheid zijn getroffen. Deze zijn onder te verdelen in uitkeringen bij ouderdom (AOW), overlijden (ANW) en arbeidsongeschiktheid (WAO).

De AOW staat voor Algemene Ouderdoms Wet en vormt een basispensioen welke voorziet in een levenslange uitkering vanaf de 65-jarige leeftijd. In beginsel is iedereen die in Nederland woont, vanaf de 15-jarige leeftijd verplicht verzekerd voor de AOW. Hierbij zorgt de Belastingdienst voor de premieheffing door de premies gezamenlijk met het bedrag van de loon- en inkomstenbelasting te innen (17,9%). De hoogte van de AOW-uitkering is gekoppeld aan het netto minimumloon. De AOW is dus niet inkomensafhankelijk, maar wel afhankelijk van het aantal jaren dat iemand in Nederland heeft gewoond. Voor mensen die van hun 15e tot 65e levensjaar in Nederland hebben gewoond is een volledig AOW-pensioen beschikbaar. Anders groeit het pensioen met 2% voor elk jaar dat men in die periode in Nederland heeft gewoond.

De uitkering van overheidswege bij overlijden is de uitkering aan nabestaanden op grond van de Algemene Nabestaandenwet (ANW). Als nabestaanden worden aangemerkt de partner en volle wezen jonger dan 16 jaar. De hoogte van de ANW-uitkering is gekoppeld aan het netto



minimumloon en is ook afhankelijk van het inkomen van de nabestaanden.

Bij arbeidsongeschiktheid is er voor werknemers de Wet op de Arbeidsongeschiktheidsverzekering (WAO) waarvoor in beginsel alle werknemers verzekerd zijn. De hoogte van de uitkering is afhankelijk van de mate van arbeidsongeschiktheid waarbij de uitkering maximaal 70% van het maximumdagloon bedraagt. Deze wet blijft uitsluitend bestaan voor de oude gevallen sinds de WAO op 1 januari 2006 is vervangen door de Wet Werk en Inkomen naar Arbeidsvermogen (WIA). Deze wet geldt voor werknemers die op of na 1 januari 2004 arbeidsongeschikt zijn geworden. Zij kunnen na twee jaar loondoorbetaling van maximaal 170% in aanmerking komen voor een WIA-uitkering. Deze uitkering bedraagt net als de WAO ook maximaal 70% van het maximumdagloon en is ook afhankelijk van de mate van arbeidsongeschiktheid. In de nieuwe wet staat werken voorop. Werknemers en werkgevers worden met financiële prikkels gestimuleerd er alles aan te doen om gedeeltelijk arbeidsongeschikten aan het werk te helpen of te houden.

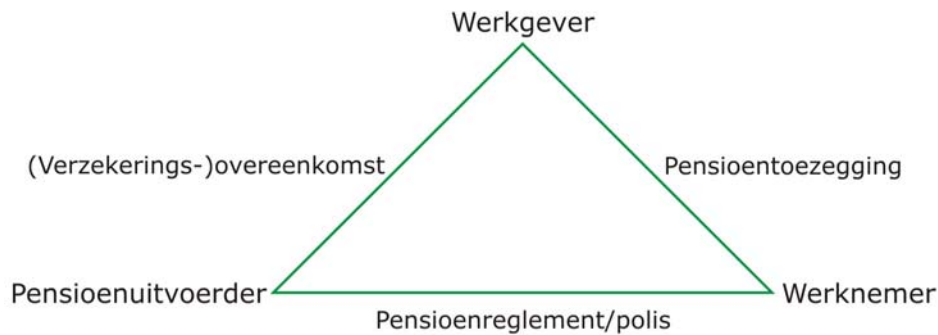
Voor zelfstandigen gold tot augustus 2004 de Wet Arbeidsongeschiktheidsverzekering Zelfstandigen (WAZ) welke sterk leek op de WAO. Tegenwoordig kunnen zelfstandigen terecht bij een particuliere verzekeraar.

De financiering van de voorzieningen in de eerste pijler gebeurt middels het omslagstelsel. Dit houdt in dat de premies die nu door de actieven betaald worden, aangewend worden om aan de huidige gepensioneerden de uitkeringen te betalen. Hierbij worden dus geen reserves opgebouwd wat problemen zal opleveren voor de betaalbaarheid van met name de AOW door de toenemende vergrijzing. Mogelijke maatregelen in de toekomst kunnen zijn om hogere premies te heffen, de pensioenleeftijd te verhogen of niet-actieven ook mee te laten betalen aan de AOW.

2.2 Tweede pijler

Tot de tweede pijler behoren de voorzieningen die verzorgd worden in overleg tussen werkgever en werknemer respectievelijk de sociale partners. Hiertoe behoort het aanvullend pensioen waar een werknemer als gevolg van het verrichten van werkzaamheden in dienstbetrekking recht op heeft, een secundaire arbeidsvoorwaarde. Ook bij pensioen uit de tweede pijler kan een onderscheid worden gemaakt naar een uitkering bij ouderdom, overlijden en arbeidsongeschiktheid.

Het ouderdomspensioen is de voornaamste oudedagsvoorziening in de tweede pijler. Het pensioen wordt opgebouwd door de werknemer en werkgever die beiden premie betalen aan een pensioenfonds of aan een verzekeraar. Een pensioenfonds kan zijn een bedrijfstakpensioenfonds, een ondernemingspensioenfonds of een beroepspensioenfonds. Voor directeur-grotaandeelhouders bestaat de mogelijkheid pensioen in de eigen BV op te bouwen.



Figuur 2.2: Relaties tussen partijen in een pensioenregeling

De opgespaarde pensioenpremie zorgt te zijner tijd voor het zogenaamde pensioenkapitaal waarvan de uitkering kan worden gedaan. Voor de financiering binnen de tweede pijler is in Nederland het zogenaamde kapitaaldeckingsstelsel verplicht gesteld wat inhoudt dat iedere actieve deelnemer voor zijn eigen pensioen spaart.

Kenmerkend voor de fiscaliteit van het aanvullende pensioen is de omkeerregeling. De ingelegde premie wordt niet belast, de uitkering daarentegen wel waarbij de hoogte van de inleg is gelimiteerd.

Binnen een goede pensioenregeling is de hoogte van de uitkering (inclusief AOW-uitkering) bij een dienstverband van 35 jaar 70% van het laatstverdiende salaris met een absoluut maximum van 100%. Zo'n pensioen gebaseerd op het eindloon is een vorm van defined benefit (DB) oftewel het beschikbare uitkeringssysteem. Hierbij neemt het pensioenfonds het beleggingsrisico voor zijn rekening. Naast de eindloonregeling bestaat er ook een zogenaamde middelloonregeling waarbij de hoogte van het ouderdomspensioen is gebaseerd op het gemiddelde salaris dat tijdens het deelnemerschap aan de pensioenregeling heeft gegolden.

Tegenover de defined benefit staat de defined contribution (DC) oftewel het beschikbare premiesysteem. Hierbij neemt de pensioenbegunstigde het beleggingsrisico voor zijn eigen rekening. Er worden dus geen garanties gegeven over de uiteindelijke hoogte van het pensioen.



Als een werknemer komt te overlijden, volgt een uitkering aan zijn nabestaanden op grond van het nabestaandenpensioen. Nabestaanden zijn de partner van de werknemer en eventuele kinderen. De hoogte van de uitkeringen is voor beide categorieën verschillend. Voor een partner bedraagt het nabestaandenpensioen maximaal 70% van het ouderdomspensioen. Het wezenpensioen bedraagt maximaal 14% (of 28% in geval van een volle wees) van het ouderdomspensioen.

In aanvulling op de uitkering bij arbeidsongeschiktheid uit de eerste pijler (WAO/WIA) bestaat de mogelijkheid van een arbeidsongeschiktheidspensioen. Over het algemeen bestaat deze aanvulling uit 70% van het inkomen boven het maximum dagloon.

2.3 Derde pijler

In de derde pijler bevinden zich de voorzieningen die individueel en vrijwillig door iemand worden getroffen in aanvulling op zijn AOW en eventueel aanvullend pensioen uit zijn arbeidsrelatie. Hieronder worden verstaan lijfrente- en kapitaalverzekeringen.

Als aanvulling op het ouderdomspensioen uit de tweede pijler kan een individuele lijfrenteverzekering worden gesloten. Een lijfrenteverzekering is een verzekering die op iemands leven wordt gesloten waarvan de uitkering geschiedt in de vorm van een recht op periodieke uitkeringen. Deze uitkeringen mogen in hoogte niet te veel van elkaar verschillen en moeten tevens regelmatig plaatsvinden. De premie voor een lijfrenteverzekering kan onder bepaalde voorwaarden in mindering worden gebracht op het inkomen in box 1. De toegestane lijfrentevormen zijn de levenslange oudedagslijfrente, de nabestaandenlijfrente, de overbruggingslijfrente en de tijdelijke oudedagslijfrente.

De kapitaalverzekering als oudedagsvoorziening is minder gebruikelijk dan een lijfrenteverzekering. Het gespaarde kapitaal kan gebruikt worden als aanvulling op het pensioen uit de eerste en tweede pijler. Een kapitaalverzekering die bestemd is als oudedagsvoorziening behoort in box 3 en de waarde is jaarlijks belast op grond van de vermogensrendementsheffing. Daartegenover staat dat de uitkering belastingvrij is.

Om bij overlijden de nabestaanden in elk geval financieel verzorgd achter te laten, kan een nabestaandenlijfrente worden gesloten. Een nabestaande kan hier in beginsel elke natuurlijke persoon zijn.

Naast een uitkering bij leven kan een kapitaalverzekering ook voorzien in een uitkering bij overlijden. Men spreekt dan ook wel van een



overlijdensrisicoverzekering of uitvaartverzekering. Deze overlijdensuitkering komt toe aan de begunstigde op deze verzekering. Een kapitaalverzekering kan ook gemengd zijn.

Om te zorgen dat de premie voor een lijfrenteverzekering in geval van arbeidsongeschiktheid wordt doorbetaald kan premievrijstelling bij arbeidsongeschiktheid worden meeverzekerd. Hiervoor geldt een opslag bij vaststelling van de premie. Een wettelijke lijfrentevorm die voorziet in een uitkering bij arbeidsongeschiktheid bestaat niet. Wel kan een aparte arbeidsongeschiktheidsverzekering worden afgesloten.

Ook bij een kapitaalverzekering kan premievrijstelling bij arbeidsongeschiktheid worden meeverzekerd.

3 Pensioenfondsen & Verzekeraars

In het stelsel van oudedagsvoorzieningen kwamen we in de tweede pijler de pensioenfondsen tegen. Een pensioenfonds heeft tot taak de premies van werknemers en werkgevers op een zodanige wijze te beleggen, dat een optimaal rendement daarover wordt behaald, bij een zo laag mogelijk risico, zodat er een zo groot mogelijke kans is dat gedane toezeggingen omtrent het pensioen ook inderdaad kunnen worden nagekomen. Hierbij zijn zeer lange perioden betrokken: het pensioen loopt door tot het overlijden van een deelnemer en, in veel gevallen, tot het overlijden van diens partner.

We zagen al dat er drie soorten pensioenfondsen bestaan:

Een bedrijfstakpensioenfonds (bpf) is werkzaam in een specifieke bedrijfstak. Bekende voorbeelden hiervan zijn het Pensioenfonds voor de Gezondheid, Geestelijke en Maatschappelijke belangen (PGGM) en het Algemeen Burgerlijk Pensioenfonds (ABP). De eerste is voor de sector zorg en welzijn, de tweede voor de overheid, semi-overheid en onderwijs. Een ondernemingspensioenfonds (opf) is werkzaam voor één onderneming of voor een groep ondernemingen die in juridische of in economische zin met elkaar zijn verbonden (concernpensioenfonds). De stichtingen Philips Pensioenfonds en Shell Pensioenfonds zijn voorbeelden van ondernemingspensioenfondsen.

Beroepspensioenfondsen zijn pensioenfondsen voor beoefenaren van een bepaald beroep, zoals huisartsen en piloten. Als er een beroepspensioenfonds is, zijn alle beroepsgenoten verplicht zich erbij aan te sluiten.

In de periode van 2000 tot begin 2003 daalden de aandelenkoersen sterk, wat bij vrijwel alle pensioenfondsen heeft gezorgd voor een duidelijke verslechtering van de vermogenspositie. De AEX zakte toen van een niveau van tegen de 700 punten tot het dieptepunt van 218,44 op 12 maart 2003.

Hoewel de aandelenkoersen inmiddels weer aan het stijgen zijn, de AEX gaat richting de 500, zijn de solvabiliteitseisen (het vermogen om financiële verplichtingen na te komen) in Nederland aanzienlijk verhoogd. De meeste Nederlandse pensioenfondsen zijn met ingang van 2005 overgegaan tot een premieverhoging. Tevens zijn pensioenfondsen op grote schaal overgegaan van een eindloonregeling op een middelloonregeling en is de onvoorwaardelijke indexatie (pensioenrechten corrigeren voor inflatie) vervangen door een voorwaardelijke, en in de praktijk soms slechts gedeeltelijke indexatie. De combinatie van over het algemeen goede beleggingsresultaten in 2005 en de ingrepen in de

pensioenregelingen hebben ervoor gezorgd dat de meeste Nederlandse pensioenfondsen per ultimo 2005 over een duidelijk verbeterde vermogenspositie beschikten. De sector als geheel lijkt nu voorlopig uit de gevarenzone te zijn.

De genoemde verslechterde vermogensposities waren voor de toezichthouder op de Nederlandse pensioensector, De Nederlandsche Bank (DNB), echter aanleiding geweest om scherpere regelgeving te ontwikkelen. Dit staat bekend als het Financieel Toetsingskader (FTK). Dit project hangt ten dele samen met de komst van de International Financial Reporting Standards (IFRS).

3.1 Financieel Toetsingskader

In februari 1997 traden de Actuariële Principes Pensioenfondsen (APP) in werking. Deze principes waren uitgegeven door de Pensioen- & Verzekeringkamer (PVK) en bestaan uit een aantal voorschriften om te zorgen dat voldoende voorzichtigheid in acht wordt genomen bij de vaststelling van de financiële opzet van pensioenfondsen en bij de invulling die hieraan in de praktijk wordt gegeven. Vrij snel na het uitkomen van de APP is er vanaf 1999 gewerkt aan nieuwe actuariële principes welke uiteindelijk hebben geleid tot het ontstaan van het FTK. In 2004 is de PVK gefuseerd met De Nederlandsche Bank.

Het doel van het FTK is het bereiken van meer transparantie en betere vergelijkbaarheid van financiële kerngegevens van pensioenfondsen en verzekeringsmaatschappijen. Hiermee wordt het directe toezichtsdoel van DNB, een gezonde financiële positie, gediend. Men wil dit bereiken door een aantal eisen rondom risicobeheer en inzake de financiële positie in te voeren.

Zo wordt de wettelijke herverzekeringplicht in het FTK vervangen door een solvabiliteitstoezicht bestaande uit een solvabiliteitstoets en een continuïteitsanalyse. Herverzekering is niet langer verplicht, tenzij er voor de toezichthouder redenen zijn om wel daartoe te verplichten.

De solvabiliteitstoets toetst de financiële positie en de gerelateerde risico's van de activa en passiva op een tijdshorizon van één jaar. Onderdeel hiervan is ook de minimumtoets. Deze controleert of de huidige waarde van de activa op z'n minst gelijk zijn aan de huidige waarde van de passiva waarmee de uitgangssituatie van een instelling wordt bepaald.

Bij de continuïteitsanalyse wordt op een kwalitatieve manier naar de ontwikkeling van de solvabiliteit op de lange termijn gekeken.

Ook zal er in het FTK onderscheid worden gemaakt in voorwaardelijke en onvoorwaardelijke verplichtingen. Zo dient bij indexatieverplichtingen vooraf te worden bepaald of ze voorwaardelijk dan wel onvoorwaardelijk zijn. Als indexatie voorwaardelijk is, hoeft deze niet op de balans te worden opgenomen. Deelnemers en gepensioneerden dienen hierover echter wel duidelijk geïnformeerd te worden.

Voor onvoorwaardelijke verplichtingen geldt een hogere mate van zekerheid. Er wordt uitgegaan van een zekerheidsmaat van 97,5% (de onderdekkingskans) te bereiken in een periode van maximaal 15 jaar. Statistisch gezien zal een fonds gemiddeld eens in de 40 jaar in een situatie van onderdekking belanden. Voor een gemiddeld fonds zonder indexatie leidt dit tot een benodigde dekkingsgraad van 130%. De dekkingsgraad wordt berekend door de contante waarde van de beleggingen te delen door die van de verplichtingen.

Activa		Passiva	
Beleggingen	130	Verplichtingen	100
		Eigen vermogen	30
	<hr/> 130		<hr/> 130

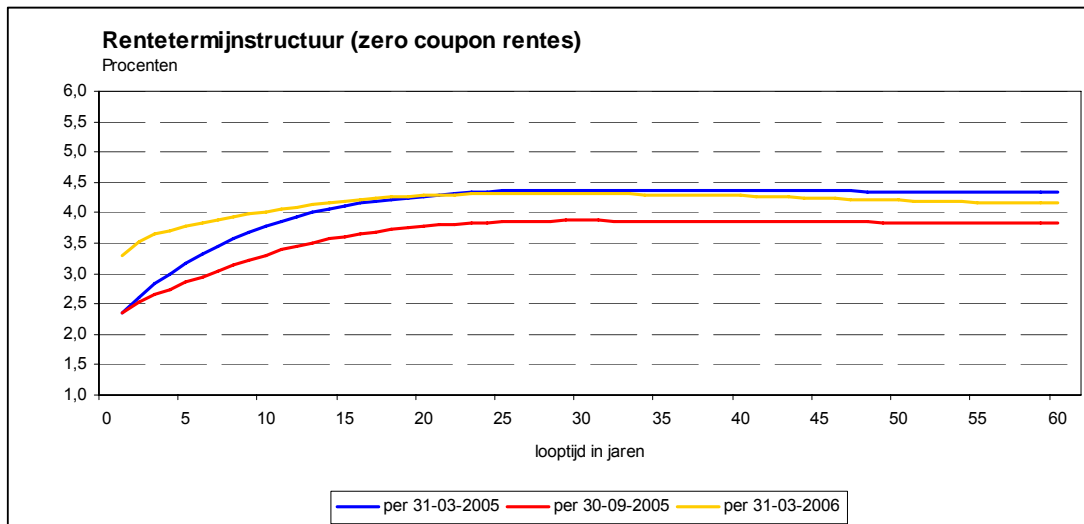
Figuur 3.1: Fonds met een dekkingsgraad van 130%

Een pensioenfonds dient altijd over een eigen vermogen van minimaal 5% te beschikken. Als het lager is, moet het binnen één jaar hersteld zijn.

De meest ingrijpende wijziging in het FTK is dat nu zowel de waardering van de beleggingen als die van de verplichtingen op basis van fair value dient te geschieden. Dit betekent dat de vaste rekenrente voor de waardering van de verplichtingen komt te vervallen.

Onder fair value wordt verstaan het bedrag waarvoor een actief kan worden verhandeld of een verplichting kan worden afgewikkeld, tussen terzake goed geïnformeerde, tot een transactie bereid zijnde partijen, die onafhankelijk van elkaar zijn. Voor de genoemde verplichtingen houdt dit in dat deze gewaardeerd worden tegen de marktrente, oftewel de rentetermijnstructuur.

De rentetermijnstructuur is een grafiek die het verband weergeeft tussen het rendement op vergelijkbare leningen en de looptijden van deze leningen, ook wel de spot rate of zero coupon rente genoemd. Normaal gesproken hebben leningen met kortere looptijden een lager rendement dan leningen voor langere looptijden en ziet de grafiek eruit als in onderstaande figuur.



Figuur 3.2: Rentetermijnstructuur zoals gepubliceerd door DNB

Voor de waardering van de verplichtingen gaat het om de vraag wat de huidige waarde is van de totale stroom pensioenbetalingen, zoals die gedaan moeten worden vanaf de huidige maand tot het moment waarop de langst levende gerechtigde is overleden. Voor de vraag wanneer de gerechtigden statistisch gezien zullen overlijden, worden sterftetafels gehanteerd. Daaruit vloeien ramingen omtrent per jaar te betalen bedragen voort. Die bedragen werden in het oude systeem contant gemaakt tegen een vaste rente, vaak 4%. In het nieuwe systeem tegen een rente die op het moment van berekenen van toepassing is voor leningen met een looptijd gelijk aan de looptijd van die verplichting. Het toezicht sluit op deze wijze beter aan bij de internationale ontwikkelingen in de financiële wereld op het gebied van risicobeheer en verslaggeving.

De gevolgen van de waardering op basis van fair value kunnen aanzienlijk zijn. Als de marktrente bijvoorbeeld daalt, stijgt de waarde van de pensioenverplichtingen. Tegelijkertijd zal waarschijnlijk de waarde van de aandelenportefeuille dalen want een dalende rente is een teken van een slechte economische conjunctuur. Een dalende rente verhoogt daarentegen wel de waarde van obligaties.

Er kunnen dus schommelingen ontstaan in de waarde van de verplichtingen die onder de vaste rekenrente niet voorkwamen. De dekkingsgraad kan dan ook een stuk volatieler en minder voorspelbaar worden.

Tussen het FTK voor pensioenfondsen en het FTK voor verzekeraars bestaan verschillen welke verklaard worden door het juridisch kader waarin beide soorten instellingen zich bevinden. Voor verzekeraars gelden in Europees verband geharmoniseerde eisen voor de solvabiliteitsmarge



en wordt er momenteel een nieuw regime ontwikkeld onder de noemer Solvency II. Deze zal op termijn leiden tot nieuwe Europese en Nederlandse wetgeving. Tot die tijd kan het FTK voor verzekeraars gebruikt worden om als toezichthouder te kunnen beoordelen wanneer eerder ingrijpen gewenst is.

Het FTK zal voor pensioenfondsen worden verankerd in de nieuwe Pensioenwet en daarmee dwingendrechtelijk van aard worden. Voorlopig is de planning dat deze wet per 1 januari 2007 in werking treedt.

3.2 International Financial Reporting Standards

Bij de inhoudelijke en praktisch toepasbare invulling van het FTK is de internationale dimensie van groot belang geweest. Zoals het genoemde Solvency II traject en voornamelijk de IFRS van de International Accounting Standards Board (IASB). Eén van de belangrijkste doelen van de IASB is convergentie van de boekhoudstandaarden wereldwijd.

