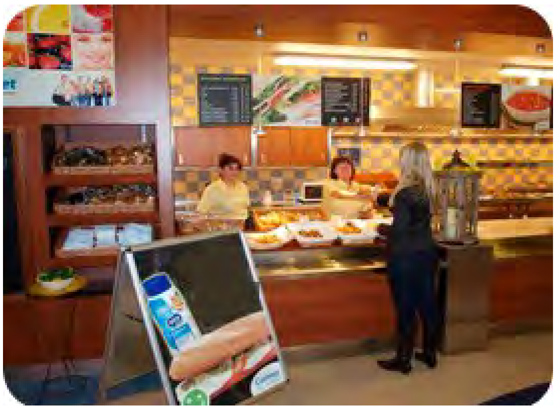
Personeelsplanning in een schoolkantine



BWI werkstuk

Januari 2012

Petra Vis

Begeleider: prof. dr. R.D. van der Mei

Vrije Universiteit
Faculteit der Exacte Wetenschappen
Bedrijfswiskunde en Informatica
De Boelelaan 1081a
1081 HV Amsterdam

Voorwoord

Het schrijven van een werkstuk is onderdeel van de master Business Mathematics and Informatics. Voor dit werkstuk voert de student zelfstandig een onderzoek uit, naar aanleiding van een zelfgekozen probleemstelling. Hierbij wordt de nadruk gelegd op het bedrijfsgerichte aspect van de studie, naast de wiskunde- en informatica-aspecten. Een eis aan het werkstuk is dat het ook praktijkwaarde heeft.

Ik ben op het onderwerp gekomen door een gesprek met dhr. Rob Metzelaar die financieel directeur is bij een schoolcateringbedrijf. Het schoolcateringbedrijf is onder andere verantwoordelijk voor het personeel in de kantine van verschillende scholen. Hij vroeg zich af of het voordeliger is om op verschillende tijdstippen verschillende aantallen personeelsleden in de kantine te laten werken.

Graag wil ik Rob van der Mei bedanken voor de begeleiding vanuit de VU, ook wil ik Rob Metzelaar bedanken voor het idee.

Samenvatting

Dit werkstuk gaat over personeelsplanning in een schoolkantine. De vraag in dit werkstuk is wat is het optimale aantal werknemers per tijdstip en hoe hangt dit af van de variabelen. Deze vraag wordt beantwoord door met behulp van een simulatie te kijken wat het beste werkschema is in termen van gemiddelde wachttijd per klant en fractie verloren klanten.

Specifieke kantine:

Eerst is er gekeken naar een specifieke kantine, met specifieke waarden voor de verschillende variabelen die van toepassing zijn. Op de tijdstippen dat het het drukste, in de pauzes als de meeste leerlingen naar de kantine gaan, moeten er drie medewerkers werken. Ook op de tijdstippen dat er veel taken gedaan moeten worden is het handig om een extra medewerker in te zetten. De rest van de dag volstaat het om twee medewerkers te laten werken.

Gevoeligheidsanalyse:

De gemiddelde wachttijd per klant wordt niet veel groter als de standaardafwijking van de taakduren groter wordt, wel worden de tijden onzekerder.

Als de aankomst intensiteit groot wordt, geeft dit wel degelijk veel problemen voor de kantine. Als de aankomst intensiteit tien keer zo groot wordt, is het percentage klanten dat verloren gaat al bijna 100%. Doordat er zo veel klanten weglopen, is de gemiddelde wachttijd redelijk stabiel.

Uit testen met bedieningstijden die Erlang of Hyper-exponentieel verdeeld zijn blijkt dat de gemiddelde wachttijd per klant vrij ongevoelig is voor de verdeling van de bedieningstijd. De gemiddelde wachttijd per klant hangt veel meer af van het gemiddelde van de verdeling van de bedieningstijd.

Vuistregel voor het aantal werknemers:

De vuistregel voor het aantal werknemers luidt als volgt: stel de aankomst intensiteit is λ' en de gemiddelde bedieningstijd $1/\mu'$, als N' het gezochte aantal werknemers is, dan is de formule voor N': $N' = \lambda'/\mu' + \beta\sqrt{\lambda'/\mu'}$, naar boven afgerond. In deze formule is β gekoppeld aan de service graad en wordt gegeven door $\beta = N(1-\lambda/(N\mu))\sqrt{\mu/\lambda}$. In deze formule zijn λ en μ en N de waarden die normaal door de kantine gebruikt worden.

Inhoudsopgave

1 Inleiding

In een schoolkantine staat meestal de gehele dag hetzelfde aantal personeelsleden. Toch is het in een schoolkantine niet over de gehele dag even druk. Het grootste gedeelte van de dag zitten de leerlingen in de les en is het in de kantine rustig. Op deze tijden heeft het personeel soms niets te doen, terwijl de uren wel betaald moeten worden. Als het pauze is, komen alle leerlingen tegelijk naar de kantine waardoor er zich lange rijen vormen. Leerlingen moeten lang wachten tot ze geholpen worden en kunnen daardoor besluiten om weg te gaan zonder iets te kopen. Dit lijdt tot verlies van omzet. Wat is nu het optimale aantal werknemers op de verschillende tijden van de dag?

1.1 Achtergrond

In dit werkstuk wordt specifiek gekeken naar een schoolcateringbedrijf dat de catering verzorgt op verschillende scholen. Dit doet het bedrijf door haar personeel in de kantine van de scholen te laten werken. Ook de voorraad in de kantines wordt door het bedrijf geleverd. Daarnaast zijn de snoepautomaten in de school ook in handen van het bedrijf.

Het schoolcateringbedrijf vraagt zich af hoeveel personeelsleden ze nodig heeft in een bepaalde schoolkantine. Het aantal personeelsleden hoeft niet over de gehele dag gelijk te zijn, er kan namelijk winst gemaakt worden door op rustige tijdstippen minder mensen te laten werken.

Naast het bedienen van de klanten in de kantine moet het personeel ook een aantal taken doen. Deze taken zijn: broodjes klaarmaken, koffie rondbrengen, snoepautomaten bijvullen en schoonmaken. Bij het maken van een rooster moet er rekening gehouden worden met de taken en de tevredenheid van de klanten.

1.2 Opzet van het onderzoek

De hoofdvraag luidt: “Wat is het aantal werknemers dat nodig is op ieder tijdstip van de dag, zo dat de klanttevredenheid hoog is en het aantal werknemers minimaal?”

Het antwoord op deze vraag hangt af van verschillende variabelen, zoals bijvoorbeeld de begintijden en lengtes van de pauzes, aankomst intensiteiten van leerlingen op verschillende tijdstippen, tijd die nodig is om klanten te helpen, kans dat klanten weglopen, aantal taken, duur van de taken en het maximale aantal personeelsleden dat kan werken.