De IFRS is een set van afspraken over hoe ondernemingen binnen de EU hun jaarverslag moeten presenteren. Basis voor IFRS is het rapporteren op basis van fair value. Zo mochten bijvoorbeeld de aandelen in het bezit van een bedrijf onder de oude verslaggevingsregels geboekt worden tegen de aankoopwaarde. Die aankoopwaarde kan totaal verschillen van de huidige marktwaarde. Boeken op basis van fair value moet een beter beeld geven van de actuele waarde van de bezittingen op de balans van een onderneming.

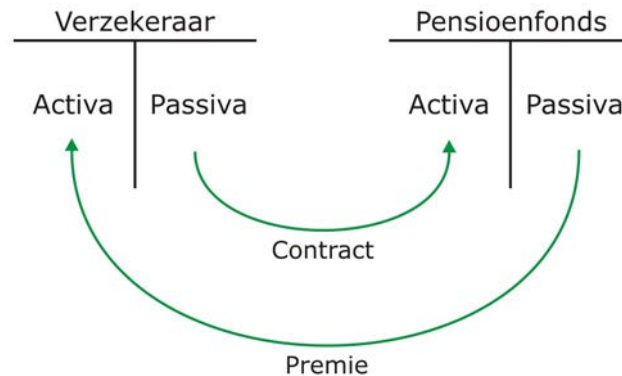
Zoals in de vorige paragraaf is genoemd, eist het FTK dat pensioenfondsen en verzekeraars in Nederland hun verplichtingen op basis van fair value gaan waarderen. Daarnaast vragen de nieuwe IFRS accountingregels een zelfde soort marktwaarde waardering van de bezittingen en verplichtingen van verzekeraars in de EU. In het bijzonder zal ook de marktwaarde van embedded options in de verplichtingen op de balans opgenomen dienen te worden.

Tevens eisen deze regels dat ook ondernemingen hun pensioen-toezeggingen op fair value basis in resultaat en op de balans gaan verwerken.

De Europese Commissie heeft in een verordening vastgelegd dat alle beursgenoteerde bedrijven binnen de EU vanaf 1 januari 2005 hun jaarverslag volgens IFRS moeten opstellen.

3.3 Context verzekeringscontracten

Voor zowel de verplichtingen van verzekeraars als voor de pensioen-toezeggingen en bezittingen van respectievelijk ondernemingen en pensioenfondsen geldt dat deze geheel of gedeeltelijk kunnen bestaan uit verzekeringscontracten (zie figuur 3.3). Voor dit soort contracten geldt dus al, of gaat gelden, dat deze op basis van marktwaarde gewaardeerd dienen te worden.



Figuur 3.3: Plaats op de balans van bezittingen en verplichtingen

In de contracten met verzekeraars kunnen bepaalde garanties en winstdelingsregelingen afgesproken zijn. Dit worden ook wel embedded options genoemd en deze zullen worden behandeld in het volgende hoofdstuk.

4 Verzekeringscontracten

In de richtlijn IFRS 4, die is opgesteld voor de waardering van verzekeringscontracten, is in een definitie vastgelegd wanneer volgens de IASB sprake is van een verzekeringcontract. Men spreekt van een verzekeringcontract als het gaat om "een contract waaronder de ene partij (de verzekeraar) een significant verzekeringstechnisch risico accepteert van een andere partij (de verzekeringnemer), door overeen te komen de verzekeringnemer te compenseren als een bepaalde onzekere toekomstige gebeurtenis negatieve gevolgen heeft voor de verzekeringnemer."

4.1 Pensioenrisico's

In het geval van pensioenen worden er bij verzekeringcontracten over het algemeen afspraken over de volgende risico's gemaakt: het langlevensrisico, het kortlevensrisico, het arbeidsongeschiktheidsrisico en het beleggingsrisico.

Een pensioenfonds of verzekeraar loopt inzake de levensverwachting twee soorten risico's: het langlevensrisico en het kortlevensrisico (samen ook wel het overlijdensrisico genoemd). Het langlevensrisico houdt in dat een deelnemer aan een pensioenregeling langer kan leven dan op grond van de overlevingskansen wordt verwacht. Indien een pensioen langer uitgekeerd moet worden dan verwacht, levert dit een verlies op. Het kortlevensrisico houdt in dat bij een overlijden van een verzekerde direct een schade optreedt, omdat er bijvoorbeeld een nabestaandenpensioen moet worden uitgekeerd. Dit levert een verlies op als er meer verzekerden overlijden dan verwacht.

Het arbeidsongeschiktheidsrisico betreft het financiële risico als gevolg van arbeidsongeschiktheid. Als risico's kunnen daarbij worden genoemd enerzijds de aanvulling op het inkomen gedurende de periode van arbeidsongeschiktheid en anderzijds de voortzetting van de pensioenopbouw gedurende die periode door de vrijstelling van premiebetaling.

Bij het beleggingsrisico wordt er rekening gehouden met de beleggingsopbrengsten. Bij het bepalen van de premies voor het te vormen pensioenkapitaal wordt van een bepaald rendement op de beleggingen uitgegaan ter hoogte van de rekenrente. Het werkelijke rendement kan in positieve zin en in negatieve zin afwijken van de rekenrente.

4.2 Embedded options

Naast de overgedragen risico's bevat een groot aantal producten van verzekeraars embedded options zoals garanties of winstdelingen. Eén van de belangrijkste hierbij is de minimum rendementsgarantie (ter afdekking van het beleggingsrisico) die vaak in combinatie met langlopende verzekeringsproducten wordt aangeboden. Zo'n garantie biedt de zekerheid dat de waarde van de polis nooit onder een bepaald bedrag terecht zal komen. Vormen van winstdeling of rentestandkorting indien er door de verzekeraar meer dan het minimumrendement op de beleggingen wordt behaald zijn andere belangrijke embedded options.

In het verleden zijn de financiële waarden en risico's van embedded options vaak onvoldoende belicht. De reden hiervoor was dat de betreffende opties veelal 'out of the money' waren. Dit houdt in dat de optie niet uitgeoefend zou hoeven worden omdat de rentestanden veelal ruim boven het gegarandeerde rendement lagen op het moment dat de polis werd afgesloten. Men veronderstelde hierbij dat deze situatie in de toekomst niet zou veranderen. Garanties zijn daardoor vaak zeer goedkoop of zelfs gratis weggegeven. Bovendien werden er geen voorzieningen voor aangehouden, laat staan dat de marktrisico's van de garanties actief werden afgedekt (gehedged).

Tegenwoordig staan garantieproducten en embedded options steeds meer in de belangstelling. Sterk dalende aandeelkoersen en rentestanden hebben ertoe geleid dat de waarde van de garanties (en dus de verplichtingen van de verzekeraar) zeer sterk is gestegen. Er zijn verzekeraars waarbij dit tot grote problemen heeft geleid, Equitable Life in Engeland zag zich bijvoorbeeld in 2000 genoodzaakt te stoppen met de verkoop van pensioenproducten met rendementsgarantie. In de jaren 60, 70 en 80 had deze onderneming door de hoge rentestanden op grote schaal polissen uitgegeven met een optie op 8% rendement. Hiervoor moest het jaren later de rekening betalen en dit leidde bijna tot de ondergang van de Britse onderneming.

Overige embedded options kunnen zijn de exit-voorwaarden welke handelen over wat er gebeurt met het contract indien dit tussentijds beëindigd wordt en vervolgekortingen indien het contract verlengd wordt of de rentestand langere tijd hoog is. Deze opties vallen buiten het domein van dit verslag.

4.3 Prijs van een verzekeringscontract

Om tot de prijs van een verzekeringscontract te komen wordt er aan de hand van de sterftetekansen en rekenrente eerst een zogenaamd netto actuariel tarief bepaald. Hierbij wordt gebruik gemaakt van sterftetafels wat een statistisch overzicht is van de sterftetekansen per leeftijd van een bepaalde bevolkingsgroep.

Bovenop het netto actuariel tarief komen de kostenopslagen van de verzekeraar. Deze bestaan over het algemeen uit:

- Eerste kosten zoals opstarten contract en administratie
- Doorlopende administratiekosten wat of een percentage van de premie of een vast bedrag per deelnemer of handeling bedraagt
- Incasso- en excassokosten wat een percentage van de premie bedraagt
- Provisiekosten
- Kosten voor premievrijstelling bij arbeidsongeschiktheid
- Solvabiliteitsopslag voor de financiële buffer die een verzekeraar, op voorschrift van DNB, moet aanhouden
- Garantieopslagen:
 - sterftegarantie voor de kans dat de werkelijke sterfte in de toekomst afwijkt van de gehanteerde sterftetekansen
 - tariefgarantie voor garantie dat actuariële grondslagen niet veranderen gedurende contractperiode
 - uitkeringsgarantie voor garantie van de uitkeringen, verzekeraar moet dit risico zelf herverzekeren
 - rentegarantie voor garantie van minimumrendement ter hoogte van rekenrente

Zowel de sterfte-, tarief- als uitkeringsgarantie vallen onder het langlevensrisico. De kosten hiervoor bedragen een percentage van de premie.

Het netto actuariel tarief plus de kostenopslagen vormt het bruto tarief. Hierop wordt door de verzekeraars vaak een omvangskorting op de administratiekosten gegeven, afhankelijk van het premievolume en de grootte van het deelnemersbestand. Verder wordt er op het bruto tarief eventueel een rentestandskorting gegeven en daaruit volgt dan het netto tarief. Hierop vindt nog een correctie plaats voor eventuele overige afspraken over winstdeling en dat leidt uiteindelijk tot de prijs van het contract. De vormen van winstdeling komen later in dit hoofdstuk aan de orde.

4.4 Vormen van verzekeringscontracten

Contracten met verzekeraars kennen twee hoofdvormen, te weten een garantiecontract en een kapitaalcontract.

In de pensioenuitvoering van ondernemingen is er voor werkgevers de mogelijkheid zich aan te sluiten bij een pensioenfonds of rechtstreeks een overeenkomst te sluiten met een verzekeraar. Ook een pensioenfonds kan ervoor kiezen om alle of een gedeelte van de risico's bij een verzekeraar onder te brengen, dit wordt herverzekeren genoemd. Kapitaalcontracten kunnen alleen door een pensioenfonds afgesloten worden, niet door de werkgever zelf. Mogelijkheden van pensioenuitvoering:

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| Pensioenfonds: | ◇ Eigen beheer |
| | ◇ Gedelegeerd eigen beheer |
| | ◇ Garantiecontract |
| | ◇ Kapitaalcontract |
| Geen pensioenfonds: | ◇ Garantiecontract |

Een garantiecontract houdt in dat de risico's voor het nakomen van de pensioenaanspraken worden overgedragen aan een verzekeraar. Dit gebeurt tegen overeengekomen tarieven en zo'n contract garandeert een levenslange uitkering van de nominale opgebouwde aanspraken. Alle pensioenrisico's worden overgedragen en de verzekeraar wordt meestal ook de pensioenuitvoerder.

Bij een garantiecontract loopt de verzekeringnemer nog wel een indirect beleggingsrisico. Dit risico uit zich bij wisseling van verzekeraar en bij het financieren van de indexatie (= correctie voor toekomstige inflatie). Een garantiecontract afgesloten door een pensioenfonds of een onderneming hebben dezelfde contractsvorm. De prijs voor een garantiecontract komt tot stand zoals in de vorige paragraaf beschreven.

Bij een kapitaalcontract wordt het beleggingsrisico en het langlevensrisico niet overgedragen. De overige risico's (kortlevensrisico en arbeidsongeschiktheid) wel, echter slechts voor een beperkte (contracts)periode, van meestal vijf of tien jaar. Deze vorm wordt door De Nederlandsche Bank beoordeeld als het voeren van eigen beheer met alle corresponderende eisen als gevolg. Daarom kan een kapitaalcontract ook alleen afgesloten worden door een pensioenfonds.

Bij de totstandkoming van de prijs van een kapitaalcontract wordt er op het bruto tarief geen rentestandskorting verleend. Daarnaast worden er geen afspraken over de rentewinstdeling gemaakt maar houdt men na het



netto tarief wel rekening met de verwachte beleggingsopbrengsten. Verder ontbreken de solvabiliteitsopslagen en de garantieopslagen. De risico's waar de garanties betrekking op hebben, liggen hier immers bij het pensioenfonds.

Het verschil tussen eigen beheer en een kapitaalcontract is gering: bij een kapitaalcontract wordt de administratie en het vermogensbeheer door de verzekeraar uitgevoerd. Bij gedelegeerd eigen beheer zijn deze taken uitbesteed.

4.5 Garantiecontracten

Eén van de belangrijkste componenten van een garantiecontract is de rentegarantie: zo'n embedded option garandeert voor de betaalde premies een minimumrendement ter hoogte van de rekenrente.

Tot augustus 1999 was deze rekenrente 4%. In oudere langlopende contracten wordt nog uitgegaan van dit percentage. Sinds augustus 1999 bedraagt de rekenrente 3%. Deze rekenrente is de maximale rente waarop de reservering van pensioengelden mag geschieden.

Naast de rentegarantie bevatten garantiecontracten meestal ook afspraken over rentewinstdeling omdat de verzekeraar op de belegde premies of koopsommen meestal een hoger rendement verkrijgt dan de rekenrente. Indien er geen afspraken zijn gemaakt over rentewinstdeling betreft het een basis garantiecontract (met dus alleen de garantie op de rekenrente als rendement). Eventueel gemaakte overrente komt aan het einde van de contractduur ten goede aan de verzekeraar.

Er zijn vier systemen waarop het behaalde resultaat op interest door de verzekeraar aan de verzekeringnemer kan worden toegekend: het contante rentekortingstelsel, het contante rentekortingstelsel met vervolgekorting, het overrente-aandeelsysteem en het gesepareerd beleggingsdepot.

4.5.1 Contante rentekortingstelsel (TL/UL-korting)

Hier vindt vooraf een éénmalige verrekening van een deel van de door de verzekeraar te maken overrente plaats. Men baseert zich hierbij niet op het feitelijk door de verzekeraar behaalde rendement, maar op het fictieve rendement van een bepaald pakket staatsleningen (t-rendement) op het moment van het verlenen van de korting. Per 1 januari 1995 heeft

het Verbond van Verzekeraars een nieuw rendement geïntroduceerd: het u-rendement. Het u-rendement geeft een betere aansluiting bij het feitelijk te maken beleggingsrendement dan het t-rendement. Het u-rendement wordt maandelijks vastgesteld en is een weging van door de Nederlandse staat uitgegeven leningen met resterende looptijden van 2 tot 15 jaar.

De contante rentekorting vertegenwoordigt de overrente van de eerste 10 à 12 jaar; een euro betaalde premie kan echter in doorsnee wel zo'n 30 jaar belegd worden.

In dit systeem wordt aan herbeleggingen tegen rendementen hoger dan 3% of 4% en overrente na de eerste 10 à 12 jaar voorbijgegaan. Bij een gelijkblijvend rendement kan de waarde van de contante rentekorting getaxeerd worden op 50% van de totaal te realiseren overrente (Pensioengids 2005). Zie onderstaande tabel voor de berekening van de éénmalige rentekorting bij een rekenrente van 4%:

Hoogte UL-korting bij bepaald u-rendement volgens de Pensioengids 2005 met rekenrente gelijk aan 4%	
Hoogte u-rendement (%)	Hoogte UL-korting (%)
$u \leq 4$	0
$4 < u \leq 6$	$8,0 \times (u - 4)$
$6 < u \leq 8$	$5,5 \times (u - 6) + 16$
$8 < u \leq 10$	$4,5 \times (u - 8) + 27$
$10 < u \leq 12$	$4,0 \times (u - 10) + 36$
$12 < u \leq 15$	$3,0 \times (u - 12) + 44$
$u > 15$	53

Figuur 4.1: Hoogte UL-korting bij rekenrente van 4%

Deze tabel kan ook gebruikt worden voor het t-rendement. Bij de huidige rekenrente van 3% geldt de volgende tabel:

Hoogte UL-korting bij bepaald u-rendement volgens de Pensioengids 2005 met rekenrente gelijk aan 3%	
Hoogte u-rendement (%)	Hoogte UL-korting (%)
$u \leq 3$	0
$3 < u \leq 5$	$8,0 \times (u - 3)$
$5 < u \leq 7$	$5,5 \times (u - 5) + 16$
$7 < u \leq 9$	$4,5 \times (u - 7) + 27$
$9 < u \leq 11$	$4,0 \times (u - 9) + 36$
$11 < u \leq 14$	$3,0 \times (u - 11) + 44$
$u > 14$	53

Figuur 4.2: Hoogte UL-korting bij rekenrente van 3%

Als in dit jaar in juli bijvoorbeeld een contract is afgesloten met een bepaalde looptijd tegen het dan geldende u-rendement van 3,84% dan kan de verzekeringnemer op basis van figuur 4.2 jaarlijks een korting op de premie verwachten van $8,0 \times (3,84 - 3) = 6,72\%$. Bij verlenging van het contract zal vervolgens gekeken worden naar het dan geldende u-rendement.

4.5.2 Contante rentekortingstelsel met vervolgekorting

Naast een contante rentekorting wordt in dit systeem – ingeval het contract langer dan tien jaar heeft bestaan – een vervolgekorting verleend. Door het toepassen van een vervolgekorting wordt slechts ten dele de overrente na de eerste 10 à 12 jaar aan de verzekeringnemer geretourneerd. Bij een gelijkblijvend rendement kan de waarde van dit rentewinstdelingsstelsel getaxeerd worden op 70 à 75% van de totaal te realiseren overrente (Pensioengids 2005).

4.5.3 Overrente-aandeelsysteem

In dit systeem wordt de overrente niet contant verrekend, maar de overrente wordt uitgekeerd naarmate deze wordt gerealiseerd over de voorziening pensioenverplichtingen (= contante waarde pensioenverplichtingen). De winstdeling gebeurt nu achteraf in tegenstelling tot de twee eerder genoemde stelsels. De periode waarover rentewinstdeling wordt gegeven, stemt hier dus wel overeen met de beleggingsduur van een euro betaalde premie. Het rendement is evenwel ook hier niet het feitelijke rendement, maar het fictieve rendement van bijvoorbeeld hetzelfde pakket staatsleningen als bij de contante rentekorting. Ter bestrijding van beheers- en beleggingskosten wordt een deel van dat rendement afgehaakt (vaak $\frac{1}{4}$ procentpunt).

De mate waarin de overrente, die hieruit voortvloeit, aansluit bij de feitelijk realiseerbare overrente is onder meer afhankelijk van de aansluiting van het fictieve rendement bij het feitelijk rendement en het beleggingsschema. Bij een gelijkblijvend rendement kan de waarde van de totaal te ontvangen overrente getaxeerd worden op 90% van de totaal te realiseren overrente (Pensioengids 2005).

4.5.4 Gesepareerd beleggingsdepot

Hierbij wordt uitgegaan van hetzelfde systeem van rentewinstdeling als bij het overrente-aandeelsysteem, maar zonder dat er wordt uitgegaan van het fictieve t- of u-rendement. Bij dit systeem is de verzekeringnemer vrij in de keuze van de beleggingen (binnen bepaalde grenzen), waardoor een rendement kan worden behaald dat hoger is dan het t- of u-rendement. Deze vorm van rentewinstdeling is gelijkwaardig aan de renteopbrengsten in de eigen beheersituatie (100% van de totaal te realiseren overrente). Een overeenkomst op basis van een gesepareerd beleggingsdepot kan worden gezien als een overeenkomst waarin naast het verzekeringsaspect

het beleggingsaspect een belangrijke rol speelt. De verzekeraar beheert voor de verzekeringnemer een afgezonderde beleggingsportefeuille (gesepareerd van de overige beleggingen van de verzekeraar). De overeenkomst houdt in dat de verzekeraar – naast het verrichten van een verzekeringsprestatie – voor de verzekeringnemer het pensioenvermogen beheert. De strekking van een dergelijke overeenkomst is in feite dat het economische eigendom van de beleggingen bij de verzekeringnemer berust en het juridische eigendom van de beleggingen bij de verzekeraar berust.

4.5.5 Technische winstdeling

Deze vorm van winstdeling heeft betrekking op de veiligheidsmarges die verzekeraars en pensioenfondsen in acht nemen wat betreft de zuiver technische grondslagen en betreft het overlijdensrisico en het arbeidsongeschiktheidsrisico.

De kansen op sterfte en arbeidsongeschiktheid die gebruikt worden om de prijs van een contract te bepalen, kunnen afwijken van de werkelijkheid. Dit kan zowel in positieve als negatieve zin gebeuren en daarom worden er ook veiligheidsmarges aangehouden. In het geval het een positieve afwijking betreft, zal er een winst op technische grondslagen ontstaan. Bij grote collectieve verzekeringen zullen de verzekeraars meestal bereid zijn de verzekeringnemer mee te laten delen in de technische winst.

Het vervolg van dit verslag zal zich voornamelijk richten op de categorie garantiecontracten en niet zozeer op de kapitaalcontracten. Deze laatstgenoemde worden, zoals gezegd, gezien als het voeren van eigen beheer en kunnen alleen door pensioenfondsen afgesloten worden. Daarnaast bevatten dit soort contracten weinig embedded options en daarom zullen deze contracten verder buiten beschouwing gelaten worden.

4.6 Functie van een garantiecontract

Het principe van het (aanvullende) pensioen is dat iedere deelnemer tijdens zijn actieve loopbaan een voorziening spaart voor een koopsom waarmee op de pensioenleeftijd van bijvoorbeeld 65 een lijfrente moet worden aangekocht. Na betaling van deze eenmalige koopsom ontvangt de deelnemer vervolgens elke maand, kwartaal of (half-)jaar vanaf zijn pensioendatum een levenslange uitkering.

Een garantiecontract kan er hierbij voor zorgen dat men zeker weet dat op de 65^{ste} de voorziening groot genoeg is voor de benodigde koopsom zonder onvoorziene additionele stortingen te moeten verrichten (in het geval van bijvoorbeeld slechte beleggingsresultaten). Op basis van de rekenrente in zo'n contract en de sterftekansen kan berekend worden hoeveel premie er betaald moet worden om het pensioen veilig te stellen. Dit zal geïllustreerd worden aan de hand van een voorbeeld.

Stel we gaan uit van een alleenstaande man die op dit moment 25 jaar is en een voorziening wil opbouwen waarvan op zijn 65^{ste} een ouderdomspensioen van € 1.000 per jaar kan worden gefinancierd. Op het moment van pensionering moet er dus een koopsom beschikbaar zijn waarmee zo'n lijfrente gekocht kan worden. Deze koopsom kan worden bepaald met het actuariële factorenprogramma dat binnen Watson Wyatt wordt gebruikt.

	Voor (v)plft	Na (v)plft	Medeverz
Man	0	0	0
Vrouw	0	0	0

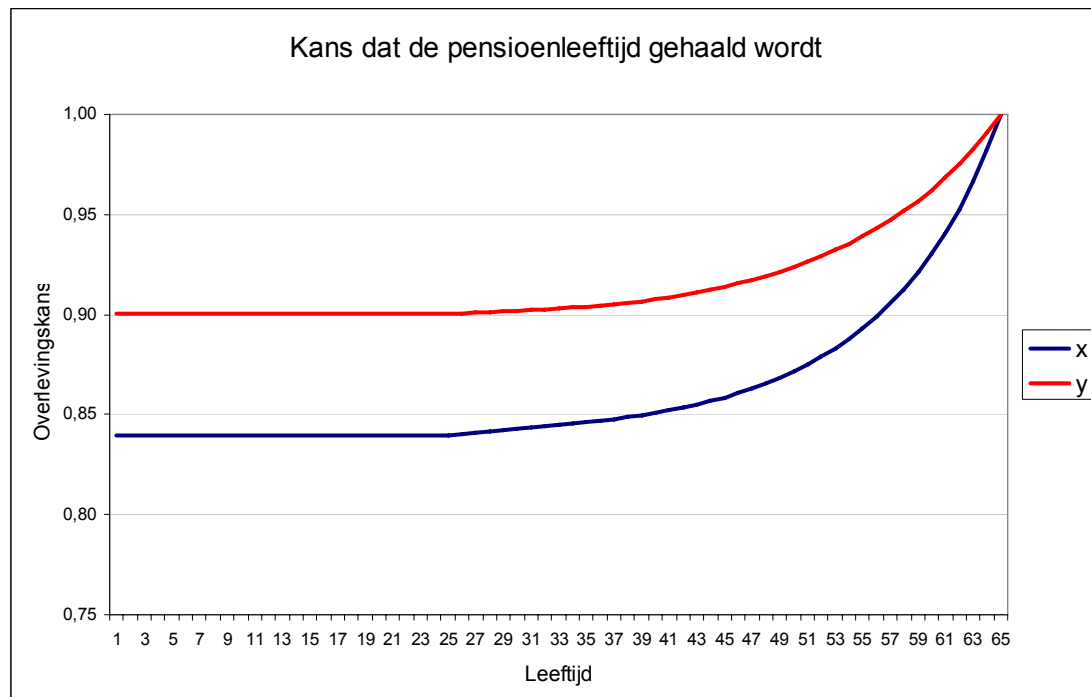
Figuur 4.1: Actuariële factorenprogramma



Er wordt hierin ook rekening gehouden met de kans dat de 25-jarige deelnemer blijft leven tot aan zijn 65^{ste} jaar. Dit gebeurt aan de hand van een sterftetafel. In dit geval is deze kans bijna gelijk aan 84% waarbij gebruik is gemaakt van de sterftetafel GBM9500. Dit staat voor Gehele Bevolking Mannen in de periode van 1995 – 2000. In deze tafel wordt met q_x aangegeven wat de kans is dat een man bij een bepaalde leeftijd binnen één jaar komt te overlijden. Het met elkaar vermenigvuldigen van $(1 - q_x)$ vanaf z'n 25^{ste} tot aan z'n 65^{ste} leidt tot zijn 40-jarige overlevingskans ${}_n p_x$ oftewel ${}_{40}p_{25}$. Zo wordt zijn overlevingskans van bijna 84% gevonden.

Het verloop van de overlevingskansen voor zowel mannen als vrouwen is in figuur 4.2 te zien. Omdat vrouwen (y) gemiddeld ouder worden dan mannen liggen hun overlevingskansen ook wat hoger. Voor de vrouwen is gebruik gemaakt van de sterftetafel GBV9500. Beide tafels zijn te vinden in bijlage II.

Om tijdens het pensioen jaarlijks € 1.000 uitgekeerd te krijgen, zou op dit moment bij een rekenrente van 3% een koopsom van ${}_{40}|a_{25} \cdot € 1.000$ oftewel € 3.099 gestort moeten worden. Deze waarde kan teruggevonden worden in de kolom ${}_{65-x}|a_x$ in bijlage I. De variabele ${}_{65-x}|a_x$ geeft aan welke koopsom er op leeftijd x gestort moet worden voor een ouderdomspensioen van € 1 per jaar.



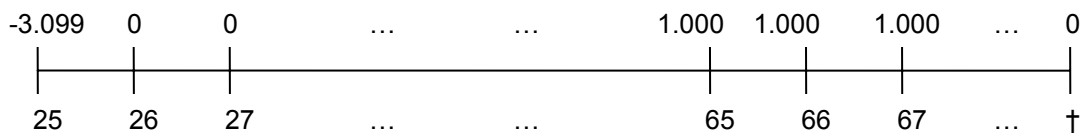
Figuur 4.2: Kansen dat een willekeurige deelnemer zijn/haar pensioen haalt



Bij de hoogte van de genoemde koopsom is reeds rekening gehouden met de mogelijkheid dat de deelnemer voortijdig komt te overlijden. Op de 65^{ste} verjaardag is de € 3.099 inmiddels opgerent, als de deelnemer nog in leven is, naar een bedrag $a_x \cdot € 1.000$ van € 12.036 wat precies genoeg is om een lijfrente te kopen die een uitkering doet van € 1.000 per jaar:

$$€ 3.099 \cdot 1/{}_n p_x \cdot 1,03^{40} = € 12.036$$

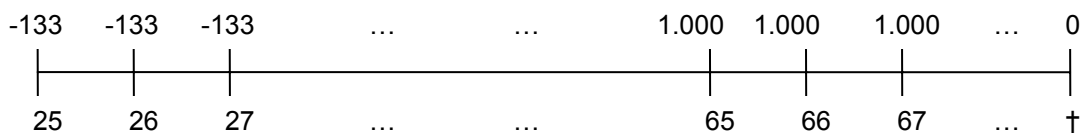
Er is nu bekend wat de éénmalige koopsom is die nu gestort moet worden om vanaf de 65^{ste} leeftijd minimaal een aanvullend pensioen te ontvangen van € 1.000 per jaar.



Aan de hand van ${}_{65-x}|a_x$ kan ook berekend worden welke jaarlijkse premie vanaf nu tot aan de pensionering betaald moet worden om de koopsom van € 12.036 te kunnen betalen. Daarvoor is nog één variabele nodig en dat is $a_{x:65-x}$ welke als betekenis heeft welke koopsom er op leeftijd x gestort moet worden om vanaf die leeftijd een lijfrente te kopen die jaarlijks tot aan het pensioen € 1 uitkeert. Dit betreft dus een tijdelijke lijfrente. Als de lijfrente vanaf de pensioendatum nu gedeeld wordt door de lijfrente tot aan de pensioendatum geeft dit als uitkomst een gelijkblijvende premie die vanaf leeftijd x tot 65 gestort moet worden om een jaarlijks pensioen van € 1 te ontvangen:

$${}_{40}|a_{25} / a_{25:40} \cdot € 1.000 = € 133,64$$

De 25-jarige deelnemer moet de komende 40 jaar bij een rekenrente van 3% dus jaarlijks een premie betalen van € 133,64 voor een aanvullend pensioen van € 1.000 per jaar.



Door voor deze premies een garantiecontract af te sluiten, wordt er voor gezorgd dat die 3% rendement ook minimaal wordt behaald.



Opbouw pensioen bij gelijkblijvende premie en rekenrente van 3% en overlevingskansen ${}_n p_x$				
Jaar	Premie	Uo	${}_n p_x$	$Uo/{}_n p_x$
1	133,64	137,65	0,98	140,17
2	133,64	141,78	0,97	146,71
3	133,64	146,03	0,95	153,28
4	133,64	150,41	0,94	159,88
5	133,64	154,93	0,93	166,54
...
...
36	133,64	387,33	0,84	459,89
37	133,64	398,95	0,84	474,01
38	133,64	410,91	0,84	488,57
39	133,64	423,24	0,84	503,58
40	133,64	435,94	0,84	519,04
Totaal:				12.036,00

Figuur 4.3: Opbouw pensioen bij gelijkblijvende premie en 3% rekenrente

In de rij 'Uo' staat de waarde van de betaalde premies aan het eind van de looptijd tegen 3% rente. Deze worden gedeeld door de overlevingskansen om zo de toekomstige waarde van de premies te verkrijgen.

In de praktijk zijn collectieve pensioencontracten meestal gebaseerd op de eerste variant oftewel koopsomstortingen. De gelijkblijvende premie ziet men vaker bij individuele contracten.

Garantiecontracten hebben meestal een looptijd van 5 jaar maar kunnen daarna verlengd worden. Contractsduren van 1 of 2 jaar kunnen ook voorkomen. Verder zijn de premies in dit voorbeeld netto premies omdat er niet met alle kostenopslagen rekening is gehouden. Daarnaast kan er voor gekozen worden om rekening te houden met toekomstige inflatie (indexatie).

5 Optietheorie

In het volgende hoofdstuk zal ingegaan worden op de waardering van garantiecontracten waarbij gebruik gemaakt zal worden van enkele begrippen uit de optietheorie. Met name opties en swaptions spelen een belangrijke rol in de bepaling van de fair value van garantiecontracten.

5.1 Opties

Een optie geeft iemand het recht maar niet de verplichting tot:

- het kopen (call optie) òf verkopen (put optie) van
- een bepaalde hoeveelheid
- van een bepaalde onderliggende waarde
- tegen een vooraf afgesproken prijs (uitoefenprijs)
- op één of meerdere expiratedata

in ruil voor een premie (optieprijs).

De tegenpartij, de schrijver van de optie, heeft op zijn beurt de verplichting om het contract na te komen indien de houder van de optie besluit tot uitoefening van de optie.

De onderliggende waardes bestaan veelal uit aandelen en een contract betreft meestal een overeenkomst tot het kopen of verkopen van 100 aandelen.

Wanneer bij een call optie op de expiratedatum, de marktprijs van de onderliggende waarde S_T onder de uitoefenprijs K ligt, zal de optie geen waarde meer hebben. Indien de marktprijs boven de uitoefenprijs ligt, zal de optie uitgeoefend worden en heeft de optie dus waarde:

$$\max(S_T - K, 0) \quad (5.1)$$

Bij een putoptie is dit andersom, als de marktprijs van de onderliggende waarde op de expiratedatum boven de uitoefenprijs ligt, zal de optie geen waarde meer hebben. Ligt de marktprijs echter lager dan zal de optie wel uitgeoefend worden.

Als een optie een intrinsieke waarde heeft, wordt dit in-the-money genoemd. Als de beurskoers exact gelijk is aan de uitoefenprijs heet dit at-the-money en als een optie geen intrinsieke waarde heeft, heet dit out-of-the-money.



Naast de intrinsieke waarde heeft een optie ook een tijds waarde, welke afneemt naarmate de expiratedatum nadert. Dit omdat schommelingen in de prijs van de onderliggende waarde steeds minder zullen worden. Deze bewegelijkheid wordt ook wel volatiliteit genoemd.

Het type optie bepaalt het moment waarop opties uitgeoefend kunnen worden. Europese (vanilla) opties kunnen uitsluitend aan het einde van de looptijd uitgeoefend worden, Amerikaanse opties kunnen op elk moment gedurende de looptijd uitgeoefend worden en Bermudaanse opties kunnen op een aantal van tevoren vastgestelde data uitgeoefend worden. Van welk type een optie is, heeft ook invloed op de waardering ervan.

In het begin van de jaren 70 in de vorige eeuw zorgden Fischer Black, Myron Scholes en Robert Merton voor een grote doorbraak in de waardering van opties op aandelen en leidde tot de ontwikkeling van wat bekend is geworden als het Black-Scholes model.

Het Black-Scholes model geeft de theoretische waardes van Europese call en put opties op aandelen zonder dividend. Het model is gebaseerd op het principe van 'no arbitrage'. Dit houdt in dat er wordt aangenomen dat er geen winst gemaakt kan worden zonder risico te nemen.

De waarde van een optie hangt af van:

- de huidige waarde van de onderliggende waarde S_0
- de uitoefenprijs K
- de looptijd T
- de volatiliteit van de onderliggende waarde σ
- de risicovrije rente r (rentetermijnstructuur)

Voor de waarde van een Europese call optie geldt de volgende formule:

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2) \quad (5.2)$$

Voor de waarde van een Europese put optie geldt:

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1) \quad (5.3)$$

Hierbij zijn $N(\cdot)$ trekkingen uit de standaard normale verdeling met d_1 en d_2 gelijk aan:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (5.4)$$

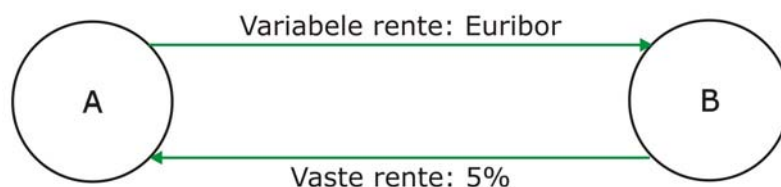
$$d_2 = \frac{\ln(S_0 / K) + (r - \sigma^2 / 2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (5.5)$$

5.2 Swaps

De meest voorkomende swap is de renteswap, ook wel interest rate swap (IRS) genoemd. Over het algemeen worden deze swaps gebruikt om renterisico's te beheersen of af te dekken. Andere vormen van swaps zijn bijvoorbeeld valutaswaps.

De renteswap is een ruiltransactie die geschiedt op een internationale financiële markt, waarbij leningen gedurende (een gedeelte van) de looptijd tegen elkaar worden geruild. Na het verstrijken van de looptijd worden ze weer teruggeruild.

Van een lopende rekening tegen een variabele rente kan het renterisico met een swap afgedekt worden. De koper betaalt dan voor de looptijd van de swap een vast rentepercentage aan de verkoper, die zich weer verplicht de koper het variabele percentage terug te betalen. Dit gebruikt de koper dan voor de rentebetaling op zijn originele lening. De hoofdsommen van de leningen worden bij een IRS niet uitgewisseld maar worden slechts gebruikt voor de berekeningen.



Figuur 5.6: Illustratie renteswap

Voor elke swap moeten de volgende zaken vastgelegd worden:

- de referentierente voor de korte rente
- het percentage van de lange rente
- looptijd van de swap
- de hoofdsom waarover de rentes berekend worden
- de couponfrequentie van de lange rente (vaak éénmaal per jaar)

De referentierente voor de korte rente is altijd gebaseerd op een rente die door de markt bepaald wordt, bijvoorbeeld Euribor (Euro Interbank Offer Rate) of LIBOR (London Interbank Offer Rate).

De Euribor is de rente die gehanteerd wordt in het interbancaire circuit in het Euro-gebied, oftewel de rente die de ene bank aan de andere bank doorberekent voor leningen met een bepaalde looptijd. De rente wordt

dagelijks gepubliceerd en wordt gebruikt voor het vaststellen van rentes voor allerlei afgeleide producten waaronder de renteswaps.

Voor de LIBOR geldt dit ook maar deze is gebaseerd op het interbancaire circuit in Londen en wordt meer gebruikt voor afgeleide producten op basis van valuta's buiten het Euro-gebied, zoals de US dollar. De curve die uit de LIBOR af te leiden is, wordt ook wel de swap zero curve genoemd.

Samengevat is een swap dus een contract waarbij twee partijen kasstromen verruilen die horen bij de onderliggende waardes die 'geswapt' worden. De waarde van een swap is gelijk aan de contante waarde van de toekomstige kasstromen. In beginsel zijn de voorwaarden van een swap contract zodanig dat de contante waarde van alle toekomstige kasstromen gelijk aan nul is. De partij die de vaste rente ontvangt heeft een receiver swap in bezit, de partij die de vaste rente betaalt en dus de variabele rente ontvangt heeft een payer swap.

5.3 Swaptions

Een swaption geeft de eigenaar een optie om een renteswap aan te gaan. Oftewel het recht maar niet de verplichting om een renteswap aan te gaan op een bepaald tijdstip in de toekomst. Dit in ruil voor de betaling van een premie.

Ook hier zien we weer drie typen opties: Een Europese swaption geeft de houder het recht om de swap aan te gaan op een specifieke datum. Voor Amerikaanse swaptions geldt dat de swap aangegaan kan worden op elk moment binnen de looptijd en bij Bermudaanse swaptions kan dit op enkele van tevoren vastgestelde data.

Europese swaptions zijn het meest simpel en worden ook vaak vanilla swaptions genoemd. Hiervoor bestaat vandaag de dag een liquide swaption markt voor de LIBOR rentes van de belangrijkste valuta's wereldwijd; veel banken zijn bereid om swaptions te kopen of verkopen.

In plaats van een call optie of een put optie spreekt men hier van een receiver swaption en een payer swaption. Bij deze laatste koopt men het recht om een payer swap aan te gaan waarin gedurende een bepaalde periode dus een vaste rente betaald wordt en in ruil de variabele rente ontvangen wordt. Bij een receiver swaption is dit andersom en kan de variabele rente betaald worden in ruil voor een vast rentetarief.

Een payer swaption beschermt tegen een stijging van de marktrente waarbij geprofiteerd kan worden van een eventuele rentedaling. Het



kopen van een receiver swaption beschermt juist tegen een daling van de marktrente en geeft de kans te profiteren van een mogelijke rentestijging.

Het model voor het waarderen van de swaptions lijkt op het zogenaamde model van Black (wat een uitbreiding van het Black-Scholes model is) wat gebruikt wordt voor het waarderen van opties op futures. We kijken eerst naar een payer swaption. Daarbij koopt men dus het recht om een vaste rente f_k te betalen en bijvoorbeeld de LIBOR te ontvangen. Stel dat de swap n jaren duurt en over T jaren begint. Gedurende de swap kunnen er m betalingen per jaar worden gedaan. De kasstromen worden dus betaald op de tijdstippen T_1, T_2, \dots, T_{mn} . Verder definiëren we:

$P(0, T_i)$: Prijs op tijdstip 0 van een zero coupon obligatie die 1 euro uitbetaalt op tijdstip T_i

f_i : Forward rate op tijdstip 0 van tijdstip i tot tijdstip mn

L : De hoofdsom waarover de rentes berekend worden

σ : Volatiliteit van de forward rate

De $P(0, T_i)$ kan gezien worden als een zogenaamde discountfactor van de hoofdsom en kan berekend worden aan de hand van de rentetermijnstructuur. De rentetermijnstructuur geeft de marktrente r voor een looptijd i en de discountfactor wordt dan berekend met $(1+r)^i$. Andersom geldt deze relatie ook.

Als $P(0, T_i)$ bekend is, kan hieruit de forward rate f_i berekend worden:

$$f_i = \frac{P(0, T_i) - P(0, T_{mn})}{\sum_{j=i+1}^{mn} P(0, T_j)} \quad (5.7)$$

Daar waar het Black-Scholes model gebruikt kan worden voor de waardering van opties op aandelen, kan Black's model gebruikt worden voor de waardering van opties op obligaties. De afleiding van de formules gebeurt bijna op exact dezelfde manier maar de aanname dat de rentetermijnstructuur een lognormale verdeling heeft, wordt nu vervangen door de aanname dat de forward rate een lognormale verdeling heeft. De uiteindelijke formules zijn dus hetzelfde alleen de rentetermijnstructuur is vervangen door de forward rate.

De prijs van een payer swaption is dan volgens Black's model gelijk aan:

$$\sum_{i=1}^{mn} \frac{L}{m} P(0, T_i) [f_i N(d_1) - f_k N(d_2)] \quad (5.8)$$



Voor d_1 en d_2 geldt nu:

$$d_1 = \frac{\ln(f_i / f_k) + \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}} \quad (5.9)$$

$$d_2 = \frac{\ln(f_i / f_k) - \sigma^2 T / 2}{\sigma \sqrt{T}} \quad (5.10)$$

Voor de receiver swaption geldt de volgende formule:

$$\sum_{i=1}^{mn} \frac{L}{m} P(0, T_i) [f_k N(-d_2) - f_i N(-d_1)] \quad (5.11)$$

De volatiliteit van de forward rate is vaak onbekend. Deze kan geschat worden uit historische data en soms is gebruik van de implied volatility mogelijk als de marktprijzen reeds bekend zijn. Door alle variabelen in de formules in te vullen, kan de waarde van de volatiliteit gevonden worden. Ook wordt er vaak met aannames omtrent de volatiliteit gewerkt.

6 Marktwaaarde van garantiecontracten

Voordat de marktwaaarde van verzekeringscontracten ter sprake kwam, werd er bij waarderingsvraagstukken van verzekeringscontracten voornamelijk uitgegaan van de traditionele actuariële waarderingsmethoden. Hierbij wordt een realistische inschatting van de toekomstige kasstromen gemaakt en deze worden contant gemaakt tegen een voor risico aangepaste discontovoet.

Tegenwoordig worden er andere methodes gebruikt met als doel om de marktwaaarde zo goed mogelijk te benaderen. Deze methode zal later aan bod komen.

In artikel 3.20 van het Consultatiedocument Financieel Toetsingskader staat over de actuele waarde van pensioen- en verzekeringsverplichtingen vermeld dat: "De contante waarde van de verwachte kasstromen is gelijk aan de actuele waarde van een belegging met aan deze verwachte kasstromen identieke kasstromen die met zekerheid tot uitkering komen. Een dergelijke belegging repliceert de verwachte kasstromen van de verplichtingen. De verwachtingswaarde is derhalve niet beïnvloed door de werkelijke beleggingen van de instelling. De verwachtingswaarde van zogeheten 'embedded options' in de verzekeringsverplichtingen wordt bepaald als de actuele waarde van een financieel instrument dat een replicatie vormt van de conditionele kasstromen ('contingent claims') op basis van realistisch geachte verzekeringstechnische grondslagen. Deze actuele waarde wordt bijvoorbeeld met behulp van optiewaarderingsstechnieken bepaald."