Voor specifieke waarden van de variabelen kan de hoofdvraag worden beantwoord door verschillende werkschema's te proberen en te kijken wat het effect is op de klanttevredenheid. Dit wordt gedaan met een simulatieprogramma geschreven in C++, dat de gemiddelde wachttijd per klant, de kans dat een klant langer moet wachten dan een minuut en de fractie verloren klanten berekend over B gesimuleerde dagen.

Nadat een geschikt werkrooster is gevonden, wordt er nog een gevoeligheidsanalyse toegepast. Vragen die dan worden beantwoord zijn:

- Wat als de standaardafwijking van de tijdsduren van de taken heel groot wordt?
  - Als de standaardafwijking van de tijd die een taak in beslag neemt heel groot wordt, wordt de taakduur onvoorspelbaar. Dit kan het hele werkschema in de war gooien.
- Wat als de aankomst intensiteit van de klanten heel groot wordt?
  - Als er heel veel klanten tegelijk komen, betekent dit dat de wachtrijen al snel heel lang worden. De kans is groot dat de klanten geen zin hebben om daar op te wachten en dus er voor kiezen om weg te gaan. Hoeveel klanten kan deze kantine aan?

- Wat als de bedieningstijden niet exponentieel verdeeld zijn?
  - Standaard worden altijd exponentiële bedieningstijden aangenomen, wat gebeurt er met de kantine als de bedieningstijden een andere verdeling hebben?

Een andere interessante vraag die dit werkstuk beantwoord is: is er een formule die aan de hand van de variabelen berekent hoeveel werknemers er moeten werken?

2 Het algemene model

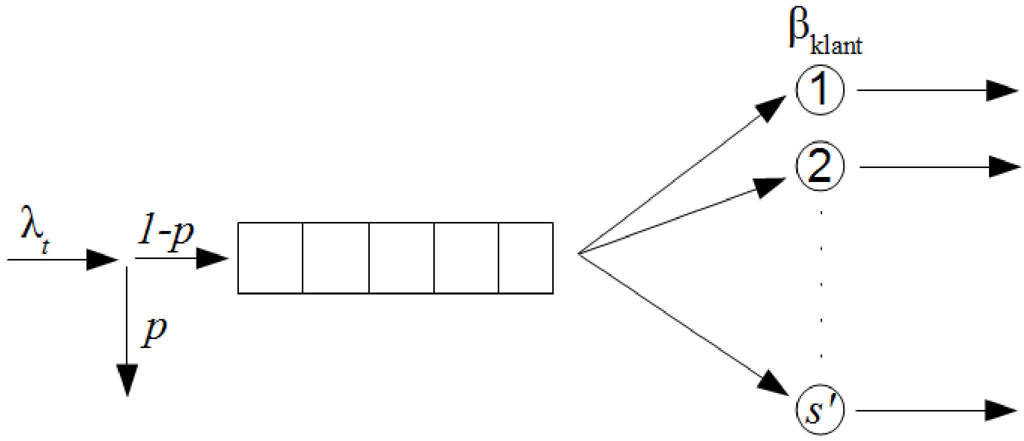
Dit model kan over elk willekeurig bedrijf gaan waar klanten geholpen moeten worden. De werknemers van het bedrijf moeten zowel klanten helpen als taken uitvoeren. Het bedrijf is geopend van t_0 tot $t_{sluitingstijd}$. Als het bedrijf geopend is, arriveren de klanten volgens een Poisson proces met aankomst intensiteit λ_t, het gemiddelde aantal klanten dat per tijdseenheid arriveert op tijdstip *t*. De bedieningstijd is verdeeld volgens een verdeling F_{klant} met gemiddelde β_{klant} tijdseenheden. Er is maar één wachtrij en de klanten worden geholpen in volgorde van aankomst, het zogenaamde First Come First Served principe.

Als een klant arriveert terwijl er een wachtrij staat, dan kan hij besluiten om niet in de wachtrij te gaan staan, hij gaat dan meteen weer weg. De kans *p* dat een klant gelijk weer weg gaat wordt bepaald door een functie: $p = f(l,s')$, waarbij *l* de lengte van de rij is op het moment dat de klant aankomt en *s*' is het aantal werknemers dat op dat moment in staat is om klanten te helpen, dus het aantal werknemers dat aan het werk is (achter de kassa), maar niet bezig met een taak. In het vervolg wordt uitgegaan van de volgende formule:

$$f(l,s')=\begin{cases} 1 & l \geq Qs' \\ \dfrac{l}{Qs'} & l < Qs' \end{cases}$$

In Grafiek 1 wordt de formule geïllustreerd met $Q = 10$.

Er kunnen maximaal *S* klanten tegelijk geholpen worden, doordat er maar *S* werkplekken (bijvoorbeeld kassa's) aanwezig zijn. Het aantal werknemers dat tegelijk aan het werk is kan groter zijn dan *S*, zodat zoveel mogelijk klanten geholpen kunnen worden en er tegelijk aan taken kan worden gewerkt. Tekening 1 geeft een schematische weergave van dit model weer.



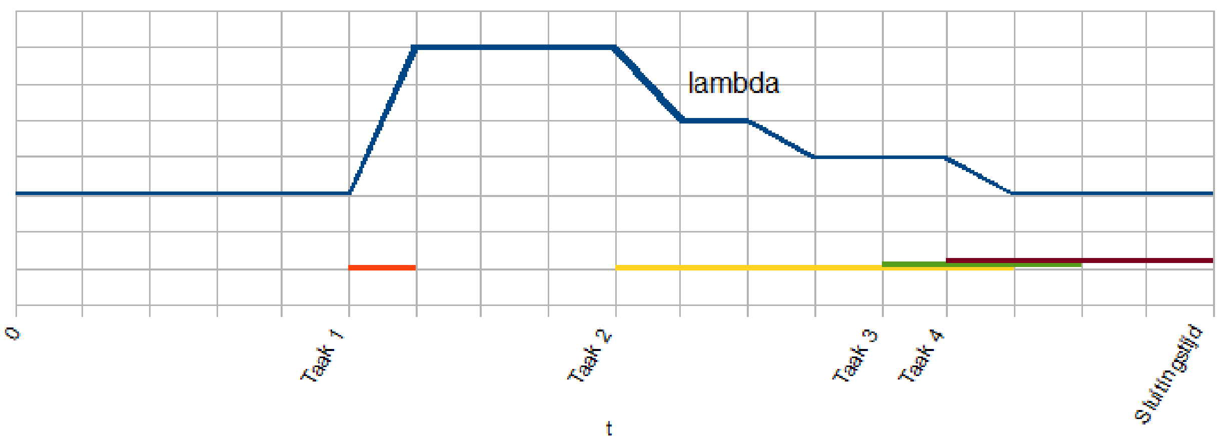
Tekening 1: Schematische weergave van het wachtrij model

Naast het bedienen van klanten, moeten de werknemers ook taken uitvoeren; Taak 1, Taak 2, …, de tijdsduren van de taken zijn verdeeld volgens een verdeling $F_{taak\ 1}$, $F_{taak\ 2}$, … met een gemiddelde β_{taak}

$_1$, $\beta_{taak\ 2}$, ... en standaardafwijking $\sigma_{taak\ 1}$, $\sigma_{taak\ 2}$, ... De uitvoering van de taken moet beginnen op de tijdstippen $t_{taak\ 1}$, $t_{taak\ 2}$, ... De taken worden uitgevoerd terwijl het bedrijf geopend is.