Ook de IFRS accountingregels vragen tegenwoordig om een zelfde soort waardering van de bezittingen en verplichtingen op basis van marktwaaarde. Het is dus de bedoeling om marktwaaarden te gebruiken wanneer deze beschikbaar zijn. Zoniet, dan dient men gebruik te maken van marktwaaarden van vergelijkbare instrumenten door een replicerende portefeuille samen te stellen.

Om de actuele waarde c.q. marktwaaarde te bepalen zijn er grofweg twee waarderingsmethoden: deterministische en stochastische methoden. De deterministische methode, ook wel analytische methode genoemd, volstaat indien er geen of slechts enkele embedded options in het contract aanwezig zijn. Indien er sprake is van een significant aantal embedded options kunnen stochastische waarderingsmethoden gebruikt worden.

Een belangrijk voordeel van deterministische methoden is dat ze door de snelle rekentijden praktisch zeer bruikbaar zijn. Een nadeel is dat voor iedere optie een aparte formule ontwikkeld moet worden, wat voor sommige opties nogal ingewikkeld kan worden. Ook is niet voor iedere optie een analytische formule beschikbaar.

6.1 Deterministische waarderingsmethoden

De basis van de deterministische variant is de replicerende portefeuille. Hier wordt bij de te waarderen verzekeringsverplichtingen een pakket beleggingen gezocht dat exact hetzelfde kasstroompatroon heeft. Volgens het principe van 'no arbitrage' zal de fair value van de verzekeringsverplichtingen overeenkomen met de waarde van de replicerende portefeuille waarvan de prijzen in de markt observeerbaar zijn. Deze methode is zeer geschikt voor de waardering van verzekeringscontracten zonder embedded options. Zonder deze opties zal deze methode in de meeste gevallen overeenkomen met de traditionele actuariële waarderingsmethode maar dan op basis van de rentetermijnstructuur.

Voor verzekeringsproducten die wel embedded options zoals rendementsgaranties bevatten is het vaak lastiger om een perfecte replicerende portefeuille te vinden. Indien het aantal embedded options beperkt is, is het echter niet onmogelijk. Er wordt dan bijvoorbeeld gebruik gemaakt van putopties of swaptions die gewaardeerd worden met behulp van een op zichzelf staand optiewaarderingsmodel.

Om met een deterministische methode de waarde van een garantiecontract te bepalen, moet er een duidelijke scheiding gemaakt worden tussen de garantie en het product waarin deze is ingebed. Voor een garantiecontract ontvangt een verzekeraar premies die, na aftrek van kosten, in een fonds worden belegd. Na afloop van de polis is de verzekeraar verplicht om op z'n minst het garantiebedrag uit te keren. Als de opgebouwde waarde van de beleggingen hiervoor tekort schiet, vult de garantieoptie het verschil aan. Als de opgebouwde waarde van de beleggingen groter is dan het garantiebedrag hangt het van de eventuele winstdelingsregelingen af hoe dit verdeeld wordt.

De fair value van een garantiecontract bestaat hierdoor uit drie componenten: de kasstromen die voortvloeien uit de nominale premies, de waarde van de garantie dat er een van tevoren bepaald rendement gehaald zal worden en eventuele winstdelingen indien er door de verzekeraar een hoger rendement is behaald.

De fair value van de nominale premies is gelijk aan de contante waarde van deze kasstromen die met zekerheid uitgekeerd worden. De contante waarde wordt berekend op basis van verdiscontering tegen de rentetermijnstructuur.

6.2 Stochastische waarderingsmethoden

De twee meest gebruikte stochastische waarderingsmethoden zijn de risiconeutrale waardering en de deflator waardering.

Over het algemeen bevat de risiconeutrale methode de volgende stappen:

1. Model opzetten waarmee stochastische interestscenario's en aandelenscenario's kunnen worden gegenereerd die in overeenstemming zijn met de dan geldende rentetermijnstructuur. Het verwachte rendement op elke belegging dient dus gelijk te zijn aan de marktrente met die looptijd.
2. Modelleren van de verplichtingenstructuur in samenhang met de te genereren scenario's.
3. Genereren van een groot aantal interestscenario's en aandelenscenario's met behulp van het model. Voor elk scenario dienen de toekomstige kasstromen berekend te worden.
4. Bepalen van de waarde van de gerealiseerde toekomstige kasstromen, waarbij elke kasstroom contant wordt gemaakt tegen de bijbehorende spot rate.
5. De waarde van de verplichting is tot slot gelijk aan het gemiddelde van de contant gemaakte kasstromen van alle scenario's.

De deflator methode is ook een stochastische waarderingsmethode die echter bij het modelleren van toekomstige kasstromen uitgaat van scenario's die zijn gebaseerd op realistische verwachte rendementen. Dit is inclusief een vergoeding voor risico in tegenstelling tot de risiconeutrale methode die uitgaat van de risicovrije rentevoet.

De gegenereerde toekomstige kasstromen zullen op basis van de realistische verwachte rendementen met een deflator worden verdisconteerd. Deze deflators verschillen per scenario en zijn dusdanig geconstrueerd dat zij aan elke kasstroom een wegingsfactor meegeven die precies de verschuiving van het risicovrije rendement naar een realistisch rendement corrigeert. Vanwege de complexiteit van het construeren van de deflators is deze methode minder inzichtelijk.



De met deflatoren verdisconteerde toekomstige realistische kasstromen zullen exact dezelfde marktwaaarde opleveren als de risiconeutrale methode. Welke techniek het beste te gebruiken is, zal ook voornamelijk afhangen van in welke situatie men zich bevindt. Een combinatie van beide kan ook wenselijk zijn.

6.3 Waardering garantiecontracten

In deze paragraaf zal kort ingegaan worden op de waarde van de garantieopties en winstdelingsregelingen voor de verschillende vormen van garantiecontracten die in hoofdstuk 4 besproken zijn. Bij de waardering van garantiecontracten met een overrente-aandeelsysteem zal wat langer stil worden gestaan.

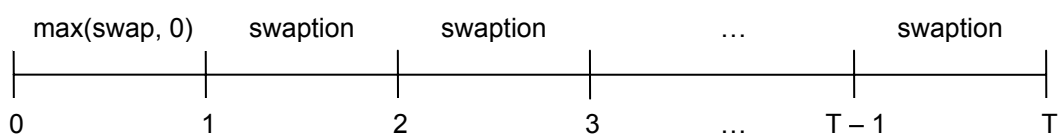
Voor de gegarandeerde kasstromen toekomst geldt altijd dat deze verdisconteerd dienen te worden tegen de rentetermijnstructuur.

6.3.1 Basis garantiecontract

Bij een basis garantiecontract wordt er op de gestorte premies een gegarandeerd rendement ter hoogte van de rekenrente verleend tot op de einddatum.

We zagen al dat een receiver swaption het recht geeft om in de toekomst een receiver swap aan te gaan waarbij een variabele rente betaald kan worden en een vaste rente ontvangen wordt. Dit kan ook gezien worden als het op een toekomstig tijdstip ruilen van een obligatie met een variabele rente voor een obligatie met een vaste rente. Receiver swaptions zijn daarom een geschikt instrument om de waarde van de genoemde rentegarantie te bepalen. Het variabele rendement r kan namelijk altijd ingeruild worden voor de rekenrente van 3% wat dus een garantie geeft op die rekenrente.

Daar een swaption een optie voor later is, kan voor de eerste periode een receiver swap afgesloten worden tenzij de rente op dat moment hoger is dan de rekenrente. Voor elke periode erna wordt vervolgens een receiver swaption afgesloten.



De hoofdsom A waarover de swaptions berekend worden neemt steeds met 3% toe omdat men ook garantie wil over het in het verleden behaalde rendement. De som van de receiver swap en de receiver swaptions is nu de waarde van de garantie over de looptijd van het contract oftewel:

$$\max(\text{receiver swap}_0, 0) + \sum_{t=1}^T (Ae^{0,03t} \cdot \text{receiver swaption}_t) \quad (6.1)$$

6.3.2 Contante rentekortingstelsel

Zoals in hoofdstuk 4 te lezen was, vindt er bij dit stelsel vooraf een éénmalige verrekening plaats van een deel van het door de verzekeraar te behalen fictieve rendement. Dit leidt tot een korting in de prijs/tarief van het contract. De toekomstige kasstromen veranderen er echter niet door dus het contract heeft voor een verzekeringnemer dezelfde waarde als een basiscontract met daarbij opgeteld de korting die op tijdstip 0 verleend wordt.

6.3.3 Contante rentekortingstelsel met vervolgekorting

Bij verlenging van het contract zullen er in het geval van vervolgekorting extra kasstromen vrijkomen in de toekomst. Indien deze op realistische wijze ingeschat kunnen worden, dienen deze kasstromen tegen de marktrente verdisconteerd te worden.

6.3.4 Overrente-aandeelsysteem

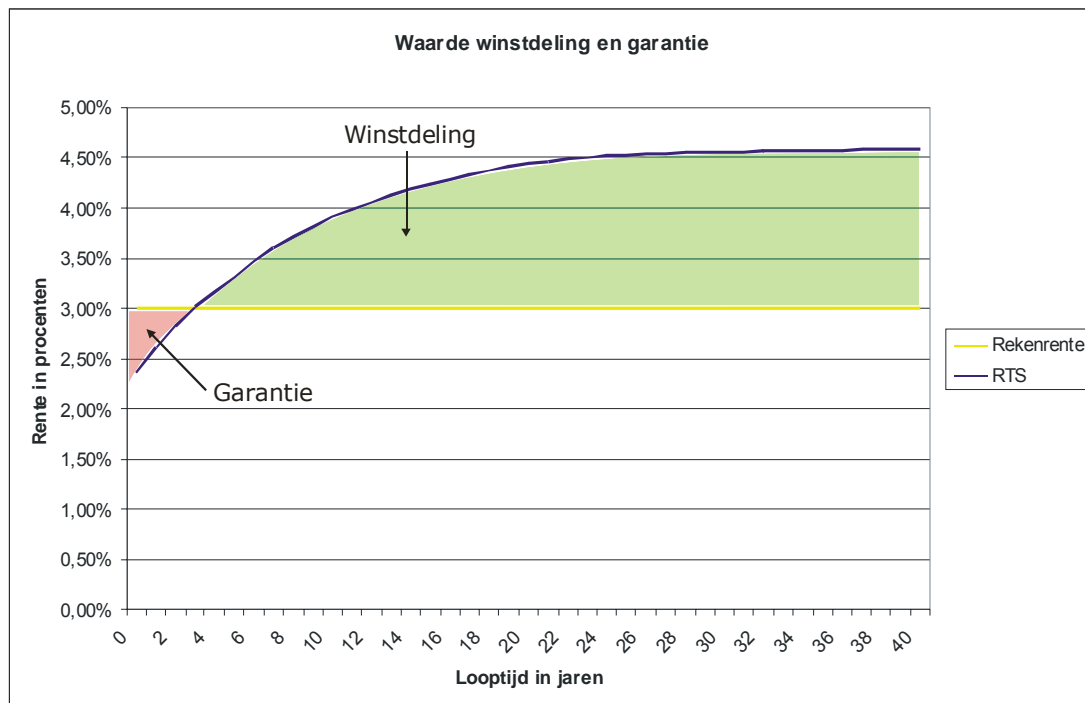
Deze vorm van winstdeling zal centraal staan in het vervolg van dit verslag. Bij een garantiecontract met een overrente-aandeelsysteem zal minimaal een rendement gelijk aan de rekenrente uitgekeerd worden. Mocht het daadwerkelijk behaalde rendement hoger blijken dan de rekenrente dan zal geheel of gedeeltelijk winstdeling plaatsvinden.

Naast het verdisconteren van de gegarandeerde kasstromen dient er hier behalve een waarde aan de rendementsgarantie ook een waarde aan de winstdeling toegekend te worden. Basis hiervoor zijn de bedragen die we zouden investeren als we elk jaar een obligatie à pari¹ zouden kopen met

¹ Een obligatie is à pari wanneer de koers gelijk is aan 100% van de nominale waarde (de hoofdsom van de obligatie).

een coupon van 3%. Die bedragen lopen elk jaar op omdat we niet alleen de ontvangen koopsom maar ook de 3% coupons moeten herbeleggen. Gegeven de huidige markrenter kan men echter verwachten een veel beter couponrendement te behalen en zal deze overrente in de vorm van winstdeling uitgekeerd worden. Als het couponrendement lager is dan 3% wordt er niets uitbetaald.

We zagen in hoofdstuk 5 dat een payer swaption het recht geeft om een swap aan te gaan die de vaste rente inwisselt voor het variabele rendement r . Als men de rekenrente van 3% als vaste rente beschouwt en er is sprake van 100% winstdeling, dus elke meeropbrengst aan rente wordt jaarlijks uitgekeerd in contanten, is de waarde van deze winstdeling gelijk aan de waarde van een payer swaption over de hoofdsom.



Figuur 6.2: Waarde winstdeling en garantie bij huidige rentetermijnstructuur

Met de put-call pariteit kan bovenstaande vorm van winstdeling geschreven worden als:

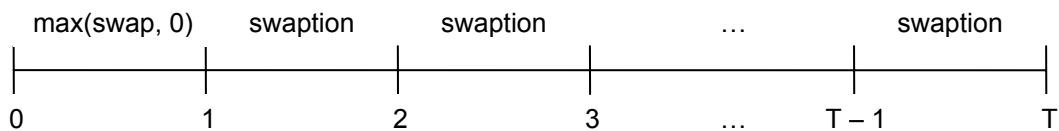
$$3\% + \max(r - 3\%, 0) = r + \max(3\% - r, 0) \quad (6.3)$$

Met andere woorden staat hier dat de waarde van een basis garantiecontract, waarbij de eventuele winst boven de garantie wordt uitgekeerd, gelijk is aan een contract dat altijd de volledige beleggingsopbrengst uitdeelt en bij lage rendementen deze aanvult tot 3%. De waarde hiervan kan daardoor ook op twee manieren bepaald worden, zowel met gebruik van payer swaptions als met gebruik van receiver swaptions.



1. De verzekeringnemer ontvangt $3\% + \max(r - 3\%, 0)$
 Hier staat dat men de rekenrente van 3% ontvangt en daarbovenop het verschil tussen het rendement r en de rekenrente indien dit groter is dan 0. Door het geven van volledige winstdeling boven de 3% zonder de bijbehorende verliesdeling onder de 3% zit, wordt er impliciet een rendementsgarantie verstrekt. De waarde van de winstdeling wordt gegeven door $\max(r - 3\%, 0)$ wat gelijk is aan een payer swaption: de vaste rente wordt ingeruild voor het rendement r als deze hoger is dan de rekenrente van 3%.
2. De verzekeringnemer ontvangt $r + \max(3\% - r, 0)$
 Hier staat dat men het rendement r ontvangt en dat dit rendement aangevuld wordt tot de rekenrente indien r onder de 3% ligt. Bij deze manier wordt de koopsom opgerent met het variabele rendement r tot het einde van de looptijd in plaats van opgerent met de rekenrente. Hier zit dan impliciet de winstdeling in. De waarde van de rentegarantie wordt gegeven door $\max(3\% - r, 0)$ wat nu gelijk is aan de receiver swaption die we al eerder tegenkwamen: de variabele rente wordt ingeruild voor de rekenrente van 3% als deze lager is dan r .

Er zal in dit verslag gebruik gemaakt worden van de eerste manier. Voor elk jaar dat een contract duurt dient dan een aparte 1-jarige payer swaption aangeschaft te worden omdat men elk jaar of de rekenrente of het rendement r ontvangt. De prijzen van deze swaptions over alle jaren van de contractsduur tezamen vormen dan de marktwaaarde van de winstdeling. Voor jaar 0 van het contract kan echter geen swaption afgesloten worden omdat een swaption een optie is om later een renteswap aan te gaan. Dus het eerste jaar kan gewaardeerd worden als een 1-jarige payer swap indien de rente niet onder de rekenrente ligt. Dus de marktwaaarde van een garantiecontract met 100% winstdeling bestaat uit de kasstromen (oftewel de premiebetalingen) opgerent met de rekenrente en verdisconteerd tegen de rentetermijnstructuur + de prijs van een 1-jarige payer swap op tijdstip 0 + de prijzen op tijdstip 0 van de 1-jarige payer swaptions vanaf het tweede jaar:



De hoofdsom waarover de swaptions berekend worden, neemt elk jaar met 3% toe daar men over het in het verleden behaalde rendement ook weer winstdeling wil ontvangen. Voor de marktwaaarde van de winstdeling



kan daarom de volgende formule gebruikt worden:

$$\max(\text{payer swap}_0, 0) + \sum_{t=1}^T (Ae^{0,03t} \cdot \text{payer swaption}_t) \quad (6.4)$$

Het model voor de waardering van de swaps en swaptions komt in het volgende hoofdstuk aan bod.

6.3.5 Gesepareerd beleggingsdepot

Bij een gesepareerd beleggingsdepot is er geen sprake meer van fictieve beleggingen maar van feitelijke beleggingen. De waarde van de beleggingen kunnen in de markt gevonden worden door de koersen van de betreffende aandelen en/of obligaties e.d. te raadplegen. De fair value van zo'n contract is dus in principe gelijk aan de marktwaaarde van de beleggingen.

Bij een gesepareerd beleggingsdepot op basis van een garantiecontract is in feite ook sprake van een rentegarantie. Dit wordt zichtbaar op de depotbalans als er beleggingsverliezen worden geleden omdat het verlies dan wordt geactiveerd. Dit verlies wordt echter gecompenseerd door de jaren dat er wel beleggingswinst wordt gemaakt.

7 Het Hull-White Model

Het model van Black wat in hoofdstuk 6 aan de orde gekomen is, wordt in de praktijk veel gebruikt voor standaard opties. Uitgangspunt van dat model zijn echter lognormaal verdeelde rentes omdat de rentes in 1973 zo verdeeld leken te zijn. De laatste jaren lijken de rentes meer normaal verdeeld te zijn. Daarnaast kan men de wens hebben om een consistent rentemodel te hanteren voor analytische formules en simulaties. Dit omdat niet voor alle producten analytische formules beschikbaar zijn of dat het niet de moeite waard is om ze te ontwikkelen bij bijvoorbeeld een kleine portefeuille. Daarom is het nodig dat je naast analytische formules voor de belangrijkste producten ook een simulatiemodel hebt, die consistent is met het onderliggende model van de analytische formules. Het is moeilijk om een lognormaal rentemodel te vinden waarbij zowel analytische formules als simulaties te gebruiken zijn, voornamelijk omdat bij bestaande lognormale rentemodellen moeilijk consistente analytische formules zijn te maken.

Het Hull-White model gaat er wel vanuit dat de korte rente en zero rentes normaal verdeeld zijn. Aangezien de som van normale verdelingen ook normaal verdeeld is, speelt hier ook niet het probleem bij het middelen zoals bij het model van Black.

Bij consistente modellen worden toekomstige rentetermijnstructuren gemodelleerd aan de hand van de huidige rentetermijnstructuur. Hiervoor bestaan hoofdzakelijk twee benaderingen. De eerste benadering is gebaseerd op de evolutie van of forward rates of verdisconteerde obligatieprijzen. Deze zijn zowel veelzijdig als makkelijk te begrijpen maar alleen te implementeren middels Monte Carlo simulatie. Daardoor zijn ze langzaam met berekeningen. De tweede benadering is gebaseerd op de evolutie van de korte rentes oftewel short rates. Deze short rate modellen zijn wat moeilijker te interpreteren maar snel met berekeningen en bruikbaar voor de waardering van allerlei rentederivaten. Het Hull-White model is ook gebaseerd op short rates.

7.1 Rentes

Naast de eerder geïntroduceerde $P(0, T_i)$ kunnen we $P(t, T)$ definiëren als de prijs op tijdstip t van een zero coupon obligatie die 1 euro uitbetaalt op tijdstip $T > 0$. Dit wordt ook wel een T -bond genoemd en is de hoeveelheid die we nu op tijdstip 0 bereid zijn te betalen om 1 euro te ontvangen op tijdstip T . De tijdswaarde van geld wordt dan volledig bepaald door de

verzameling $\{P(0,T):T>0\}$ van alle obligatieprijzen op tijdstip $t = 0$. Oftewel de rentetermijnstructuur.

Voor een vaste t verloopt de functie $T \Rightarrow P(t,T)$ net als de rentetermijnstructuur redelijk glad want de prijs van een obligatie die over 9 jaar verloopt zal dichtbij de prijs liggen van een obligatie die over 10 jaar verloopt. Echter, voor een vaste looptijd $T > 0$ zal blijken dat de functie $t \Rightarrow P(t,T)$ flink kan fluctueren. $P(T,T)$ is gelijk aan 1.

Dus als we op tijdstip t 1 euro in ons bezit hebben, kunnen we dit gebruiken om $1/P(t,T)$ zero coupon obligaties te kopen. Op tijdstip T ontvangen we dan $1/P(t,T)$ euros. Oftewel een euro op tijdstip t groeit naar $1/P(t,T)$ euros op tijdstip T . Als de rente r over het interval $[t,T]$ constant was geweest dan was een euro gegroeid naar $e^{r(T-t)}$ op tijdstip T . Als we dat met elkaar vergelijken, zien we dat het kopen van de zero coupon obligaties op tijdstip t leidt tot een constante rente over het interval $[t,T]$ wat ook wel de yield wordt genoemd. Deze wordt gegeven door de volgende formule:

$$Y(t,T) = -\frac{\log P(t,T)}{T-t} \quad (7.1)$$

De verzameling van alle yields bevat exact dezelfde informatie als de verzameling van alle obligatieprijzen. De yields zijn echter wat makkelijker te interpreteren in termen van rentes.

De yield geeft dus de constante rente over het interval $[t,T]$. De variabele

$$r_t = \lim_{T \downarrow t} Y(t,T) = -\frac{\partial}{\partial T} \log P(t,T) \Big|_{T=t} \quad (7.2)$$

kan daarom gezien worden als de rente op tijdstip t (over interval $[t,t+dt]$). We noemen r_t de short rate op tijdstip t . Uit de definitie blijkt dat de short rate niet alle informatie bevat over de tijdswaarde van geld omdat het slechts een momentopname is op tijdstip t .