Het doel van het model is om het optimale aantal werknemers s_t te vinden op tijdstip t.

Tekening 2 laat een voorbeeld zien van hoe een dag op het bedrijf er uit zou kunnen zien. De blauwe lijn geeft de λ_t aan die varieert over de dag. Daaronder zijn enkele taken weergegeven met verschillende startpunten en tijdsduren. Zo'n dag zou een input kunnen zijn voor het model waarvoor dan een werkrooster gevonden moet worden.



Tekening 2: Voorbeeld van een dag op het bedrijf

Dit model moet worden doorgerekend met een simulatie, omdat de aankomst intensiteiten niet over de gehele dag gelijk zijn. Bovendien kunnen in een simulatie ook de taken heel gemakkelijk meegenomen worden.

3 Een specifieke kantine

In dit hoofdstuk wordt er een specifieke kantine besproken die ontstaat door het genoemde model in te vullen met feiten en aannames. Vervolgens worden er voor deze kantine verschillende werkschema's bekeken. De vraag is welke van deze verschillende werkschema's het beste is voor deze kantine.

3.1 De feiten en aannames

De school die in dit werkstuk wordt bekeken, heeft 2000 leerlingen. In de kantine van de school zijn $S = 3$ kassa's aanwezig. Dit betekent dat er drie klanten tegelijk geholpen kunnen worden, maar niet dat er maar drie personeelsleden tegelijk kunnen werken. De kantine is geopend van $t_0 = 8.00$ tot $t_{sluitingstijd} = 16.00$ uur. Het is koffiepauze van 10.00 tot 10.30 uur en lunchpauze van 12.30 tot 13.30 uur.

Vijf minuten voordat de pauze is afgelopen, gaan de leerlingen naar hun les, in plaats van naar de kantine.

Er wordt aangenomen dat dagelijks de helft van het aantal leerlingen op de school naar de kantine gaat. 60% van deze leerlingen gaat naar de kantine om te lunchen, 20% komt daar alleen in de koffiepauze en de overige 20% komt ergens tussendoor.

Uit deze aannames blijkt dat er gemiddeld 1000 klanten per dag naar de kantine komen. 600 van hen komen in de lunchpauze, 200 in de koffiepauze en de overige 200 komen verspreid over de rest van de dag. Dit staat samengevat in Tabel 1.

	Duur in minuten	**Aantal leerlingen**	**λ per minuut**
Lunchpauze	55	600	10,91
Koffiepauze	25	200	8
Tussendoor	400	200	0,5

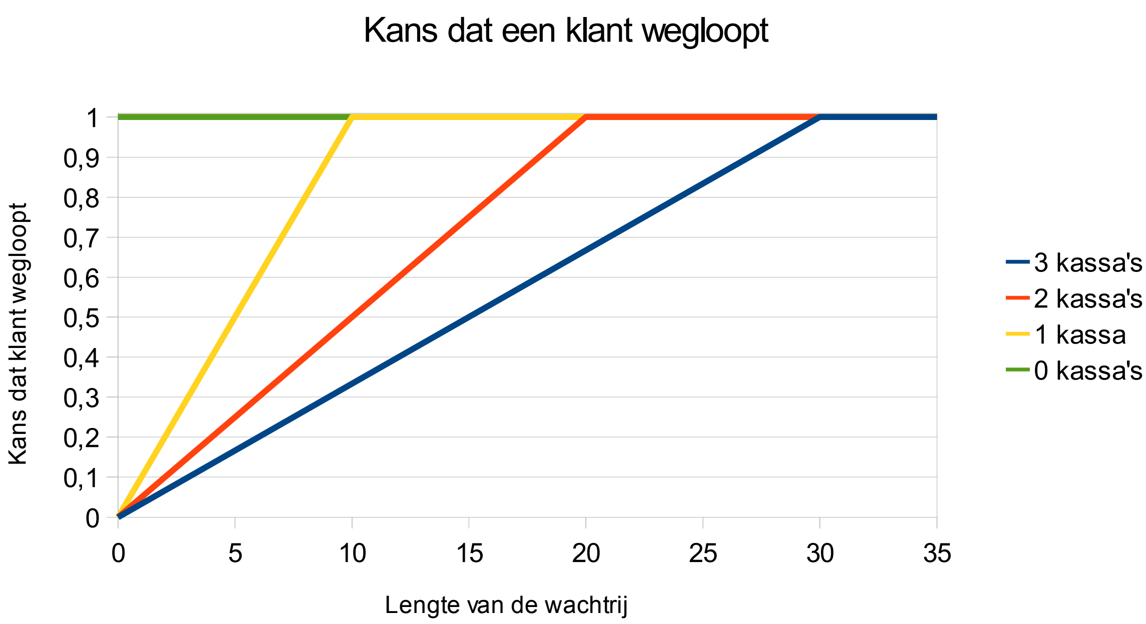
Tabel 1: Gegevens over het aankomstproces

Het aankomstproces wordt gemodelleerd met behulp van een Poisson proces. De aankomst intensiteit λ verschilt per periode, in de lunchpauze komen er 600 klanten in 55 minuten, dit betekent dat λ_{lunch} gelijk is aan 600/55 = 10,91 per minuut. Op dezelfde manier is $\lambda_{koffie} = 8$ en $\lambda_{tussendoor} = 0{,}5$ per minuut, deze getallen zijn ook terug te vinden in Tabel 1.

De bedieningstijd kan benaderd worden met een exponentiële verdeling met een gemiddelde β_{klant} = 20 seconden. De parameter μ_{klant} van de exponentiële verdeling is gelijk aan 3 per minuut.

In de schoolkantine zijn drie kassa's aanwezig en er is één wachtrij. De klanten worden geholpen volgens het First Come First Served (FCFS) principe, oftewel, wie het eerste komt wordt het eerst geholpen. Het is mogelijk dat niet alle kassa's in gebruik zijn en het is ook mogelijk dat er een extra medewerker werkt, die niet achter de kassa staat.