Als $t < S < T$ kunnen we de volgende strategie beschouwen. Op tijdstip t verkopen we een S -bond wat ons $P(t,S)$ euros oplevert. Dit geld gebruiken we direct om een aantal van $P(t,S)/P(t,T)$ T -bonds te kopen. Op tijdstip S verloopt de S -bond wat betekent dat we 1 euro moeten uitkeren aan de houder van die obligatie. Op tijdstip T verloopt de T -bond en ontvangen we $P(t,S)/P(t,T)$ euros.

Het gevolg van deze strategie is dat 1 euro op tijdstip S groeit naar $P(t,S)/P(t,T)$ euros op tijdstip T . Als de rente r constant was op het interval

$[S, T]$ dan zou een euro op tijdstip S groeien naar $e^{r(T-S)}$ op tijdstip T . Dus de constante rente over het interval $[S, T]$ bepaald op tijdstip t is:

$$\frac{\log P(t, T) - \log P(t, S)}{T - S} \quad (7.3)$$

Dit is de forward rate voor $[S, T]$ op tijdstip t . In paragraaf 6.4 zagen we dat we voor het model van Black een soortgelijke formule nodig hadden. Als $S \uparrow T$ krijgen we:

$$f(t, T) = -\frac{\partial}{\partial T} \log P(t, T) \quad (7.4)$$

Dat is de forward rate op tijdstip T , bepaald op tijdstip t . De korte rente is een bepaalde vorm van de forward rate want $f(t, t) = r_t$. Verder geldt dat

$$P(t, T) = e^{-\int_t^T f(t, s) ds} \quad (7.5)$$

dus de verzameling van alle forward rates bevat alle informatie over de rentetermijnstructuur.

7.2 Het short rate model

De klassieke aanpak voor rentemodellen is om een stochastisch model voor de short rate r_t te specificeren en de aanname te doen dat de obligatieprijs $P(t, T)$ een continue functie is van r_t . Zo'n model wordt een short rate model genoemd. Het Hull-White model gaat er onder de martingale measure² Q vanuit dat de short rate voldoet aan de stochastische differentiaalvergelijking

$$dr_t = (\theta(t) + ar_t)dt + \sigma dW_t \quad (7.6)$$

Dit definieert voor elke tijdstap de verandering van de short rate. In bovenstaande differentiaalvergelijking is a een mean reversion parameter, σ de volatiliteit van de korte rente en θ is een deterministische functie. Deze variabelen komen later in deze paragraaf aan bod. Verder geldt dat

² Een martingale is een stochastisch proces zonder drift dus de verwachting van een volgende observatie gegeven een aantal vorige observaties is gelijk aan de laatste observatie.



W een Wiener proces³ is en de natuurlijke filtratie⁴ van r (en W) wordt aangeduid door (F_t) . De prijs $P(t, T)$ van een T -bond op tijdstip t wordt nu gegeven door:

$$P(t, T) = E_Q \left(e^{-\int_t^T r_s ds} \middle| F_t \right) \quad (7.7)$$

Het is nu mogelijk om concrete formules voor de obligatieprijzen te verkrijgen in dit model. Dit komt voornamelijk door het feit dat we een expliciete uitdrukking hebben voor de oplossing van bovenstaande differentiaalvergelijking. Dit geeft de mogelijkheid om de voorwaardelijke verdeling te berekenen van:

$$\int_t^T r_s ds \quad (7.8)$$

gegeven F_t welke nodig is om $P(t, T)$ te berekenen. De integraal bevat een normale verdeling met het volgende gemiddelde:

$$B(t, T)r_t + \int_t^T B(u, T)\theta(u)du \quad (7.9)$$

en variantie:

$$\sigma^2 \int_t^T B^2(u, T)du \quad (7.10)$$

met:

$$B(t, T) = \frac{1 - e^{-a(T-t)}}{a} \quad (7.11)$$

Nu kan de formule voor de zero coupon obligatieprijs voor het Hull-White model afgeleid worden. Deze wordt gegeven door:

$$P(t, T) = e^{A(t, T) - B(t, T)r_t} \quad (7.12)$$

waar B is gedefinieerd als hierboven.

³ Een Wiener proces is een bepaald type stochastisch Markov proces die een normale verdeling bevat met gemiddelde 0 en een variantie van 1 per jaar. Dit proces wordt ook wel een Brownian motion genoemd.

⁴ In de financiële wiskunde representeert een filtratie alle beschikbare informatie op elk tijdstip t en wordt steeds nauwkeuriger naarmate huidige informatie (tijdstip 0) beschikbaar komt (meetbare informatie blijft hetzelfde of neemt toe).



A wordt gegeven door:

$$A(t, T) = \int_t^T \left(\frac{1}{2} \sigma^2 B^2(u, T) - \theta(u) B(u, T) \right) du \quad (7.13)$$

Een short rate model waarin de zero coupon obligatieprijzen zijn zoals in bovenstaande vorm worden een affien model genoemd. De reden voor deze naam is dat de yields en forward rates affien zijn in r_t in deze vorm. De yield wordt gegeven door:

$$Y(t, T) = \frac{B(t, T)}{T-t} r_t - \frac{A(t, T)}{T-t} \quad (7.14)$$

en voor de forward rate geldt:

$$f(t, T) = B_T(t, T) r_t - A_T(t, T) \quad (7.15)$$

Nu beschouwen we een specifieke obligatiemarkt waarin obligaties met alle looptijden worden verhandeld. Op tijdstip 0 kunnen dan de obligatieprijzen en forward rates met alle looptijden geobserveerd worden. De geobserveerde prijzen en forward rates worden aangeduid met respectievelijk $P^*(0, T)$ en $f^*(0, T)$. Hiertegenover staat de formule die het Hull-White model geeft voor de forward rates:

$$f(0, T) = B_T(0, T) r_t - A_T(0, T) \quad (7.16)$$

We zouden graag zien dat de theoretische forward rates overeenkomen met de geobserveerde. Dit is mogelijk door een geschikte functie θ te kiezen. Dit heet het afstemmen van het model aan de rentetermijnstructuur. Beschouw de parameters a en σ als gegeven en kies voor θ de volgende functie:

$$\theta(T) = a f^*(0, T) + f_T^*(0, T) + \sigma^2 B(0, T) (e^{-aT} + \frac{1}{2} a B(0, T)) \quad (7.17)$$

De theoretische Hull-White obligatieprijzen en forward rates stemmen dan overeen met de geobserveerde prijzen en rentes dus is dit een arbitragevrij model voor de obligatiemarkt. De prijs van een T -bond wordt in dit model nu gegeven door:

$$P(t, T) = \frac{P(0, T)}{P(0, t)} \exp \left(B(t, T) f^*(0, t) - \frac{\sigma^2}{4a} B^2(t, T) (1 - e^{-2at}) - B(t, T) r_t \right) \quad (7.18)$$



Na dit zogenaamde afstemmen blijven er nog twee vrije parameters over in het Hull-White model, a en σ . Als de mean reversion rate a op 0 gesteld zou worden, zou de korte rente zich gedragen als de prijs van een aandeel. Doch een belangrijk verschil tussen rentes en aandelprijzen is dat rentes altijd teruggetrokken lijken te worden naar een bepaald gemiddelde op de lange termijn. Dit fenomeen staat bekend als mean reversion. Als r hoog is, zorgt de mean reversion voor een negatieve drift; als r laag is, zorgt de mean reversion voor een positieve drift. De mate waarin dit gebeurt, wordt bepaald door de waarde van a .

Samen met de volatiliteit van de korte rente σ wordt de mean reversion in de praktijk, indien mogelijk, bepaald door het vergelijken van de theoretische prijzen van bepaalde rentederivaten met de geobserveerde prijzen. Dit heet het calibreren van het model.

7.3 Waarderen van rentederivaten

De verwachte waarde op tijdstip $t < T$ van een algemene aanspraak die $C \in F_T$ op tijdstip T uitbetaald wordt gegeven door de volgende formule:

$$V_t = E_Q \left(e^{-\int_t^T r_s ds} C | F_t \right) \quad (7.19)$$

Voor $C \equiv 1$ geeft dit weer de formule voor de obligatieprijs $P(t, T)$. Veel rentederivaten doen niet alleen een betaling aan het einde van de looptijd op tijdstip T maar ook op vaste tussenliggende momenten. Zo'n product is equivalent aan een portfolio van derivaten met verschillende looptijden. Als we een derivaat beschouwen die een betaling doet van C_i op tijdstip T_i met $0 < T_1 < \dots < T_n = T$ en $C_i \in F_{T_i}$ voor $i = 1, \dots, n$ dan wordt de waarde op tijdstip 0 gegeven door de som van die derivaten:

$$V_0 = E_Q \sum_{i=1}^n e^{-\int_0^{T_i} r_s ds} C_i \quad (7.20)$$

Hierin is Q de martingale measure. Deze formule kan gebruikt worden om van een gegeven derivaat de prijs te bepalen met behulp van simulatie middels onderstaande stappen.

- 1) Simuleer een groot aantal realisaties (m) van de short rate r onder de martingale measure Q .
- 2) Bereken voor realisatie j de uitbetaling van de aanspraak en bepaal een benadering c_j voor de verdisconteerde uitbetaling gegeven door:

$$\sum_i \exp\left(-\int_0^{T_i} r_s ds\right) C_i \quad (7.21)$$

- 3) Dan geldt met gebruik van de wet van grote aantallen dat

$$\bar{c}_m = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m c_j \quad (7.22)$$

een goede benadering is van de waarde van de aanspraak op tijdstip 0 indien m groot genoeg is.

De gebruikelijke benadering voor het simuleren van de realisaties van de short rate is om de stochastische differentiaalvergelijking voor r_t onder Q te discretiseren. Dit is mogelijk voor elk short rate model. In het speciale geval van het Hull-White model kan de discretisatie van het short rate process als volgt worden geschreven:

$$r_t = \alpha(t) + y_t \quad (7.23)$$

met:

$$\alpha(t) = f^*(0,t) + \frac{1}{2} \sigma^2 B^2(0,t) \quad (7.24)$$

en y_t die voldoet aan $y_0 = 0$ en voor $\Delta > 0$ en $k = 0, 1, \dots$,

$$y_{(k+1)\Delta} = e^{-a\Delta} y_{k\Delta} + \sqrt{\sigma^2 B(0,2\Delta)} Z_k \quad (7.25)$$

met Z_0, Z_1, \dots i.i.d., standaard normaal en B zoals hiervoor gedefinieerd.

In de volgende subparagrafen zal specifiek ingegaan worden op de waarde van enkele derivaten die later in dit verslag nodig zullen zijn.

7.3.1 Coupon obligaties

In de praktijk worden zero coupon obligaties niet zoveel verhandeld. Meestal hebben obligaties niet slechts alleen een uitbetaling (van de hoofdsom) aan het einde van de looptijd maar wordt er ook jaarlijks rente uitgekeerd. Een zogenaamde coupon obligatie met bijvoorbeeld een



looptijd van 10 jaar, een hoofdsom van € 1.000 en een coupon van 5% zal de eerste 9 jaar € 50 en het laatste jaar € 1.050 uitbetalen.

In het algemeen kan dit geformuleerd worden als volgt; een obligatie doet een uitbetaling van k euro op de tijdstippen $T_1 < \dots < T_n = T$ en betaalt de hoofdsom van 1 euro uit op tijdstip T . Dus 1 coupon obligatie is equivalent met k zero coupon obligaties met looptijd T_i voor $i = 1, \dots, n$ en 1 T -bond. Oftewel de waarde van een coupon obligatie op tijdstip 0 kan geschreven worden als:

$$P(0, T) + k \sum_{i=1}^n P(0, T_i) \quad (7.26)$$

7.3.2 Floating rate obligaties

Er bestaan ook obligaties die tussentijdse uitkeringen doen die afhankelijk zijn van de rente op het moment van betaling. De LIBOR voor het tijdsinterval $[S, T]$ is gedefinieerd als:

$$L(S, T) = - \frac{P(S, T) - 1}{(T - S)P(S, T)} \quad (7.27)$$

Dit is simpelweg de opbrengst per tijdseenheid van een investering op tijdstip S in een T -bond. Een floating rate obligatie doet ook betalingen op tijdstippen $T_1 < \dots < T_n = T$ met betaling C_i op tijdstip T_i met C_i gelijk aan

$$(T_i - T_{i-1})L(T_{i-1}, T_i) = \frac{1}{P(T_{i-1}, T_i)} - 1 \quad (7.28)$$

Dit is precies de opbrengst op tijdstip T_i als we op tijdstip T_{i-1} voor 1 euro T_i -bonds hadden gekocht. De hoofdsom van 1 euro wordt weer afgelost op tijdstip T . De prijs van deze obligatie op $t = 0$ kan geschreven worden als:

$$P(0, T) + \sum_{i=1}^n (P(0, T_{i-1}) - P(0, T_i)) = P(0, 0) = 1 \quad (7.29)$$

Dus de prijs van een floating rate obligatie is gelijk aan z'n hoofdsom omdat de toekomstige rentebetalingen afhankelijk zijn van de toekomstige rente.

7.3.3 Swaps

Zoals we eerder zagen worden er bij een swap over een bepaalde hoofdsom betalingen uitgewisseld die afhankelijk zijn van de rente. Als we bijvoorbeeld te maken hebben met de tijdstippen $0 < T_1 < \dots < T_n$ en op tijdstip T_i doen we een betaling van $(T_i - T_{i-1})L(T_{i-1}, T_i)$ euro (met L de LIBOR) dan ontvangen we k euro (vaste rente). Met andere woorden, de opbrengst van een investering van 1 euro in T_i -bonds op tijdstip T_{i-1} wordt geswapt tegen de constante "opbrengst" k .

Deze receiver swap is dus equivalent met het verkopen van een floating rate obligatie en het kopen van een coupon bond die op elk tijdstip T_i een uitkering doet van k euro. De prijs van een floating rate obligatie is gelijk aan zijn hoofdsom dus in dit geval 1. De prijs van de receiver swap op tijdstip 0 is dan:

$$P(0, T) + k \sum_{i=1}^n P(0, T_i) - 1 \quad (7.30)$$

Voor de payer swap geldt het omgekeerde. Hier wordt een coupon bond verkocht en een floating rate obligatie aangekocht:

$$1 - P(0, T) - k \sum_{i=1}^n P(0, T_i) \quad (7.31)$$

7.3.4 Swaptions

Een swaption geeft aan de houder het recht om in de toekomst één van bovenstaande swaps aan te gaan. Stel dat het tijdstip in de toekomst gelijk is aan $T_0 > 0$. Voor de uitbetaling van de optie op een receiver swap op tijdstip T_0 geldt dan dat deze gelijk is aan:

$$\left(P(T_0, T) + k \sum_{i=1}^n P(T_0, T_i) - 1 \right)^+ \quad (7.32)$$

Met gebruik van de algemene formule voor de waardering van een derivaat is de prijs van de receiver swaption op tijdstip 0 als volgt:

$$E_Q e^{\int_0^{T_0} r_s ds} \left(P(T_0, T) + k \sum_{i=1}^n P(T_0, T_i) - 1 \right)^+ \quad (7.33)$$

Voor de uitbetaling van de optie op een payer swap geldt dus dat deze gelijk is aan:

$$\left(1 - P(T_0, T) - k \sum_{i=1}^n P(T_0, T_i)\right)^+ \quad (7.34)$$

En de prijs van de payer swaption op tijdstip 0 is dan:

$$E_Q e^{\int_0^{T_0} r_s ds} \left(1 - P(T_0, T) - k \sum_{i=1}^n P(T_0, T_i)\right)^+ \quad (7.35)$$

Bovenstaande verwachtingen kunnen over het algemeen niet analytisch geëvalueerd worden dus zijn er numerieke methoden vereist. Daarom is een simulatiemodel op basis van het Hull-White model zoals in dit hoofdstuk beschreven in Microsoft Excel geïmplementeerd met een aantal simulaties van $m = 500$ daar dit aantal de grenzen van Excel naderde. Een beschrijving van het model is te vinden in bijlage III. Met dit model zijn de marktwaaarde van de behandelde rentederivaten te berekenen tot een looptijd van 40 jaar.

Het vinden van de juiste waarde (calibratie) voor de parameters σ voor de volatiliteit en a voor de mean reversion rate is dusdanig complex dat dat buiten het bestek van dit verslag valt. Voor de implementatie zijn de waarden $\sigma = 0,75\%$ en $a = 3\%$ gebruikt.⁵

Ter illustratie staan in onderstaande grafieken de waardes van 1-jarige payer swaptions over de komende 40 jaar bij verschillende waardes voor de volatiliteit en mean reversion rate. Deze waardes zijn afgestemd aan de huidige rentetermijnstructuur en het betreft swaptions met een hoofdsom van 1 euro.

Als we de grafieken met elkaar vergelijken zien we dat de invloed die de parameter a heeft op de waarde van swaptions veel geringer is doch wel omgekeerd. Een hogere waarde van a zorgt voor een lagere prijs van de

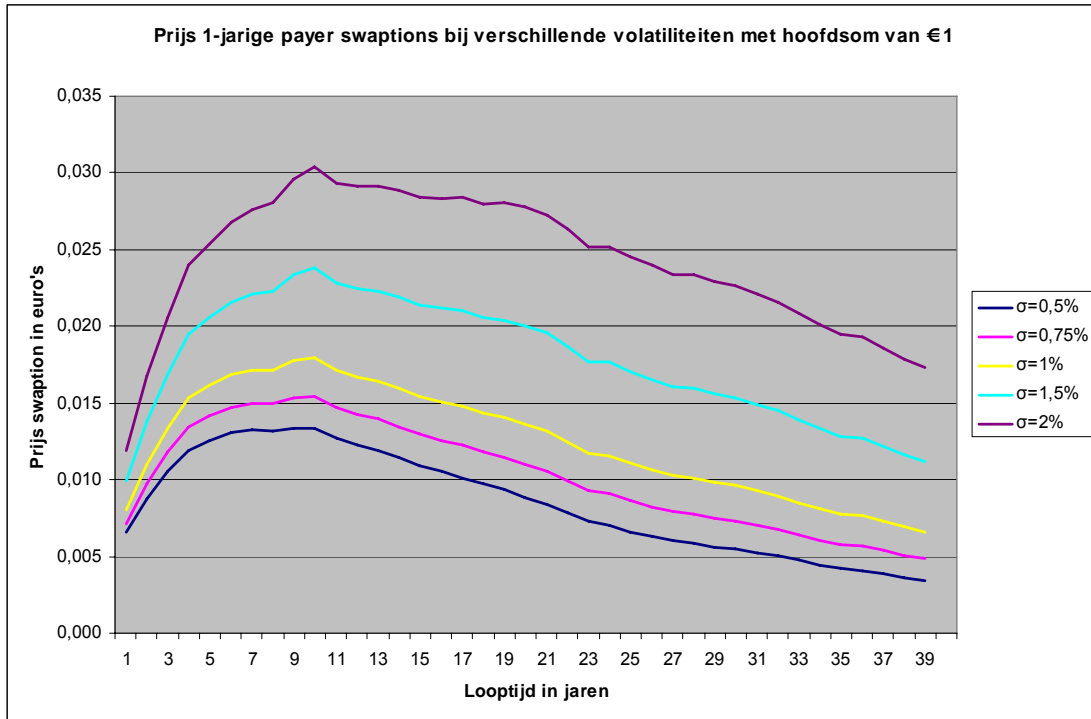
⁵ Op basis van gegevens van een grote Nederlandse verzekeraar. De waarde van parameters kunnen ongeveer benaderd worden aan de hand van reeds bekende prijzen van swaptions in de markt met de kleinste-kwadratenmethode:

$$\min_{\sigma, a} \sum_i (S_i - \hat{S}_i)^2$$

Hier zijn S_i en \hat{S}_i respectievelijk de swaption prijzen in de markt en de swaption prijzen uit de simulatie. De som van de gekwadraterde afwijkingen tussen geobserveerde markt- en theoretische prijzen worden met deze methode geminimaliseerd.



swaption door de sterkere drift naar het gemiddelde toe. Een hogere waarde voor de volatiliteit zorgt duidelijk voor een hogere prijs van de swaptions.



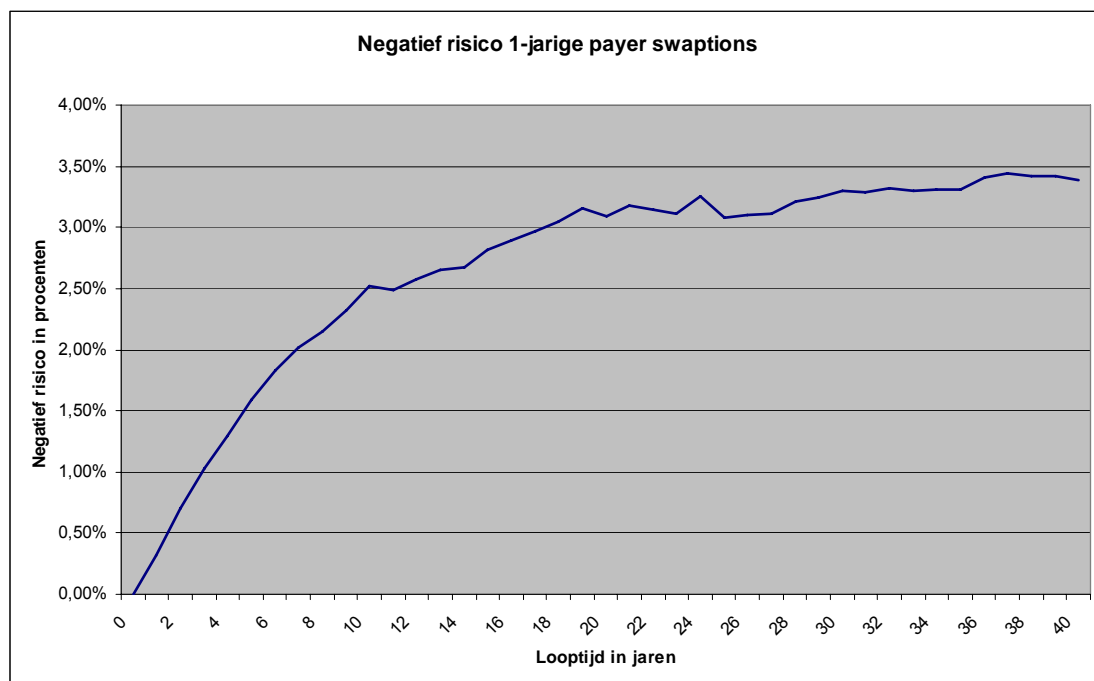
Figuur 7.36: Waarde 1-jarige swaptions bij verschillende volatiliteiten



Figuur 7.37: Waarde 1-jarige swaptions bij verschillende mean reversion rates

Er is in de figuren ook te zien dat de waardes van de swaptions eerst stijgen en dan weer dalen. Dit is te verklaren doordat bij de waarde van een payer swaption in feite alleen rekening wordt gehouden met het risico dat de rente boven de rekenrente van 3% komt. De swaption wordt namelijk alleen uitgeoefend bij rentes boven de 3% dus wordt in de waardering alleen rekening gehouden met het zogenaamde negatieve risico (voor de schrijver). Om dit te illustreren kunnen we in elk jaar gedurende de looptijd het verschil noteren tussen de gesimuleerde rente en de 3% indien de gesimuleerde rente boven de 3% ligt.