Een klant die aankomt, maakt aan de hand van de lengte van de wachtrij een inschatting van de wachttijd. De kans dat een klant besluit om in de wachtrij te gaan staan neemt lineair af met de toenemende lengte van de wachtrij. Hierbij houdt de klant ook rekening met het aantal kassa's dat open is, want als er meer kassa's open zijn, dan gaat de rij sneller. De maximale rijlengte Q = 10 per open kassa. Dit betekent dat als er één kassa open is, de klant zeker weg gaat als de rijlengte 10 is en in 50% van de gevallen weg gaat als de rijlengte 5 is. Zijn alle drie de kassa's open, dan gaat de klant zeker weg bij een rij met lengte 30 en als de rij uit 15 mensen bestaat, is de kans 50% dat de klant in de rij gaat staan. Als er geen enkele kassa open is (alle medewerkers zijn een taak aan het doen), dan gaan de klanten gelijk weer weg. In Grafiek 1 staat dit grafisch weergegeven.



Grafiek 1: Kans p dat een klant wegloopt tegen de lengte van de wachtrij voor 0, 1, 2 of 3 open kassa's

Naast het bedienen van de klanten hebben de medewerkers van de kantine ook nog een aantal taken te doen. Aangenomen wordt dat de duur van de taken normaal verdeeld is, met een gemiddelde μ_{taak} van 20 minuten en een standaardafwijking σ van 1 minuut. Er is gekozen voor deze verdeling, omdat de taken altijd hetzelfde zijn en dus niet zo'n grote variatie in tijdsduur hebben, de duur van de taken is altijd ongeveer gelijk.

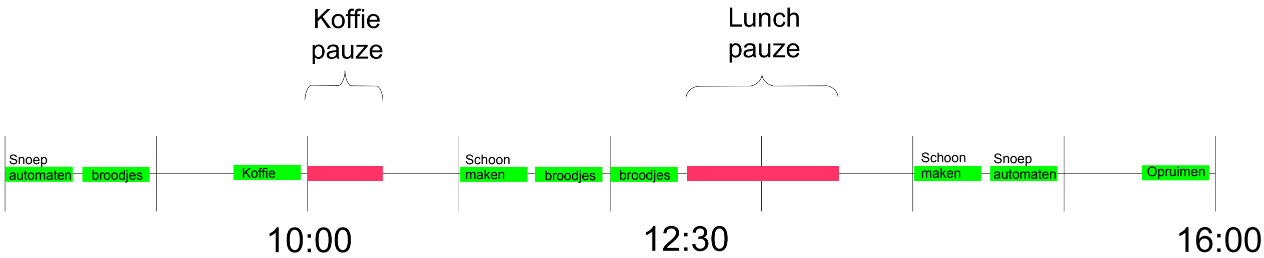
Er zijn vaste tijdstippen waarop de taken beginnen, zodra het tijdstip van aanvang is aangebroken, gaat een medewerker die niets aan het doen is beginnen aan de taak, als deze achter de kassa stond, wordt de kassa gesloten. Als er geen medewerker is die niets aan het doen is, dan gaat de eerste medewerker waarvan de klant vertrekt direct nadat de klant is vertrokken aan de taak beginnen, ook dan wordt de kassa natuurlijk gesloten.

Het taakschema ziet er als volgt uit:

Tijdstip	**Taak**
08:00	Oven aanzetten + snoepautomaten aanvullen
08:30	Broodjes klaarmaken
09:30	Koffie rondbrengen
11:00	Schoonmaken
11:30	Twee personen gaan broodjes klaarmaken
12:00	Twee personen gaan broodjes klaarmaken
14:00	Schoonmaken
14:30	Snoepautomaten aanvullen
15:30	Opruimen

Tabel 2: Taakschema

Het volgende plaatje geeft de tijdsindeling van de kantine schematisch weer:



Tekening 3: Tijdschema van de kantine

Zoals in de tekening te zien is, worden er geen taken in de pauzes uitgevoerd, hierdoor kunnen de medewerkers die aanwezig zijn zoveel mogelijk klanten helpen. In theorie is het, door de variatie in duur, mogelijk dat een medewerker nog bezig is met een taak aan het begin van de pauze, maar de kans hierop is heel erg klein, aangezien de variatie van de duur van de taken heel klein is en de taken gemiddeld tien minuten voor het einde van de pauze al afgelopen zijn.

Dit model is gemaakt om te kijken hoe veel medewerkers er op een bepaald tijdstip in de kantine nodig zijn. Er wordt dus niet gekeken naar de producten die aanwezig zijn, daarom wordt er aangenomen dat de klant altijd zijn bestelling krijgt. Er worden dus ook altijd genoeg broodjes klaargemaakt.

3.2 Resultaten en discussie

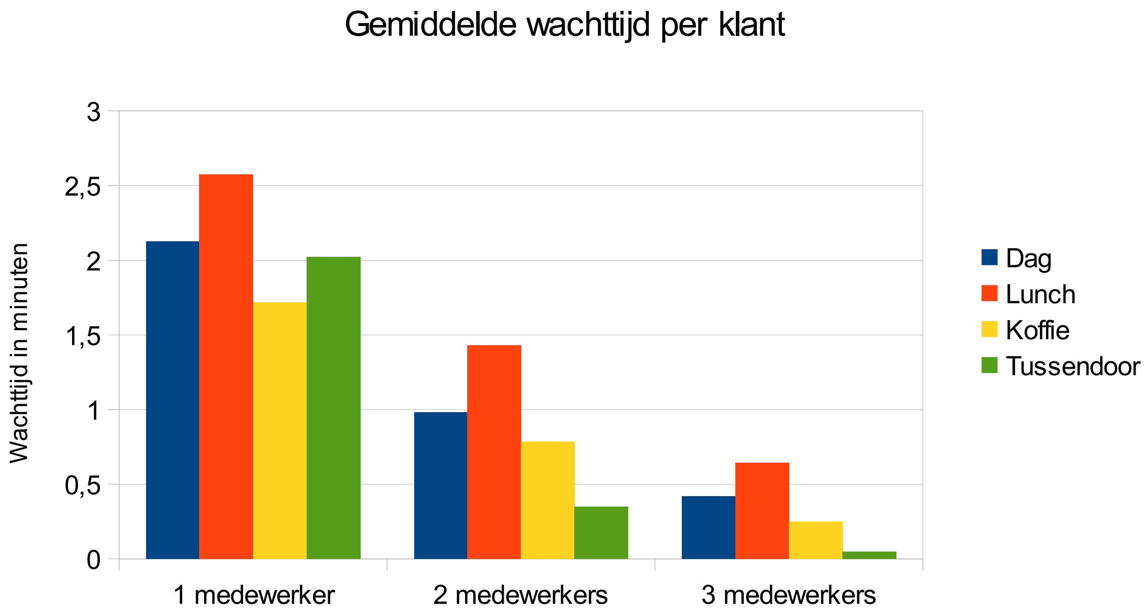
Om te kijken wat het beste werkschema is, worden er hier verschillende schema's vergeleken. Eerst wordt er een schema bekeken, waarbij er de gehele dag hetzelfde aantal medewerkers werken. Dit wordt gedaan voor één, twee, drie en vier medewerkers. Vervolgens worden er twee verschillende schema's bekeken waarbij het aantal werknemers varieert over de dag.

De resultaten worden gegenereerd door met een simulatieprogramma B = 100 dagen in de kantine te simuleren.

3.2.1 De gehele dag hetzelfde aantal medewerkers

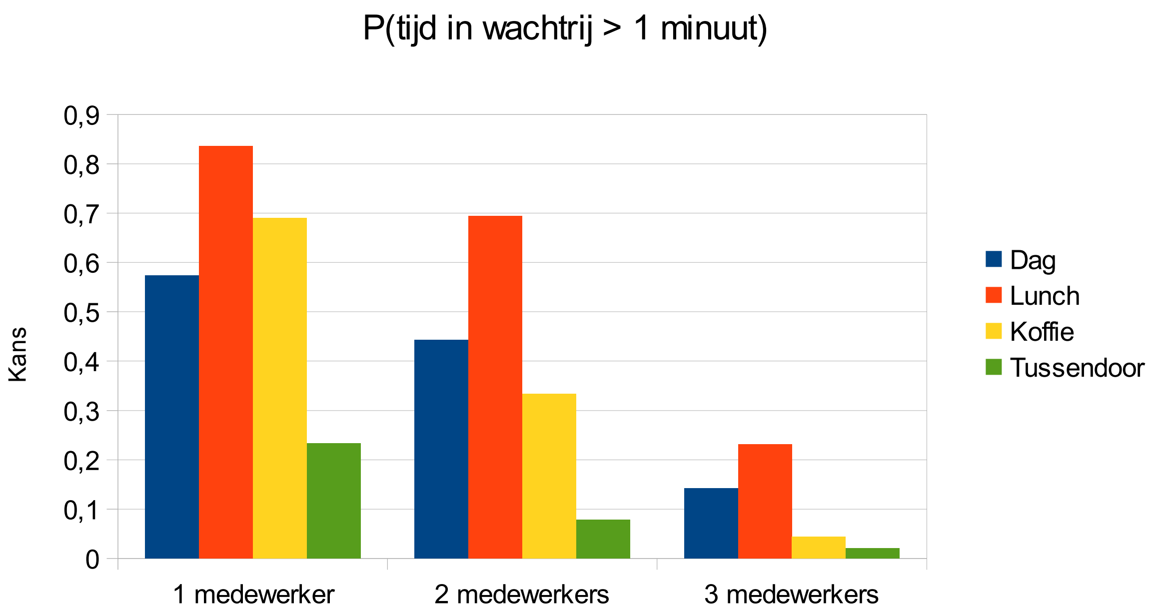
Hier worden enkele staafdiagrammen gegeven van de resultaten als je de hele dag hetzelfde aantal medewerkers laat werken, dit is het meest simpele werkschema en dient als referentie voor de echte werkschema's. Grafiek 2 geeft de gemiddelde wachttijd per klant weer, Grafiek 3 geeft de kans weer dat een klant langer dan één minuut in de wachtrij moet staan en Grafiek 4 toont de fractie van de klanten die verloren is gegaan, doordat de klanten de wachtrij te lang vonden. De dag wordt steeds opgedeeld in lunchpauze, koffiepauze en tussendoor, ook wordt het gemiddelde over de gehele dag weergegeven. Er wordt gekeken naar één, twee of drie medewerkers, die de hele dag werken. Het is ook mogelijk om vier medewerkers te laten werken, de gemiddelde wachttijd per klant neemt dan nog ietsje af ten opzichte van drie medewerkers. De gemiddelde wachttijd over de gehele dag als er drie medewerkers werken is 0,4199 minuten met een standaardafwijking van 0,008 en als er vier medewerkers werken is dit 0,4195 minuten met een standaardafwijking van 0,008. Deze waarden zijn vrijwel gelijk en hebben ook dezelfde standaardafwijking, dus het is niet voordeliger om vier medewerkers te laten werken.

Als er maar één medewerker is, dan is er ook maar één medewerker die broodjes gaat maken en hij doet er niet twee keer zo lang over. Hij maakt evengoed genoeg broodjes, omdat er veel meer klanten weglopen.



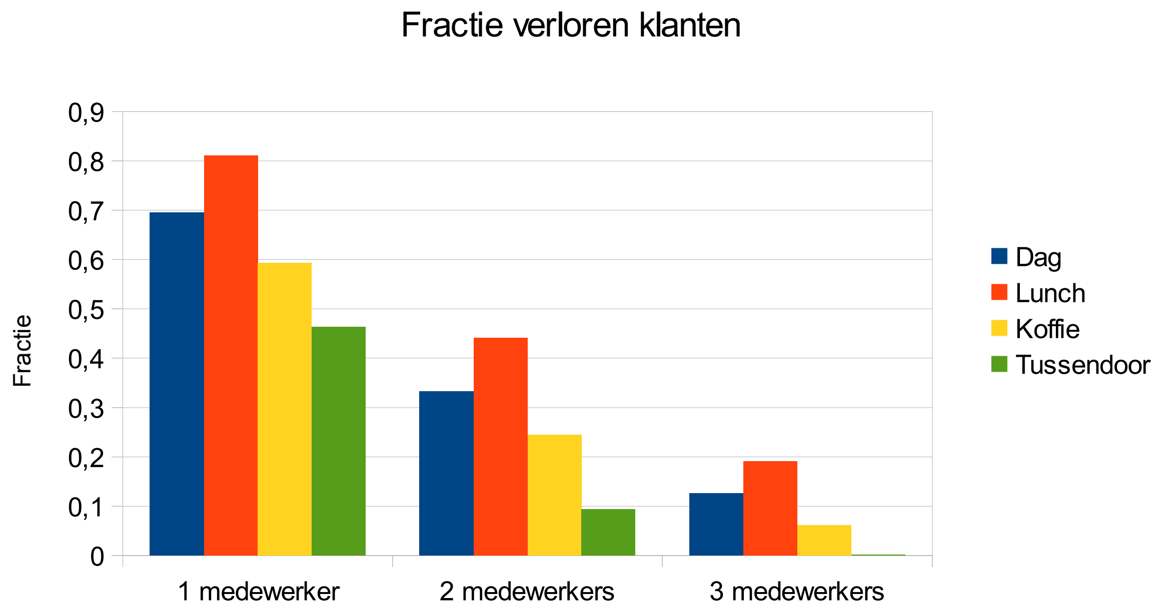
Grafiek 2: Gemiddelde wachttijd per klant in minuten

In Grafiek 2 is te zien dat de gemiddelde wachttijd altijd het hoogste is in de lunchpauze, omdat dan de meeste klanten komen. Het lijkt een goed idee om de gemiddelde wachttijd over de gehele dag ongeveer gelijk te houden. Er zijn in dat geval drie medewerkers nodig in de lunchpauze, om de gemiddelde wachttijd zo laag mogelijk te krijgen, maar in de koffiepauze zijn maar twee werknemers nodig en tussendoor maar één.