Er blijkt dan dat in de beginjaren van de prognose de kans op een rente boven de 3% het grootst is daar dan de frequentie het hoogst is. Voor de gevallen dat de gesimuleerde rente lager is dan 3%, stellen we het verschil tussen deze gesimuleerde rente en de rekenrente op 0 (in de waardering van de swaption wordt immers geen rekening gehouden met eventueel positief risico). Het negatieve risico kan vervolgens gekwantificeerd worden door het gemiddelde te nemen over alle verschillen tussen de gesimuleerde rente en de rekenrente. Het verloop hiervan (zie figuur 7.38) is terug te vinden in de waarde van de swaptions.



Figuur 7.38: Negatieve risico bij swaptions

8 Resultaten Marktwaaarde

Het in het vorige hoofdstuk omschreven model zal hier aangewend worden om de marktwaaarde van een voorbeeldcontract te berekenen en deze te vergelijken met de methode die in de praktijk vaak gebruikt wordt om de marktwaaarde pragmatisch te benaderen.

Beschouw als voorbeeld weer de 25-jarige man uit paragraaf 5.6 die een koopsom stort waarmee hij een jaarlijks pensioen van € 1.000 verzekert. Over 40 jaar zou deze koopsom gegroeid moeten zijn naar een bedrag dat hoog genoeg is om een lijfrente aan te schaffen die het pensioen van € 1.000 per jaar uitkeert. Dit voorbeeld staat gelijk aan een 25-jarige werknemer die één jaar in dienst is geweest en daarbij € 1.000 pensioen heeft opgebouwd.

In dit hoofdstuk worden de sterftkansen buiten beschouwing gelaten want de sterftkansen kunnen onafhankelijk van de rentestanden verondersteld worden. We gaan er dus vanuit dat de man de leeftijd van 65 haalt en het moment van de kasstroom vaststaat. In paragraaf 5.6 zagen we dat er een koopsom gestort diende te worden van € 3.099 en dat dit op de leeftijd van 65 gegroeid zou zijn naar € 12.036 als er rekening wordt gehouden met de sterftkansen. Zonder sterftkansen en met een gegarandeerd rendement van 3% komt er een bedrag van € 10.109 vrij op de leeftijd van 65. Als het door de verzekeraar behaalde rendement hoger is dan de rekenrente dan zal er winstdeling plaatsvinden.

Eerst zal gekeken worden naar hoe zo'n soort contract in de praktijk vaak gewaardeerd wordt. Daarna zal met behulp van het Hull-White model de marktwaaarde berekend op basis van zowel rentetermijnstructuur als het u-rendement. Tot slot zal ook gekeken worden wat de marktwaaarde is als er belegd wordt in 10-jarige tranches. Er wordt uitgegaan van 100% winstdeling.

8.1 Marktwaaarde in de praktijk

In deze paragraaf zal de waardering van ons voorbeeldcontract behandeld worden zoals dit in de praktijk vaak gedaan wordt. De waardering van de winstdeling gebeurt hier op basis van de forward rente. Als beginjaar gaan we uit van 2005, de dan 25-jarige man gaat dus met pensioen in 2045 en we gaan bij de waardering uit van de rentetermijnstructuur van 31-12-2004. Het verloop van de VPV zonder rekening te houden met



sterfte op basis van de gegarandeerde 3% op de koopsom is dan volgens onderstaande tabel.

Ontwikkeling van de VPV bij éénmalige koopsom op t = 0 en rekenrente van 3%		
Jaar	Koopsom	VPV
0	3.099	3.099
1		3.192
2		3.288
3		3.386
4		3.488
5		3.593
...		...
36		8.982
37		9.251
38		9.529
39		9.815
40		10.109

Figuur 8.1: Ontwikkeling van VPV bij éénmalige koopsom en 3% garantie

Als in enig jaar tussen 2005 en 2045 de marktrente hoger ligt dan de rekenrente zal het rendement op de koopsom ook hoger zijn. Om daar nu al een inschatting van te maken kan men kijken naar de forward rate die afgeleid is van de rentetermijnstructuur. We kunnen de ontwikkeling van de VPV op basis van de rekenrente dan naast de ontwikkeling van de koopsom (KPS) op basis van de forward rate leggen zoals in onderstaande tabel.

Ontwikkeling van de VPV bij een rekenrente van 3% en overrente o.b.v. van de RTS				
Jaar	VPV 3%	KPS Fwd	VPV RTS	Overrente
0	3.099	3.099	1.684	1.415
1	3.192	3.172	1.723	1.449
2	3.288	3.263	1.773	1.490
3	3.386	3.369	1.830	1.539
4	3.488	3.489	1.896	1.593
5	3.593	3.621	1.967	1.653
...
36	8.982	15.505	8.424	7.081
37	9.251	16.226	8.816	7.410
38	9.529	16.987	9.229	7.758
39	9.815	17.778	9.659	8.119
40	10.109	18.607	10.109	8.497

Figuur 8.2: Ontwikkeling van de VPV bij rekenrente van 3% en RTS

In de tweede kolom zien we de ontwikkeling van de VPV zoals we die eerder zagen. Daarnaast staat de koopsom op basis van de forward rate. Op de pensioenleeftijd zien we dat de koopsom in het laatste geval is

gegroeid naar € 18.607 en dat dit een verschil is van € 8.497 met de VPV op basis van de rekenrente. Als we deze overrente op basis van de forward rate contant maken met de rentetermijnstructuur geeft dit op tijdstip 0 een contante waarde van € 1.415 zoals in de laatste kolom te zien is. De contante waarde van de VPV op basis van de rentetermijnstructuur is gelijk aan € 1.684 wat samen weer € 3.099 geeft.

In het hypothetische geval van een rekenrente van 5% ziet de situatie bij de huidige rentetermijnstructuur eruit als volgt:

VPV bij rekenrente van 5% waardoor overrente o.b.v. de RTS negatief wordt bij de praktijkmethode				
Jaar	VPV 5%	KPS Fwd	VPV RTS	Overrente
0	1.436	1.436	1.684	-248
1	1.508	1.470	1.723	-254
2	1.583	1.512	1.773	-261
3	1.662	1.561	1.830	-269
4	1.745	1.617	1.896	-279
5	1.833	1.678	1.967	-289
...
36	7.921	7.184	8.424	-1.240
37	8.317	7.518	8.816	-1.297
38	9.169	7.871	9.229	-1.358
39	9.628	8.238	9.659	-1.421
40	10.109	8.621	10.109	-1.488

Figuur 8.3: Ontwikkeling van de VPV bij rekenrente van 5% en RTS

In bovenstaande tabel is de tegen de rentetermijnstructuur verdisconteerde waarde € 1.648 wat ook de waarde van het contract is. De overrente is hier negatief maar dit wordt gecompenseerd door de rendementsgarantie.

De tegen de rentetermijnstructuur verdisconteerde waarde van de VPV + de verdisconteerde waarde van de overrente (mits positief) is wat in de praktijk vaak als marktwaarde wordt gehanteerd. Naarmate de marktrente daalt, zal de waarde van de overrente ook dalen. Die waarde van de overrente kan ook negatief worden, de contante waarde van de VPV bevat dan impliciet de waarde van de rendementsgarantie in het contract. Als de overrente wel positief is, kan dat gezien worden als de waarde van de winstdeling.

In de volgende paragraaf zullen we deze gestileerde methode vergelijken met de daadwerkelijke marktwaarde die berekend kan worden met het Hull-White model.

8.2 Marktwaaarde o.b.v. rentetermijnstructuur

De marktwaaarde van een garantiecontract met winstdeling wijkt meestal af van de methode die in de praktijk vaak gebruikt wordt. Een belangrijke oorzaak hiervan is dat de marktwaaarde rekening houdt met mogelijke toekomstige veranderingen in de rentestand. Er zal nu voor verschillende ontwikkelingen van de rentetermijnstructuur gekeken worden naar de marktwaaarde van het voorbeeldcontract en deze vergelijken met de waarde van het contract volgens de praktijkmethode. Hierbij zal naar een rekenrente van 3% gekeken worden daar dit meestal standaard is tegenwoordig. We gaan er ook hier weer van uit dat elk rendement boven de rekenrente dat in enig jaar gehaald wordt ten goede komt aan de verzekeringnemer.

De waarde die de praktijkmethode geeft, wordt onderverdeeld in de verdisconteerde waarde van zowel de ontwikkeling van de koopsom op de einddatum als de overrente. De marktwaaarde van het contract wordt onderverdeeld in de marktwaaarde van de ontwikkeling van de koopsom op de einddatum en de marktwaaarde van de winstdeling.

De eerste vergelijking die gemaakt is, is met gebruik van de huidige rentetermijnstructuur en daarnaast is er ook nog vergeleken met drie andere fictieve rentetermijnstructuren die in onderstaande tabel staan beschreven. Dit om de marktwaaarde bij verschillende hypothetische gevallen te vergelijken met de praktijkwaarde (zie ook figuur 8.6).

Beschrijving input Hull-White model met huidige RTS en drie fictieve rentetermijnstructuren	
RTS	Beschrijving
0	Huidige RTS De RTS van de startdatum van de berekeningen
1%	Constante RTS van 2% De RTS ligt hier continu onder de rekenrente
2%	Constante RTS van 3% De RTS is hier continu gelijk aan de rekenrente
3%	Constante RTS van 4% De RTS ligt hier continu boven de rekenrente

Figuur 8.4: Beschrijving verschillende marktrentes die als input zijn gebruikt

Deze verschillende curves zijn gebruikt als input in het Hull-White model en ook als input voor de berekening van de waarde volgens de gestileerde methode uit de praktijk. De resultaten voor de verschillende (fictieve) rentetermijnstructuren staan in de onderstaande tabel. Hierbij is de praktijkwaarde van de VPV en de overrente berekend zoals in de vorige

paragraaf is beschreven. De berekening van de marktwaaarde van de VPV komt op hetzelfde neer, verdisconteren van de toekomstige kasstroom tegen de rentetermijnstructuur. De marktwaaarde van de overrente is berekend aan de hand van formule (6.4).

Praktijkwaarde VPV en overrente van voorbeeldcontract t.o.v. marktwaaarde bij verschillende rentetermijnstructuren			
RTS		Praktijk	Marktwaaarde
0	VPV	1.684	1.684
	Overrente	1.415	2.348
	Totaal	3.099	4.031
2%	VPV	4.578	4.578
	Overrente	0	1.700
	Totaal	4.578	6.278
3%	VPV	3.099	3.099
	Overrente	0	1.911
	Totaal	3.099	5.010
4%	VPV	2.106	2.106
	Overrente	993	2.120
	Totaal	3.099	4.225

Figuur 8.5: Resultaten bij verschillende rentetermijnstructuren

De kasstroom die aan het eind van de 40 jaar vrijkomt wordt bij beide methodes hetzelfde behandeld dus die is in beide gevallen gelijk. Een lagere rente geeft een hogere marktwaaarde van de gestorte koopsom. In de tabel is dit ook zichtbaar.

Het verschil tussen de gestileerde methode en de marktwaaarde uit zich in de waardering van de overrente. De marktwaaarde van de winstdeling is in bovenstaande gevallen altijd hoger dan de praktijkwaarde. Dit is omdat er bij de gestileerde methode geen rekening wordt gehouden met toekomstige veranderingen in de rentestanden.

De curve van de huidige rentetermijnstructuur (RTS 0) begint net onder de rekenrente maar daarna ligt hij er ruim boven. Bij de gestileerde methode wordt de winstdeling hier gewaardeerd op € 1.415 tegen een marktwaaarde van € 2.348 die een stuk hoger ligt.

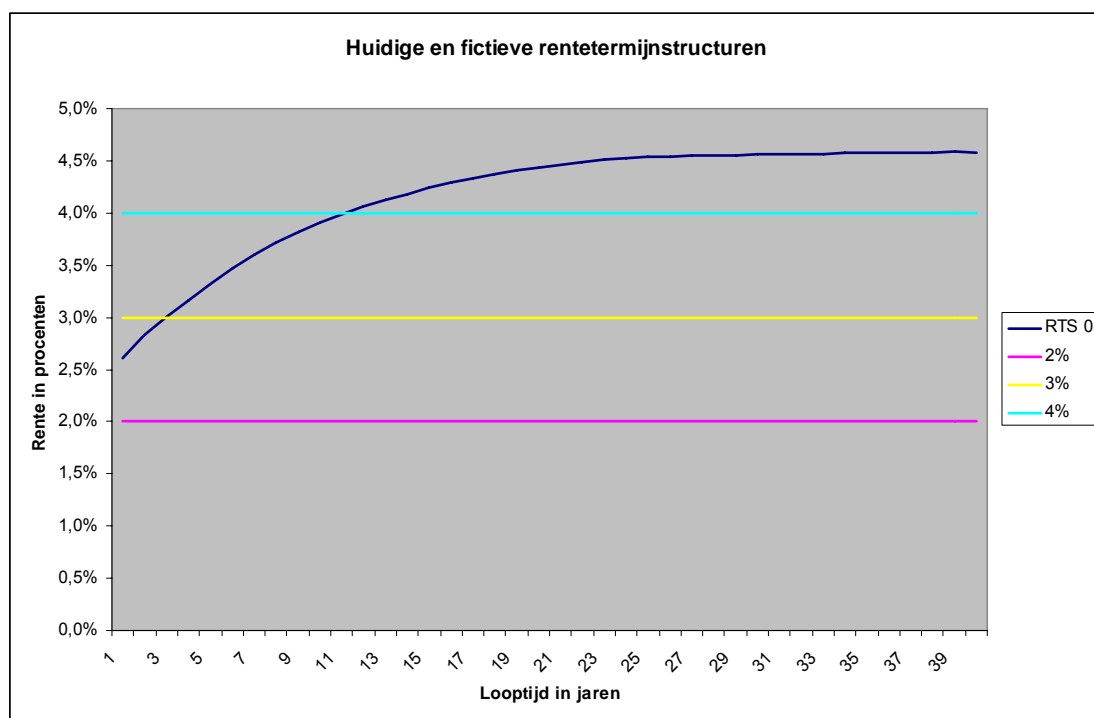
Bij de marktrente van continu 2% is de praktijkwaarde van de winstdeling gelijk aan € 0 tegen een marktwaaarde van € 1.700. Gemiddeld ligt deze fictieve rente een stuk lager dan de huidige rentetermijnstructuur wat er de oorzaak van is dat de marktwaaarde van de winstdeling lager is.

De gestileerde methode houdt geen rekening met toekomstige veranderingen in de rentestanden en omdat de marktrente 2% is, ligt

deze dus continu onder de rekenrente van 3%. Vandaar dat daar een waarde van € 0 aan toegekend wordt.

Bovenstaande geldt ook voor de marktrente van continu 3%. Omdat de rente daar ook nooit boven de rekenrente uitkomt, vindt er ook geen winstdeling plaats. De marktwaarde houdt wel rekening met de mogelijkheid dat rente in de toekomst boven de 3% komt en dat er derhalve ook winstdeling plaatsvindt.

Bij de curve van 4% ligt de fictieve marktrente steeds boven de rekenrente. Dus ook de pragmatische methode kent nu een waarde toe aan de overrente. In dit geval € 993 tegenover een marktwaarde van € 2.120.



Figuur 8.6: Grafische weergave huidige en fictieve rentetermijnstructuren

Door het geven van volledige winstdeling boven de rekenrente van 3% zonder de bijbehorende verliesdeling bij rendementen onder de 3% is er impliciet een rendementsgarantie van 3% verstrekt. Als we alleen geïnteresseerd zijn in de waarde van de garantie over de 40 jaar, dus zonder dat er winstdeling plaatsvindt, kan dit berekend worden door middel van formule (6.1) met gebruik van de receiver swaptions zoals beschreven in paragraaf 6.3.1. Voor deze scenario's staan de waarde van de garanties in figuur 8.7.

We zien hier dat de gestileerde methode slechts een waarde toekent aan de garantie indien de rente gemiddeld onder de rekenrente ligt. Dit is het

geval bij de markttrente van continu 2%. Bij de marktwaarde is duidelijk te zien dat de garantie hoger gewaardeerd wordt bij een lage markttrente.

Waarde garantie o.b.v. praktijkmethode vergeleken met marktwaarde garantie bij verschillende rentetermijnstructuren			
RTS		Praktijk	Marktwaarde
0	Garantie	0	402
2%	Garantie	1.479	2.327
3%	Garantie	0	1.261
4%	Garantie	0	625

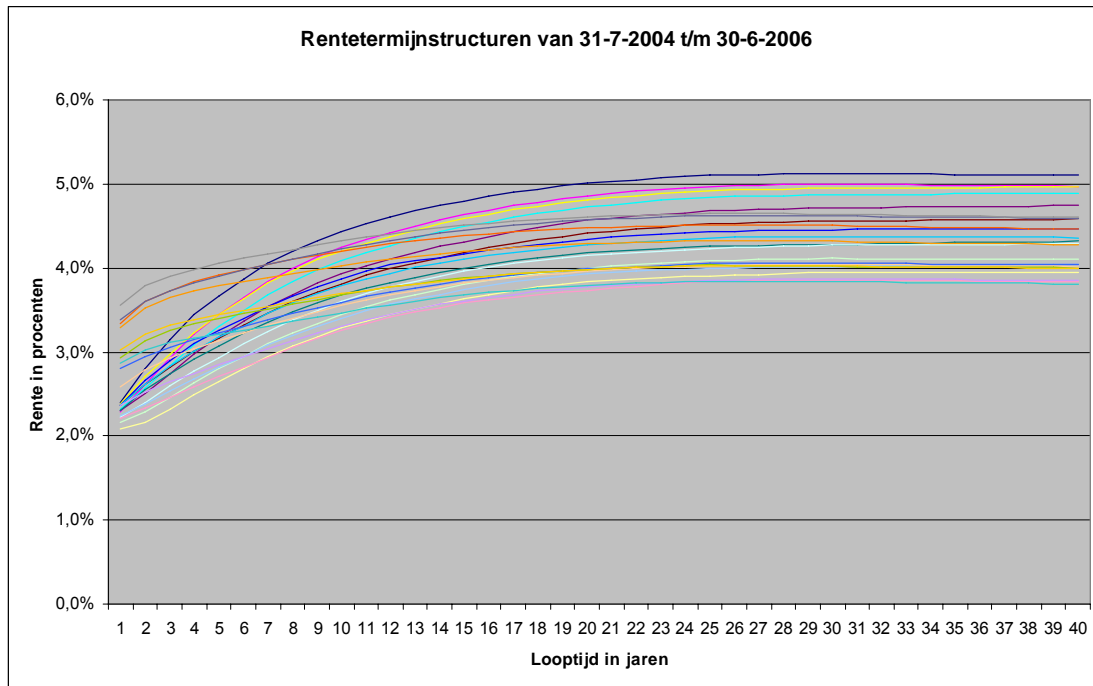
Figuur 8.7: Waarde van de garantie o.b.v. praktijkmethode en marktwaarde

Uit bovenstaande resultaten blijkt dat de marktwaarde van een garantiecontract bijna altijd hoger is dan de praktijkwaarde. Dit verschil wordt veroorzaakt door de waardering van de winstdeling. Deze wordt in de markt hoger gewaardeerd dan in de praktijk gebruikelijk is.

Als we puur naar de garantie kijken zonder winstdeling zien we dat alleen als de markttrente continu een stuk hoger ligt dan de rekenrente dat de garantie in de markt minder wordt gewaardeerd. De marktwaarde van de garantie zal echter nooit nul zijn. Voor de praktijkwaarde geldt dat dit vrij vaak voorkomt. In het algemeen geldt dat hoe lager de markttrente gemiddeld is, hoe meer de garantie op de rekenrente waard is.

De hiervoor gerepresenteerde rentetermijnstructuren zijn zoals gezegd fictief en zullen in de realiteit niet zo gauw voorkomen. Daarom is er ook gekeken naar verschillende termijnstructuren uit het verleden. Hiervoor zijn gegevens van de afgelopen twee jaar gebruikt en is elke keer de rentetermijnstructuur aan het eind van de maand gebruikt, oftewel van 31-7-2004 t/m 30-6-2006. Deze staan in figuur 8.8 en er is te zien dat deze rentes een redelijke bandbreedte vormen voor de rentetermijnstructuur.

De in totaal 24 termijnstructuren zijn als input in het model gebruikt en daarbij zijn weer de marktwaarde van het voorbeeldcontract berekend alsook de praktijkwaarde. We zagen al dat de waarde van de koop-sommen bij beide methodes gelijk aan elkaar is. Verder bleek nu dat de marktwaarde van de winstdeling gemiddeld zo'n 85% hoger lag dan de praktijkwaarde van de winstdeling. Verder kende de gestileerde methode bij elk scenario een waarde 0 toe aan puur de garantie. De marktwaarde van de garantie bleek gemiddeld gelijk aan € 551. De volledige resultaten zijn te vinden in bijlage IV en worden in paragraaf 8.5 samengevat.