Grafiek 3: Kans dat de tijd dat een klant in de wachtrij staat langer is dan één minuut

Uit Grafiek 3 blijkt ongeveer hetzelfde als uit Grafiek 2, drie medewerkers in de lunchpauze, twee in de koffiepauze en één tussendoor.



Grafiek 4: Fractie verloren klanten

Wachttijd is niet het enige criterium voor klanttevredenheid, de fractie verloren klanten is ook een factor. In Grafiek 4 is te zien dat bijna de helft van de klanten de kantine direct weer verlaat als ze in een tussenuur komen en er is maar één medewerker. Dit komt omdat die ene medewerker ook alle taken moet doen en als er niemand achter de kassa staat, gaan de klanten gelijk weer weg. Het zou dus beter zijn om minimaal twee medewerkers te laten werken. De fractie verloren klanten is in de koffiepauze redelijk hoog als er twee medewerkers werken, in de koffiepauze kunnen daarom beter drie medewerkers werken.

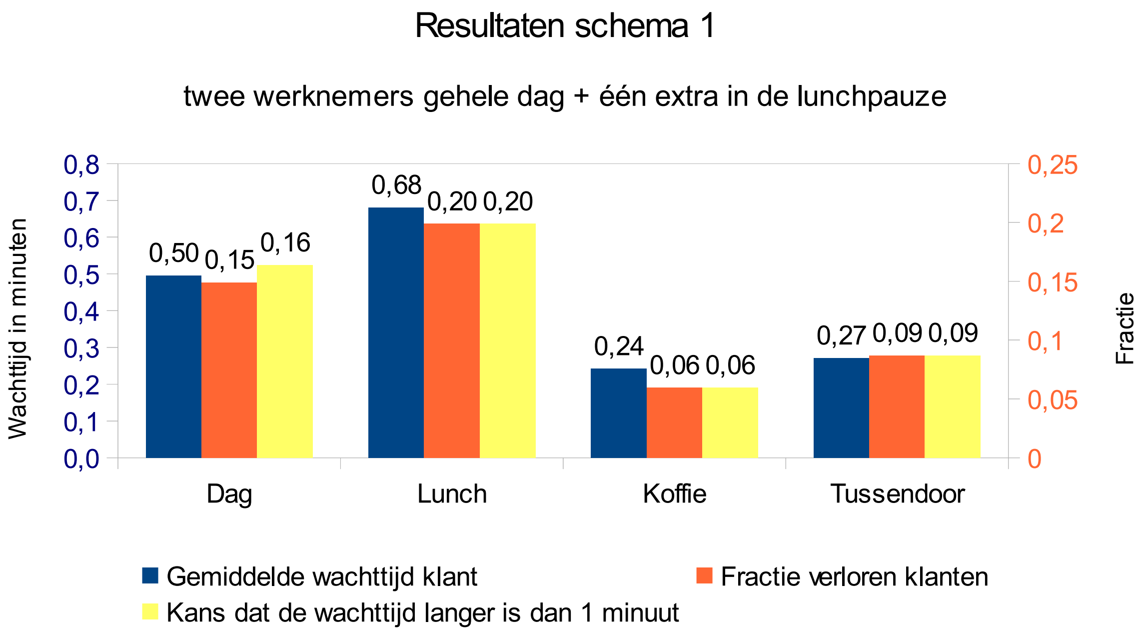
3.2.2 Een rooster voor het aantal werknemers

Hier worden twee verschillende schema's bekeken, waarbij het aantal werknemers dat aan het werk is over de dag varieert. Deze schema's zijn opgesteld aan de hand van de voorgaande resultaten.

Schema 1: twee werknemers werken de gehele dag, in de koffie- en lunchpauze komt er een derde bij:

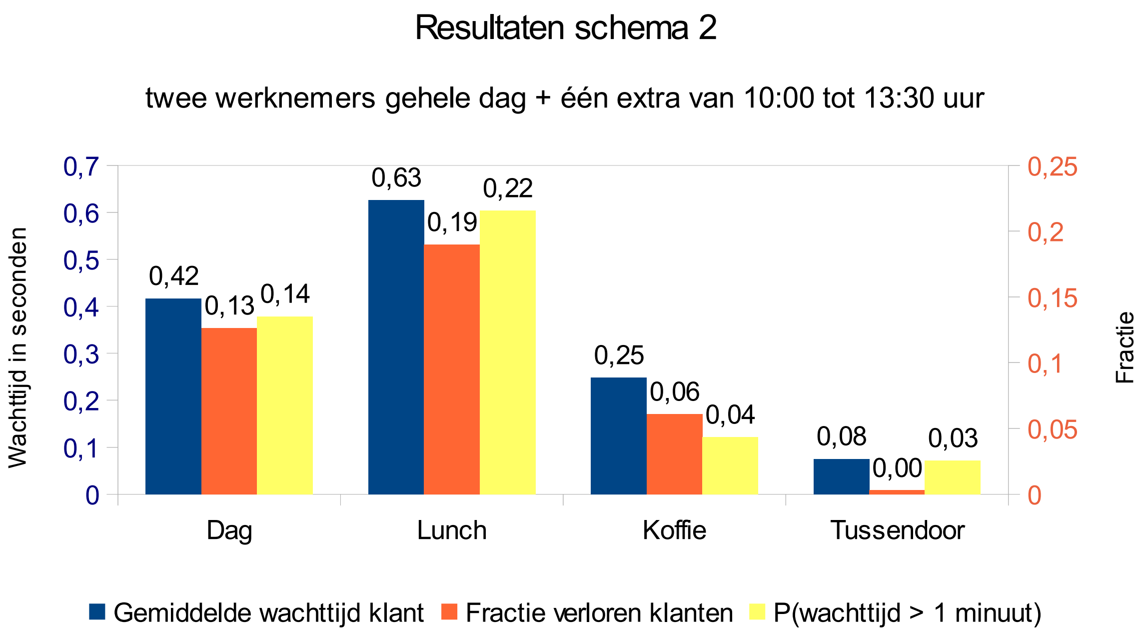
Uit voorgaande resultaten blijkt dat er in de koffie- en lunchpauze drie medewerkers nodig zijn, terwijl de rest van de dag twee werknemers genoeg zijn.

In Grafiek 5 is te zien dat met dit schema de fractie verloren klanten tussendoor nogal hoog is, 10% van de klanten gaat gelijk weer weg, zonder iets te kopen. Dat komt waarschijnlijk doordat er op bepaalde momenten twee medewerkers tegelijk aan het broodjes smeren zijn en er dus niemand achter de kassa staat. Het lijkt beter om de derde medewerker van 10.00 tot 13.30 uur te laten werken. Dat is waarschijnlijk ook wat fijner voor hem, aangezien anderhalf uur werken per dag niet de moeite waard is.



Grafiek 5: twee werknemers werken de gehele dag, in de koffie- en lunchpauze werken er drie: De gemiddelde wachttijd per klant staat op de hoofdas, de fractie verloren klanten en kans dat de wachttijd langer dan één minuut is, staan op de secundaire y-as.

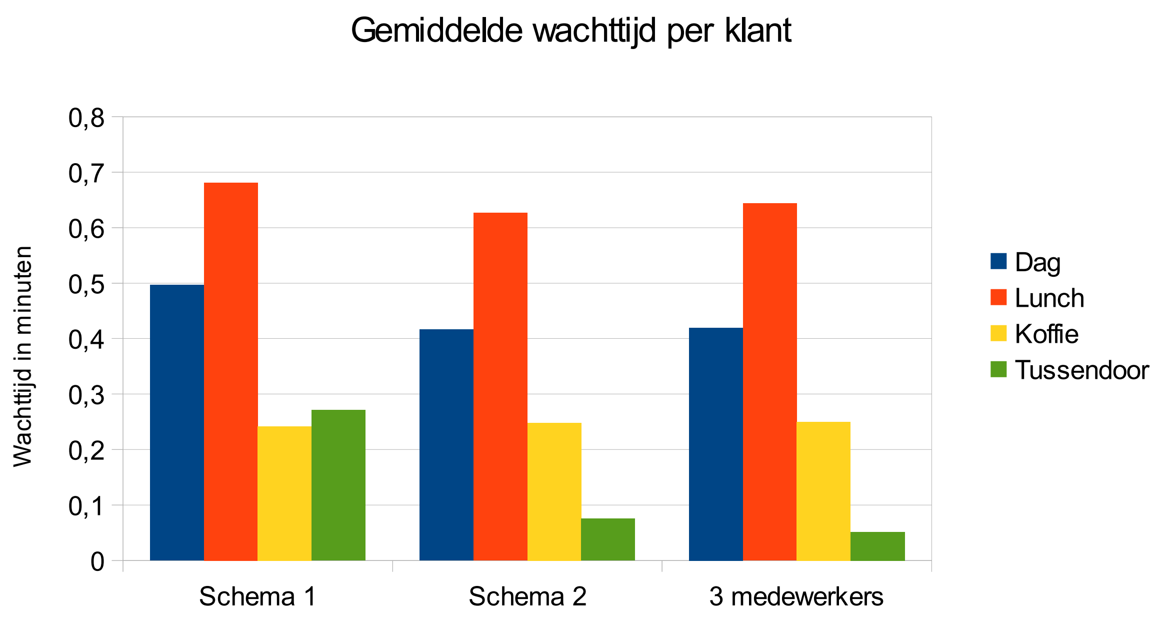
Schema 2: twee werknemers werken de gehele dag, van 10.00 tot 13.30 uur komt er een derde bij:



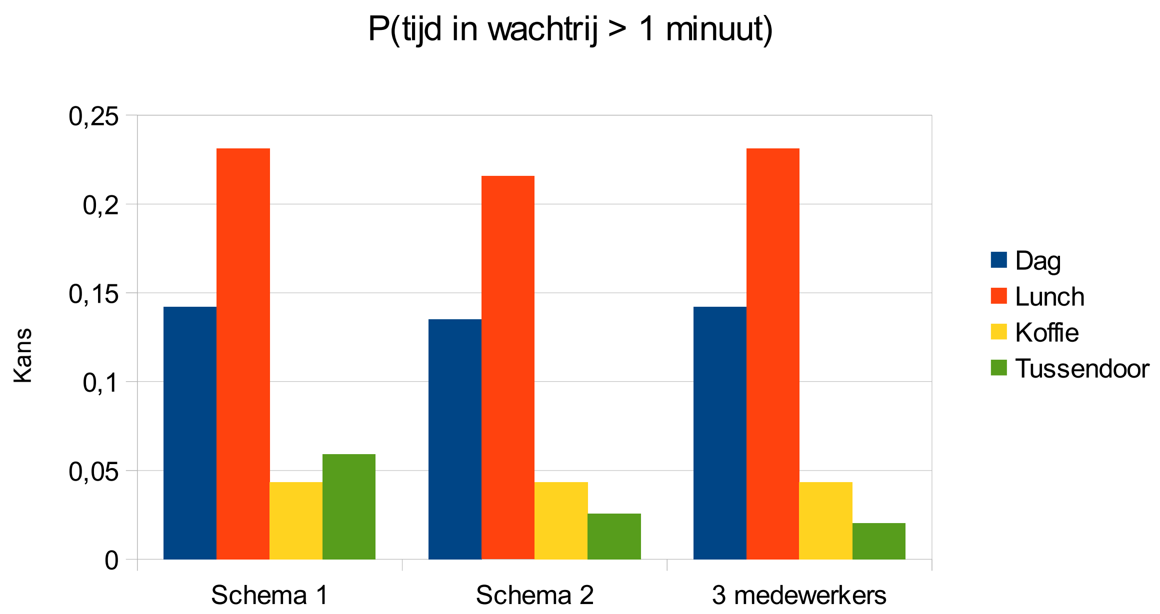
Grafiek 6: Tussen 10.00 en 13.30 uur werken er drie werknemers, de rest van de dag twee: De gemiddelde wachttijd per klant staat op de hoofdas, de fractie verloren klanten en kans dat de wachttijd langer dan één minuut is, staan op de secundaire y-as.

Grafiek 6 laat zien dat met dit schema, de wachttijden en fractie verloren klanten het hoogste zijn in de lunchpauze en het laagste tussendoor. In de koffiepauze zit het er een beetje tussenin.

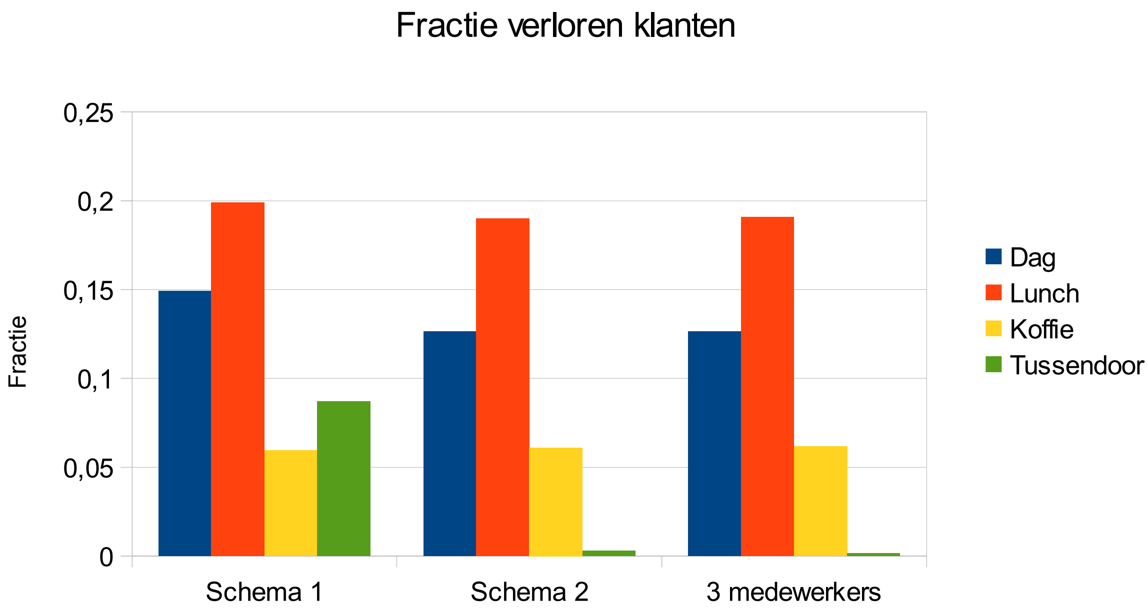
Klanten zullen ervan uitgaan dat ze in de pauze en vooral in de lunchpauze langer in de rij moeten staan dan tussendoor. Aangezien er maar drie kassa's zijn, is dit het beste schema, wat ook blijkt uit onderstaande grafieken.