Figuur 8.8: Maandelijks rentetermijnstructuren van de afgelopen twee jaar

8.3 Marktwaaarde o.b.v. u-rendement

In de praktijk is de maatstaf voor de overrentedeling bij verzekeringcontracten vaak het u-rendement. We zagen al dat het u-rendement maandelijks wordt vastgesteld en een weging is van door de Nederlandse staat uitgegeven leningen. Deze leningen voldoen aan de volgende eisen:

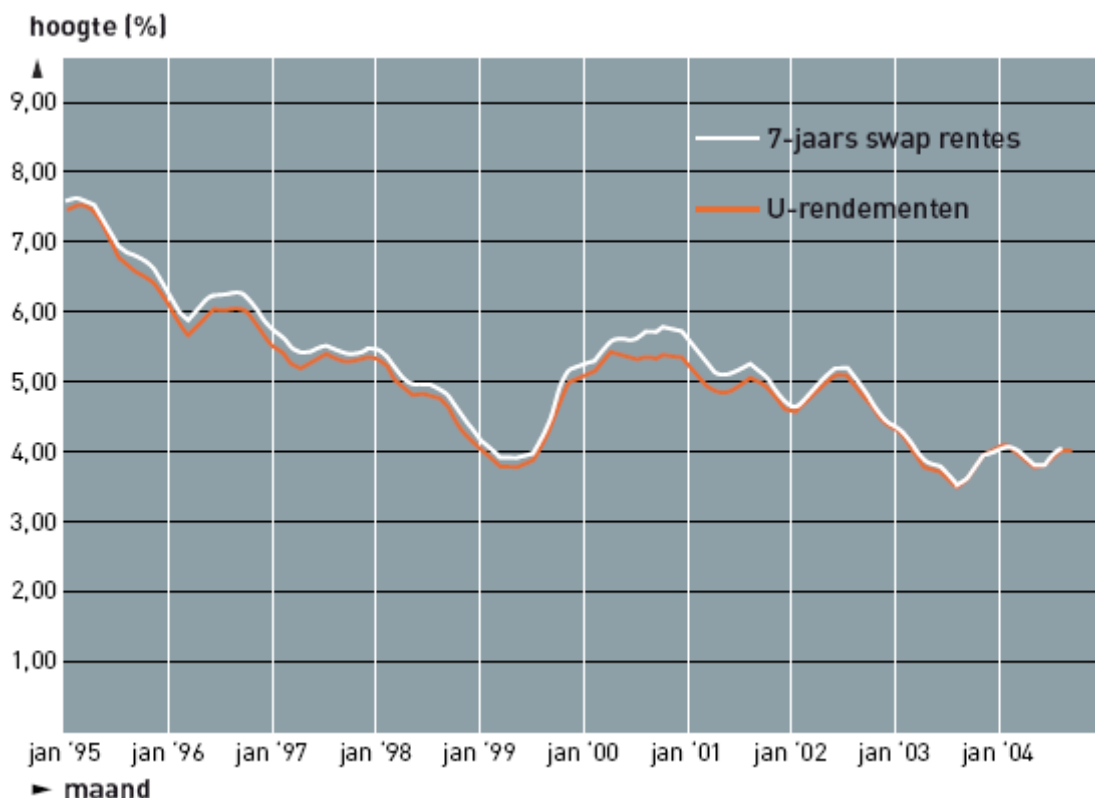
- De lening is toegelaten tot de definitieve notering van de Officiële Prijscourant van Euronext te Amsterdam. Hierin staan alle koersen vermeld die op een bepaalde dag tot stand zijn gekomen op de Amsterdamse Effectenbeurs.
- De lening is niet vervroegd aflosbaar.
- De gemiddelde resterende looptijd van de lening ligt tussen de 2 en 15 jaar.
- De omvang van de (restant hoofdsom van de) lening bedraagt tot 1 januari 2001 minimaal f 500 miljoen en vanaf 1 januari 2001 minimaal € 225 miljoen.

Preciezer is het u-rendement het gemiddelde van 6 deel-u-rendementen. Een deel-u-rendement wordt tweemaal per maand vastgesteld en wel per de 15^e en ultimo (einde) van de maand. Ter bepaling van een deel-u-rendement wordt uitgegaan van de op de genoemde data laatst bekende

effectieve rendementen⁶ van elke lening, zoals gepubliceerd in de Officiële Prijscourant. Een deel-u-rendement is gelijk aan de som van:

- 10% van het rekenkundig gemiddelde van de medianen van de effectieve rendementen van alle leningen met een gemiddelde resterende looptijd van 2 tot 3 jaar, 3 tot 4 jaar en 4 tot 5 jaar,
- 65% van het rekenkundig gemiddelde van de medianen van de effectieve rendementen van alle leningen met een gemiddelde resterende looptijd van 5 tot 6 jaar, 6 tot 7 jaar, 7 tot 8 jaar, 8 tot 9 jaar en 9 tot 10 jaar,
- 25% van de mediaan van de effectieve rendementen van alle leningen met een gemiddelde resterende looptijd van 10 tot 15 jaar.

Zodra het deel-u-rendement per de 15^e van de maand bepaald is, wordt ook het maandrendement vastgesteld als het gemiddelde van de zes laatstbekende deel-u-rendementen. Dit maandrendement geldt dan voor de kalendermaand beginnend anderhalve maand na de bepaling van het u-rendement.



Figuur 8.9: 7-jaars rentes en u-rendementen

⁶ Effectief rendement houdt naast het couponrendement ook rekening met winst of verlies bij aflossing.

Uit historische data blijkt dat het u-rendement goed benaderd kan worden met een 7-jaars spot rate (zie figuur 8.9). Deze 7-jaars rente kan berekend worden uit de huidige rentetermijnstructuur en in het Hull-White model gebruikt worden door de 7-jaars forward rate als basis in de formules te gebruiken.

De marktwaaarde van het contract op basis van het u-rendement blijkt iets hoger te liggen dan in de vorige paragraaf (gemiddeld 3,32%) en ten opzichte van de praktijkwaarde ligt de marktwaaarde nu ruim 90% hoger. De hogere marktwaaarde leidt nu wel tot een iets lagere marktwaaarde van de garantie. Deze is in dit geval € 497 tegen de € 551 van de marktwaaarde op basis van de marktrente. Bijna 10% lager. De volledige resultaten zijn weer te vinden in bijlage IV.

8.4 Marktwaaarde o.b.v. tranches

In de praktijk ziet men behalve winstdeling op basis van het u-rendement ook vaak dat de VPV voor de verzekeringnemer waarover de overrente bepaald wordt, verondersteld wordt belegd te zijn in zogenaamde beleggingstranches.

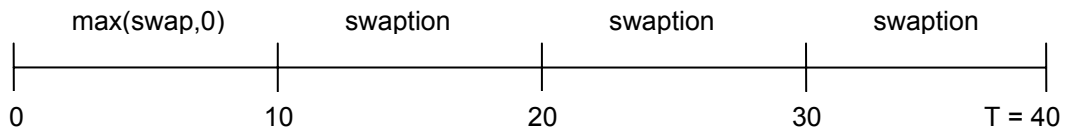
De eerste beleggingstranche is dan gelijk aan het totaal van de (actuariële) netto premies en koopsommen die voor de verzekeringnemer in het voorafgaande jaar zijn geboekt. De tweede beleggingstranche is gelijk aan het daaraan voorafgaande jaar en zo vervolgens tot de gehele voorziening in beleggingstranches is verdeeld. Bij deze verdeling wordt evenwel niet verder dan 9 jaren teruggedaan. Elke beleggingstranche is dus een fictieve belegging in de vorm van een 10-jarige ineens aflosbare lening, aangegaan op 1 januari van het jaar waarin de premies en koopsommen waaruit de beleggingstranche is gevormd zijn geboekt en met een nominale rentevergoeding gelijk aan het u-rendement geldend voor de maand januari van dat jaar.

De overrente over de maximaal 9 beleggingstranches is vervolgens gelijk aan de totale (fictieve) rentevergoeding over deze beleggingstranches verminderd met het percentage van de gehanteerde rekenrente.

In ons voorbeeldcontract is slechts sprake van één koopsomstorting dus gaan we bij de berekening van de marktwaaarde uit van één beleggingstranche. Eén koopsomstorting wordt dus gedurende 10 jaar fictief belegd tegen het geldende u-rendement aan het begin van de periode. Ons voorbeeldcontract kan dus (uitgaande van contractverlenging) verdeeld



worden in vier tranches van 10 jaar. De marktwaaarde van de winstdeling en de garanties kan dan berekend worden aan de hand van het onderstaande schema.



Er wordt nu dus niet gebruik gemaakt van 1-jarige swaps en swaptions maar van 10-jarige derivaten. De 24 rentetermijnstructuren worden weer als input gebruikt in het voor 10-jarige tranches aangepaste Hull-White model en het u-rendement wordt weer gebruikt zoals beschreven in de vorige paragraaf. Voor de waarde van de swap over de eerste periode van 10 jaar geldt dat deze gelijk aan 0 is bij een hoge marktrente. De waarde is dan eigenlijk negatief maar op het moment van afsluiten op tijdstip $t = 0$ is de rente al bekend en de swap wordt dan niet afgesloten.

Er blijkt dat de marktwaaarde van de winstdeling een stuk dichter bij de methode voor de praktijkwaarde ligt. Gemiddeld is de marktwaaarde nu € 1.626 tegenover de gemiddeld € 1.234 van de gestileerde methode. Een verschil van 35,8%. Dit komt doordat bij beleggingstranches het effect van rentewijzigingen wordt vertraagd.

De marktwaaarde van puur de garantie is nu gelijk aan € 310 wat een stuk minder is dan in de vorige twee gevallen wat in figuur 8.12 in de volgende paragraaf te zien is. Het vertragende effect van rentewijzigingen van tranches is dus ook van invloed op de waarde van de garanties.

8.5 Samenvatting resultaten

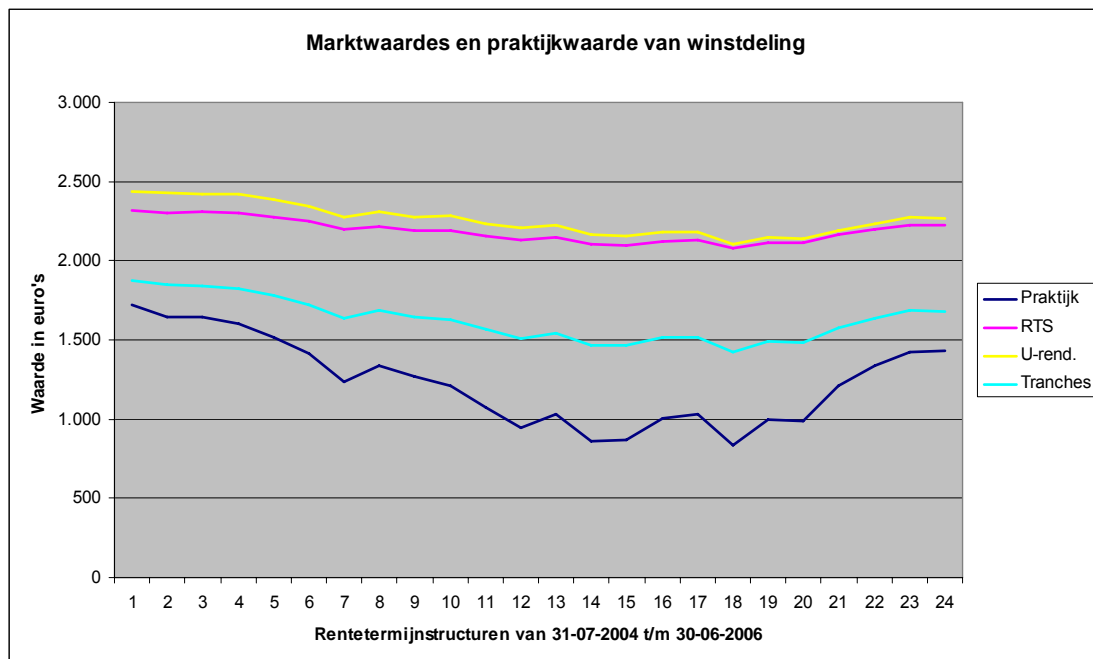
In paragraaf 8.2 t/m 8.4 hebben we de marktwaaarde van de winstdeling berekend op basis van de rentetermijnstructuur, het u-rendement en op basis van 10-jarige tranches. Deze hebben we vergeleken met de pragmatische methode die in de praktijk gebruikt wordt. De afwijkingen ten opzichte van de praktijkwaarde staan in figuur 8.10 samengevat.

De marktwaaarde van de winstdeling op basis van de rentetermijnstructuur en op basis van het u-rendement wijken enorm af van de waardes die de gestileerde methode geeft. De marktwaaarde van de tranches, waarin de rentewijzigingen een vertragend effect hebben, wijkt nog het minst af van de pragmatische methode. Doch de pragmatische methode heeft niets met tranches te maken.



Afwijkingen marktwaarde winstdeling o.b.v. RTS, u-rendement en 10-jarige tranches t.o.v. praktijkwaarde bij rentetermijnstructuren van 31-07-2004 t/m 30-06-2006			
Marktrente	RTS	U-rendement	Tranches
31-07-04	35,03%	42,02%	9,11%
31-08-04	39,73%	47,16%	11,95%
30-09-04	40,51%	47,49%	11,93%
31-10-04	43,72%	51,26%	14,05%
30-11-04	50,49%	57,77%	17,39%
31-12-04	58,91%	65,89%	21,70%
31-01-05	77,89%	84,48%	32,16%
28-02-05	65,49%	72,45%	25,69%
31-03-05	73,12%	79,98%	30,08%
30-04-05	80,76%	88,11%	34,36%
31-05-05	100,58%	108,05%	45,73%
30-06-05	124,68%	132,40%	59,22%
31-07-05	109,13%	116,51%	50,21%
31-08-05	144,76%	152,29%	70,66%
30-09-05	140,84%	147,66%	67,69%
31-10-05	110,61%	116,39%	50,26%
30-11-05	107,01%	111,93%	47,52%
31-12-05	149,21%	153,00%	70,70%
31-01-06	112,46%	115,83%	49,86%
28-02-06	113,39%	116,22%	49,88%
31-03-06	79,03%	81,24%	30,29%
30-04-06	64,34%	67,04%	22,50%
31-05-06	56,69%	60,15%	18,53%
30-06-06	55,88%	58,60%	17,70%
Gemiddeld	84,76%	90,58%	35,80%

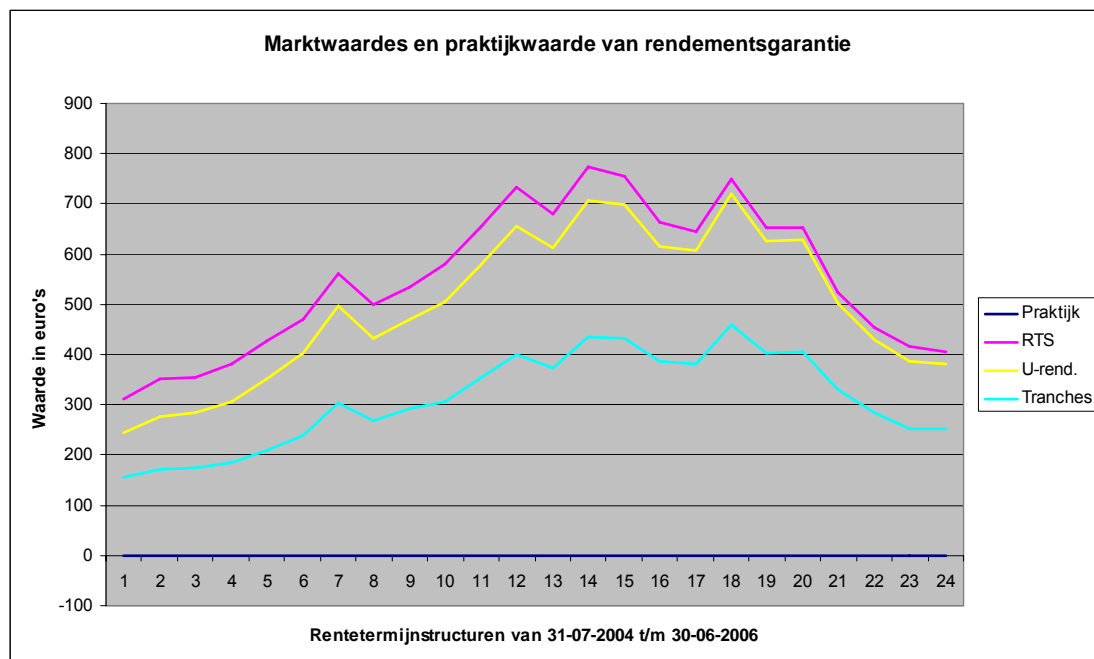
Figuur 8.10: Afwijking marktwaarde t.o.v. praktijkwaarde



Figuur 8.11: Waarde winstdeling bij de verschillende methodes

Als we kijken naar de absolute waarden van de winstdeling die vermeld staan in figuur 8.11 zien we dat de marktwaaarden van de winstdeling op basis van de rentetermijnstructuur en het u-rendement steeds vrij dicht bij elkaar liggen. De marktwaaarde op basis van de 10-jarige tranches ligt een stuk lager en daaronder nog ligt de praktijkwaarde van ons voorbeeldcontract. Deze laatste methode waardeert de winstdeling dus duidelijk veel minder.

Als er puur naar de waarden van de rendementsgarantie wordt gekeken bij de verschillende marktrentes dan zien we onderstaand verloop.



Figuur 8.12: Waarde garanties bij de verschillende methodes

Hier is goed te zien dat marktwaarde van de garantie hoger gewaardeerd wordt als de winstdeling minder waard is. Dit is het geval bij lagere rentes. De praktijkwaarde van de garanties is bij de verschillende rentetermijnstructuren continu gelijk aan nul.

8.6 Beperkingen model

Het gehanteerde model bevat enkele beperkingen waardoor de realiteit niet helemaal wordt nagebootst.

Zo wordt in werkelijkheid het rendement waarop de overrente gebaseerd wordt, verminderd met een kostenopslag van enkele tienden procentpunten dus 100% winstdeling zal in de praktijk niet zo gauw voorkomen.



Het gehanteerde model kan hier vrij gemakkelijk aan aangepast worden. De hoogte van de kostenopslag kan echter per contract verschillen.

Voor het u-rendement in dit model is gebruik gemaakt van een benadering en niet van het echte u-rendement. Verder zijn we uitgegaan van een contante uitkering van de overrente waar in werkelijkheid deze korting veelal beschikbaar wordt gesteld als korting op de prolongatiepremie ter verlenging van het contract.

Ook is er uitgegaan van één koopsom die over 40 jaar wordt aangewend om een lijfrente aan te schaffen. De berekening van de marktwaaarde beperkt zich ook tot die 40 jaar maar feitelijk lopen de rentegarantie en winstdeling na ingang van het pensioen gewoon door.

Tot slot geldt dat de waarde van een pensioenverplichting afhankelijk is van drie bronnen van onzekerheid: sterfte, inflatie en rente. In dit hoofdstuk is met name gekeken naar de onzekerheid met betrekking tot rente. Wat sterfte betreft is er van uitgegaan dat de pensioenleeftijd gehaald wordt en dat het moment van de kasstroom dus vaststaat. Onzekerheid over inflatie is van toepassing op geïndexeerde verplichtingen welke bron van onzekerheid ook buiten beschouwing gelaten is. Uitgangspunt is dus een nominale verplichting.

9 Conclusies & aanbevelingen

9.1 Conclusies

De resultaten van dit onderzoek geven voornamelijk een beeld van hoe goed een veelgebruikte methode in de praktijk om de waarde van een garantiecontract met winstdeling te bepalen, aansluit bij de echte marktwaarde. Deze gestileerde methode blijkt echter helemaal niet goed aan te sluiten bij het voorbeeldcontract dat in dit verslag gebruikt is.

Vooraf de marktwaarde van de winstdeling op basis van de rentetermijnstructuur en op basis van het u-rendement wijken enorm af van de waardes die de gestileerde methode geeft. Indien men in de praktijk gebruik wenst te maken van een gestileerde methode, lijkt een andere methode gewenst. We zagen namelijk ook dat als de marktrente gemiddeld boven de rekenrente ligt, er door de gestileerde methode geen waarde aan de garantie werd toegekend wat niet erg realistisch is. Verder viel uit de resultaten af te lezen dat een neerwaartse beweging van de marktrente duidelijk zorgt voor een lagere waarde van de winstdeling en dat daar tegenover een hogere waarde van de garanties staat. Marktwaardes op basis van de rentetermijnstructuur en op basis van het u-rendement lagen steeds vrij dicht bij elkaar.

Het doel van dit onderzoek was niet zozeer om de actuele waarde te bepalen van één bepaald garantiecontract. Er is een overzicht gegeven van de verzekeringscontracten die in de praktijk voorkomen en daarbij is voor de subcategorie garantiecontracten een aantal methodieken beschreven die toegepast kunnen worden om de fair value oftewel marktwaarde van die contracten te bepalen. Daarbij is wat dieper ingegaan op de waardering van een garantiecontract met winstdeling. Het pakket beleggingen dat exact het kasstroompatroon van zo'n contract nabootst (de replicerende portefeuille) bleek gevormd te kunnen worden door obligaties en payer swaps en swaptions. De marktwaarde van een garantiecontract met 100% winstdeling bestaat dan uit de marktwaarde van de VPV met daarbij opgeteld de marktwaarde van de overrente. De VPV wordt elk jaar opgerent met de rekenrente en verdisconteerd tegen de rentetermijnstructuur. De marktwaarde van de overrente bestaat voor de eerste periode uit de prijs van een payer swap en voor elke periode daarna uit de prijs van een payer swaption. Dit repliceert voor elke periode de keus tussen het ontvangen van de vaste rente of het ontvangen van de variabele rente. Een periode kan een jaar duren maar in het geval van tranches ook 10 jaar.



Bij een basisgarantiecontract is er slechts sprake van één embedded optie die naast de VPV gewaardeerd dient te worden en dat is de rendementsgarantie. Er vindt dan dus geen winstdeling plaats. De garantie kan gewaardeerd worden met gebruik van receiver swaps en swaptions. De vaste rente kan dan ontvangen worden terwijl de variabele rente betaald wordt.

Garantiecontracten met winstdeling komen veruit het meeste voor als we kijken naar het marktaandeel van die contracten. Op 1 januari 2007 zal waarschijnlijk het Financieel Toetsingskader in werking treden en ook volgens het IFRS dient er gerapporteerd te worden op basis van fair value waardoor de in dit verslag gebruikte technieken voor de waardering van garanties en winstdeling van groot belang zijn of zullen worden.

9.2 Aanbevelingen

In verder onderzoek zou bijvoorbeeld nog gekeken kunnen worden naar exit-voorwaarden in verzekeringscontracten. De opties die in dit verslag behandeld zijn, krijgen dan een Amerikaans karakter in plaats van de nu gebruikte Europese opties.

Omdat de overrente in de praktijk vaak niet contant wordt uitgekeerd, kan er ook nog onderzocht worden hoe met de waardering van de winstdeling omgegaan dient te worden bij andere vormen van uitkering. De overrente zou bijvoorbeeld ook aangewend worden voor de financiering van indexering.

Tot slot is er ook geen rekening gehouden met de onzekerheid omtrent sterfte. Welke invloed dat heeft op de methodes voor berekening van de fair value van een verzekeringscontract is ook nog een gebied voor nader onderzoek.



Bronvermelding

- Bouwknegt, P. en Pelsser, A. (2001) – *Marktwaaarde van Winstdeling*
De Actuaris, jaargang 8 nr. 5, 12-15
- Coppens, M., Kuiters, M. en Van der Hoek, J. (2004) – *Renterisico onder Fair Value*
Working paper, Cardano Risk Management, Rotterdam
- Delen, T., Deneer, L., Donselaar, J., Haveman, M., Mergaerts, T., Mirani, A., Pelsser, A. en Plat, R. (2004) – *Rendementsgaranties*
Working paper, Actuarieel Genootschap, Woerden
- Dietvorst, G. et al. (2005) – *Pensioengids 2005*
Kluwer
- Hull, J. (2003) – *Options, Futures and Other Derivatives (5th edition)*
Prentice Hall
- Morik, T. En Quodbach, P. (2002) – *De Fair Value van Verzekeringsverplichtingen*
Working paper, Marsh & McLennan Companies, Amstelveen
- Potters, J. (2003) – *Een garantie voor succes: Over het waarderen en hedgen van garantieproducten*
VBA Journaal, nr. 4, 30-37
- Pelsser, A. and Schrage, D. (2003) – *Pricing Rate of Return Guarantees in Regular Premium Unit Linked Insurance*
Working paper, Nationale Nederlanden, Rotterdam
- Pelsser, A. (2003) – *Pricing and Hedging Guaranteed Annuity Options via Static Option Replication*
Working paper, Erasmus University, Rotterdam
- Plat, R. (2005) – *Analytische Waardering van Opties op u-rendement*
De Actuaris, jaargang 13 nr. 1, 39-41
- Rabobank (2004) – *FTK and IFRS to shake-up Dutch pension funds*
Working paper, Rabobank International, London
- De Nederlandsche Bank (2006) <http://www.dnb.nl/>
- Eurostat (2006) <http://ec.europa.eu/eurostat/>
- IAS Plus (2006) <http://www.iasplus.com/>
- Wikipedia – *De vrije encyclopedie* (2006) <http://nl.wikipedia.org/>

Bijlage I Gebruikte afkortingen

- APP
Actuariële Principes Pensioenfondsen
- CW
Contante waarde
- DNB
De Nederlandsche Bank
- FTK
Financieel Toetsingskader
- IASB
International Accounting Standards Board
- IFRS
International Financial Reporting Standards
- KPS
Koopsom
- LIBOR
London Interbank Offer Rate (interbancaire rente)
- Po
Primo (op de eerste dag van de maand)
- PVK
Pensioen- & Verzekeringskamer
- RTS
Rentetermijnstructuur (of spot rate of zero coupon rente)
- Uo
Ultimo (op de laatste dag van de maand)
- VPV
Voorziening Pensioenverplichtingen



Bijlage II Sterftetafels en actuariële factoren

GBM9500:

GBV9500:

x	${}_{65-x} a_x$	$a_{x/y}$	$a_{x:65-x}$	a_x	q_x	y	q_y
1	1,511	1,384	28,704	30,215	0,00050	1	0,00042
2	1,557	1,418	28,550	30,107	0,00038	2	0,00027
3	1,605	1,456	28,387	29,991	0,00025	3	0,00019
4	1,653	1,499	28,215	29,869	0,00021	4	0,00015
5	1,703	1,539	28,038	29,741	0,00019	5	0,00012
6	1,755	1,580	27,854	29,609	0,00017	6	0,00011
7	1,807	1,623	27,664	29,472	0,00015	7	0,00010
8	1,862	1,667	27,469	29,330	0,00014	8	0,00009
9	1,918	1,714	27,266	29,185	0,00014	9	0,00010
10	1,976	1,761	27,058	29,034	0,00013	10	0,00010
11	2,035	1,810	26,843	28,879	0,00014	11	0,00011
12	2,097	1,861	26,623	28,719	0,00016	12	0,00013
13	2,160	1,913	26,395	28,555	0,00019	13	0,00015
14	2,225	1,965	26,162	28,388	0,00024	14	0,00018
15	2,293	2,017	25,924	28,216	0,00031	15	0,00020
16	2,362	2,070	25,679	28,041	0,00040	16	0,00022
17	2,434	2,121	25,430	27,864	0,00047	17	0,00023
18	2,508	2,172	25,174	27,683	0,00056	18	0,00025
19	2,585	2,223	24,914	27,498	0,00062	19	0,00027
20	2,664	2,274	24,646	27,310	0,00066	20	0,00027
21	2,746	2,325	24,372	27,118	0,00067	21	0,00028
22	2,830	2,378	24,089	26,919	0,00069	22	0,00028
23	2,917	2,432	23,798	26,715	0,00070	23	0,00030
24	3,007	2,488	23,499	26,505	0,00070	24	0,00030
25	3,099	2,545	23,190	26,289	0,00069	25	0,00031
26	3,194	2,605	22,871	26,065	0,00069	26	0,00033
27	3,292	2,667	22,543	25,835	0,00069	27	0,00035
28	3,393	2,731	22,205	25,598	0,00069	28	0,00037
29	3,498	2,797	21,856	25,353	0,00070	29	0,00039
30	3,605	2,865	21,497	25,102	0,00072	30	0,00041
31	3,716	2,934	21,127	24,843	0,00076	31	0,00044
32	3,830	3,006	20,746	24,576	0,00079	32	0,00047
33	3,948	3,078	20,355	24,303	0,00083	33	0,00052
34	4,070	3,153	19,952	24,022	0,00089	34	0,00057
35	4,196	3,229	19,538	23,734	0,00095	35	0,00064
36	4,326	3,306	19,112	23,438	0,00101	36	0,00072
37	4,460	3,385	18,674	23,135	0,00109	37	0,00081
38	4,599	3,465	18,225	22,823	0,00119	38	0,00090
39	4,743	3,545	17,762	22,505	0,00132	39	0,00100
40	4,891	3,627	17,288	22,179	0,00147	40	0,00112



x	${}_{65-x} a_x$	$a_{x/y}$	$a_x: {}_{65-x}$	a_x	q_x	y	q_y
41	5,045	3,708	16,801	21,847	0,00162	41	0,00123
42	5,205	3,790	16,302	21,507	0,00177	42	0,00137
43	5,371	3,872	15,789	21,160	0,00196	43	0,00149
44	5,543	3,955	15,262	20,805	0,00218	44	0,00165
45	5,722	4,037	14,722	20,444	0,00241	45	0,00179
46	5,908	4,118	14,168	20,076	0,00266	46	0,00195
47	6,101	4,199	13,599	19,701	0,00291	47	0,00212
48	6,302	4,280	13,015	19,318	0,00322	48	0,00234
49	6,512	4,359	12,416	18,928	0,00356	49	0,00255
50	6,732	4,438	11,800	18,532	0,00396	50	0,00277
51	6,961	4,514	11,168	18,130	0,00436	51	0,00301
52	7,202	4,589	10,519	17,721	0,00481	52	0,00324
53	7,453	4,662	9,852	17,306	0,00535	53	0,00350
54	7,718	4,733	9,167	16,885	0,00593	54	0,00379
55	7,997	4,800	8,462	16,459	0,00656	55	0,00409
56	8,292	4,864	7,737	16,028	0,00723	56	0,00442
57	8,603	4,925	6,989	15,592	0,00803	57	0,00479
58	8,932	4,981	6,219	15,151	0,00896	58	0,00528
59	9,284	5,032	5,424	14,708	0,00997	59	0,00578
60	9,658	5,078	4,603	14,261	0,01118	60	0,00633
61	10,061	5,116	3,753	13,814	0,01256	61	0,00696
62	10,494	5,147	2,872	13,366	0,01415	62	0,00760
63	10,964	5,169	1,955	12,920	0,01593	63	0,00830
64	11,476	5,181	1,000	12,476	0,01791	64	0,00918
65	12,036	5,182	0,000	12,036	0,01995	65	0,01012
66	11,598	5,174	0,000	11,598	0,02217	66	0,01118
67	11,164	5,156	0,000	11,164	0,02462	67	0,01240
68	10,733	5,129	0,000	10,733	0,02726	68	0,01374
69	10,306	5,091	0,000	10,306	0,03008	69	0,01519
70	9,882	5,045	0,000	9,882	0,03337	70	0,01680
71	9,465	4,989	0,000	9,465	0,03703	71	0,01861
72	9,054	4,922	0,000	9,054	0,04109	72	0,02055
73	8,651	4,843	0,000	8,651	0,04561	73	0,02269
74	8,257	4,753	0,000	8,257	0,05053	74	0,02534
75	7,872	4,652	0,000	7,872	0,05597	75	0,02830
76	7,498	4,539	0,000	7,498	0,06177	76	0,03169
77	7,134	4,415	0,000	7,134	0,06823	77	0,03580
78	6,780	4,281	0,000	6,780	0,07526	78	0,04045
79	6,438	4,139	0,000	6,438	0,08310	79	0,04579
80	6,109	3,987	0,000	6,109	0,09199	80	0,05199
81	5,796	3,826	0,000	5,796	0,10123	81	0,05907
82	5,496	3,659	0,000	5,496	0,11100	82	0,06673
83	5,209	3,488	0,000	5,209	0,12129	83	0,07552
84	4,933	3,317	0,000	4,933	0,13242	84	0,08541
85	4,670	3,145	0,000	4,670	0,14479	85	0,09627
86	4,420	2,973	0,000	4,420	0,15786	86	0,10820
87	4,183	2,803	0,000	4,183	0,17206	87	0,12154

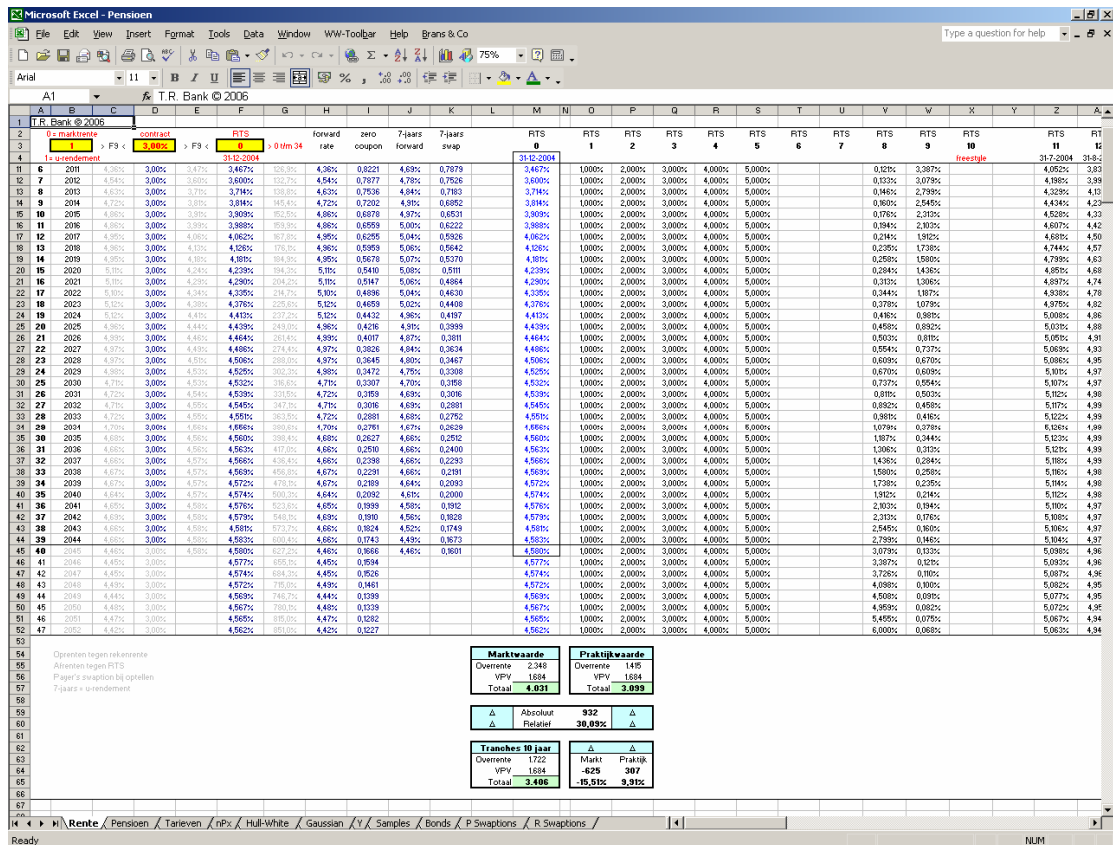


x	${}_{65-x} a_x$	$a_{x/y}$	$a_{x:65-x}$	a_x	q_x	y	q_y
88	3,960	2,635	0,000	3,960	0,18761	88	0,13646
89	3,752	2,469	0,000	3,752	0,20389	89	0,15266
90	3,561	2,305	0,000	3,561	0,22047	90	0,16976
91	3,384	2,146	0,000	3,384	0,23617	91	0,18776
92	3,214	1,996	0,000	3,214	0,25135	92	0,20678
93	3,047	1,860	0,000	3,047	0,26920	93	0,22707
94	2,885	1,737	0,000	2,885	0,29008	94	0,24903
95	2,734	1,620	0,000	2,734	0,31287	95	0,27048
96	2,600	1,509	0,000	2,600	0,33607	96	0,29118
97	2,482	1,404	0,000	2,482	0,35954	97	0,31395
98	2,383	1,305	0,000	2,383	0,38180	98	0,33804
99	2,305	1,208	0,000	2,305	0,40052	99	0,36144
100	2,242	1,111	0,000	2,242	0,41594	100	0,38382



Bijlage III Het Hull-White model in Excel

In deze bijlage wordt een korte beschrijving gegeven van het Hull-White model dat geïmplementeerd is in Excel. De wiskundige achtergrond staat beschreven in hoofdstuk 7 wat zich in Excel vertaald heeft in een model bestaande uit 9 tabbladen.



Figuur III.a: Tabblad Rente in Hull-White model

In het eerste tabblad genaamd *Rente* kan gekozen worden om de waardering van de koopsom, winstdeling en garantie plaats te laten vinden op basis van verschillende marktrentes uit het verleden of op basis van zelf in te vullen willekeurige rentes. Ook kan daar het u-rendement bepaald worden uit de actieve rentetermijnstructuur. Bij elke berekening wordt ook de waarde op basis van de gestileerde praktijkmethode en op basis van tranches gegeven.

In het tweede tabblad genaamd *Pensioen* wordt de gestorte koopsom opgerent tegen de 3% rekenrente en wordt aan de hand van de rente uit het eerste tabblad de waarde volgens de praktijkmethode en de marktwaarde van zowel de koopsom, de winstdeling en de garantie berekend. De berekening van de waarde van de verschillende swaps en swaptions

die hiervoor nodig zijn, gebeurt in de overige tabbladen zoals beschreven in hoofdstuk 7.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following structure:

- Columns:** Years (2004-2045), 'Op basis van 3% oprenting', 'rente', 'aflossing', 'total', 'overheidsbijdrage', 'Garantie', 'Winstdeling', 'Winstdeling obv tranches', 'Overrente', 'Kasstroom', 'Totaal', 'Marktwaarde', 'Praktijkwaarde op basis van marktrente', 'VPV', 'Overrente', 'Vaarde', 'CV cashflow', 'Vaarde'.
- Summary Rows (Bottom):**
 - Garantie: 402
 - Overrente: 2.348
 - Garantie obv tranches: -85
 - Kasstroom: 1.684
 - Totaal: 4.031
 - Marktwaarde: 3.837
 - Praktijkwaarde op basis van marktrente: 3.308
 - VPV: 3.099
 - Overrente: 1.684
 - Vaarde: 0
 - CV cashflow: 1.684
 - Vaarde: 1.415

Figuur III.b: Tabblad Pensioen in Hull-White model

In het *Hull-White* tabblad kunnen de parameters a , σ en het couponrendement voor het Hull-White model ingevoerd worden. Verder worden daar $B(0,t)$, $\alpha(t)$, $P(0,t)$ en $B(t,T)$ berekend.

Het volgende tabblad heet *Gaussian* en hier worden voor het aantal simulaties van 500 en de looptijd van 40 jaar trekkingen gedaan uit de standaard normale verdeling. Deze worden in het tabblad *Y* gebruikt voor de berekening van y_t uit de discretisatie van het Hull-White model. In het tabblad *Samples* worden deze y_t en $\alpha(t)$ bij elkaar opgeteld met de simulaties van de short rate als resultaat. Deze short rate samples kunnen gebruikt worden om de obligatieprijzen $P(t,T)$ te berekenen voor zowel $t = 0, 1, \dots, 40$ en $T = 0, 1, \dots, 40$. Dit gebeurt in het tabblad *Bonds*.

In de tabbladen *P Swaptions* en *R Swaptions* worden de obligatieprijzen aangewend voor de berekening van de prijzen van respectievelijk payer swaps en swaptions en receiver swaps en swaptions voor de benodigde looptijden.



Bijlage IV Marktwaarde winstdeling & garantie

O.b.v. rentetermijnstructuur van 31-7-2004 t/m 28-2-2005:

		Praktijkwaarde	Marktwaarde	U-rendement	Tranches
1	VPV	1.380	1.380	1.380	1.380
	Overrente	1.719	2.321	2.441	1.875
	Totaal	3.099	3.701	3.821	3.256
	Garantie	0	311	243	157
2	VPV	1.451	1.451	1.451	1.451
	Overrente	1.648	2.303	2.426	1.845
	Totaal	3.099	3.754	3.876	3.296
	Garantie	0	351	277	173
3	VPV	1.457	1.457	1.457	1.457
	Overrente	1.642	2.307	2.422	1.838
	Totaal	3.099	3.764	3.879	3.295
	Garantie	0	355	285	175
4	VPV	1.499	1.499	1.499	1.499
	Overrente	1.600	2.299	2.420	1.825
	Totaal	3.099	3.798	3.919	3.324
	Garantie	0	381	305	184
5	VPV	1.584	1.584	1.584	1.584
	Overrente	1.515	2.279	2.390	1.778
	Totaal	3.099	3.864	3.974	3.362
	Garantie	0	426	350	208
6	VPV	1.684	1.684	1.684	1.684
	Overrente	1.415	2.249	2.348	1.722
	Totaal	3.099	3.933	4.031	3.406
	Garantie	0	471	402	239
7	VPV	1.864	1.864	1.864	1.864
	Overrente	1.235	2.198	2.279	1.633
	Totaal	3.099	4.061	4.143	3.496
	Garantie	0	562	497	303
8	VPV	1.759	1.759	1.759	1.759
	Overrente	1.340	2.218	2.311	1.684
	Totaal	3.099	3.977	4.070	3.443
	Garantie	0	499	433	268



31-3-2005 t/m 31-10-2005:

		Praktijkwaarde	Marktwaaarde	U-rendement	Tranches
9	VPV	1.832	1.832	1.832	1.832
	Overrente	1.267	2.193	2.280	1.648
	Totaal	3.099	4.025	4.112	3.480
	Garantie	0	534	470	292
10	VPV	1.885	1.885	1.885	1.885
	Overrente	1.214	2.194	2.283	1.631
	Totaal	3.099	4.079	4.168	3.516
	Garantie	0	579	506	307
11	VPV	2.025	2.025	2.025	2.025
	Overrente	1.074	2.155	2.235	1.566
	Totaal	3.099	4.180	4.260	3.590
	Garantie	0	655	581	354
12	VPV	2.151	2.151	2.151	2.151
	Overrente	948	2.131	2.204	1.510
	Totaal	3.099	4.281	4.355	3.661
	Garantie	0	733	656	399
13	VPV	2.072	2.072	2.072	2.072
	Overrente	1.027	2.148	2.224	1.543
	Totaal	3.099	4.220	4.296	3.615
	Garantie	0	680	612	373
14	VPV	2.240	2.240	2.240	2.240
	Overrente	859	2.102	2.167	1.466
	Totaal	3.099	4.342	4.407	3.706
	Garantie	0	773	707	435
15	VPV	2.227	2.227	2.227	2.227
	Overrente	872	2.099	2.159	1.462
	Totaal	3.099	4.327	4.386	3.689
	Garantie	0	755	699	432
16	VPV	2.091	2.091	2.091	2.091
	Overrente	1.008	2.123	2.181	1.514
	Totaal	3.099	4.214	4.272	3.606
	Garantie	0	663	615	386



30-11-2005 t/m 30-6-2006:

		Praktijkwaarde	Marktwaaarde	U-rendement	Tranches
17	VPV	2.069	2.069	2.069	2.069
	Overrente	1.030	2.131	2.182	1.519
	Totaal	3.099	4.201	4.251	3.588
	Garantie	0	646	606	381
18	VPV	2.265	2.265	2.265	2.265
	Overrente	834	2.077	2.109	1.423
	Totaal	3.099	4.343	4.374	3.688
	Garantie	0	749	721	459
19	VPV	2.104	2.104	2.104	2.104
	Overrente	995	2.114	2.148	1.491
	Totaal	3.099	4.218	4.251	3.595
	Garantie	0	653	626	402
20	VPV	2.110	2.110	2.110	2.110
	Overrente	989	2.111	2.139	1.483
	Totaal	3.099	4.221	4.249	3.592
	Garantie	0	653	629	404
21	VPV	1.890	1.890	1.890	1.890
	Overrente	1.209	2.164	2.191	1.575
	Totaal	3.099	4.054	4.081	3.465
	Garantie	0	523	502	329
22	VPV	1.761	1.761	1.761	1.761
	Overrente	1.338	2.198	2.234	1.638
	Totaal	3.099	3.960	3.996	3.400
	Garantie	0	454	429	284
23	VPV	1.677	1.677	1.677	1.677
	Overrente	1.422	2.228	2.277	1.685
	Totaal	3.099	3.905	3.954	3.362
	Garantie	0	415	386	252
24	VPV	1.670	1.670	1.670	1.670
	Overrente	1.429	2.227	2.266	1.682
	Totaal	3.099	3.897	3.936	3.352
	Garantie	0	404	381	253