Grafiek 7: Gemiddelde wachttijd per klant, de twee schema's vergeleken met de gehele dag 3 medewerkers laten werken.



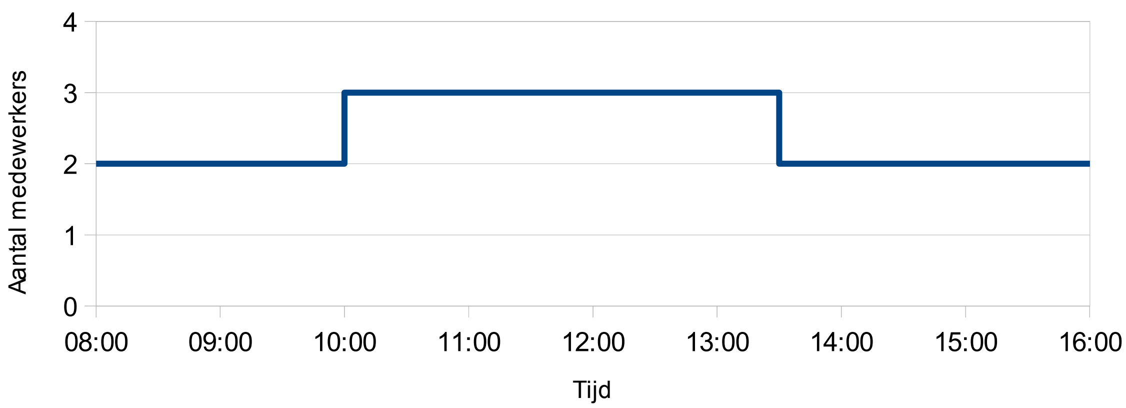
Grafiek 8: De kans dat de tijd dat een klant in de wachtrij staat langer is dan één minuut, de twee schema's vergeleken met de gehele dag drie medewerkers laten werken.



Grafiek 9: Fractie verloren klanten, de twee schema's vergeleken met de gehele dag drie medewerkers laten werken.

Bovenstaande grafieken, Grafiek 7, 8 en 9, laten zien dat er noch in de wachttijden, noch in de fractie verloren klanten een duidelijk verschil is met Schema 2 of de hele dag drie medewerkers laten werken. In de grafieken is Schema 1 het schema waarbij alleen in de pauzes drie medewerkers werken en Schema 2 is het schema waar er tussen 10.00 en 13.30 uur drie medewerkers werken. In beide schema's werken er de rest van de dag twee medewerkers.

Door tussen 8:00 en 10:00 en tussen 13:30 en 16:00 uur één medewerker minder te laten werken, hoeven er in plaats van 24 uur, maar 19,5 uur aan loon uitbetaald te worden. Als alle medewerkers hetzelfde uurloon hebben, kan er dus 18,75% bespaart worden door schema 2 toe te passen in plaats van de gehele dag drie medewerkers te laten werken. De omzet zal gelijk blijven, doordat de fractie verloren klanten niet toeneemt.



Grafiek 10: Het aantal medewerkers als functie van de tijd voor schema 2

In Grafiek 10 is het optimale aantal werknemers als functie van de tijd weergegeven.

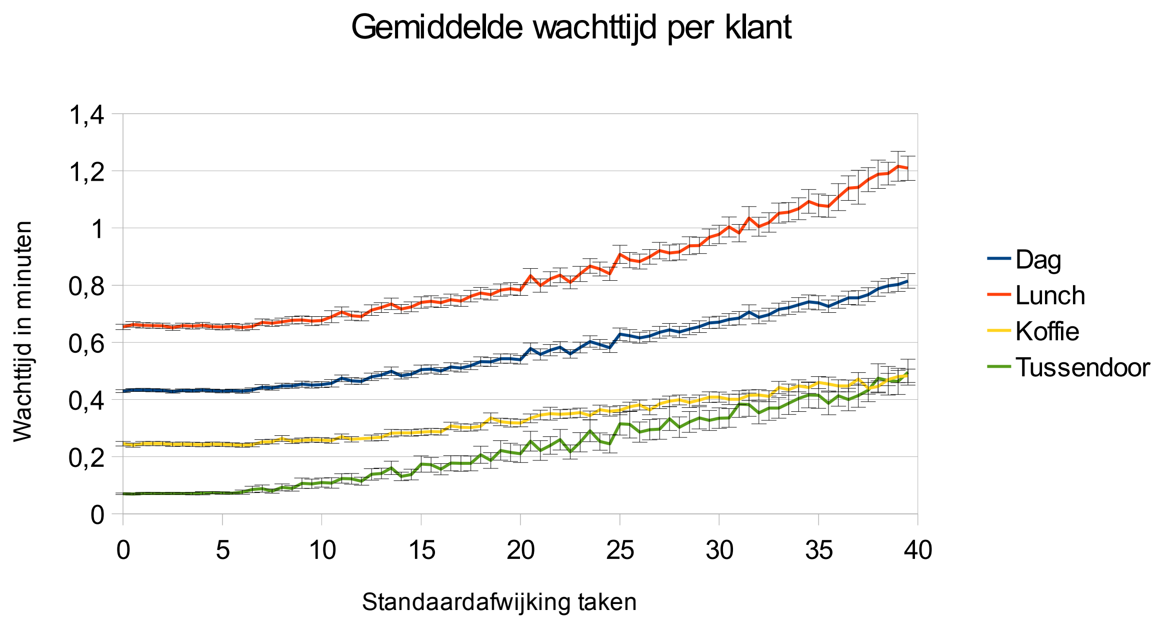
4 Gevoeligheidsanalyse

Hierboven staat een optimaal werkschema beschreven voor een specifieke kantine. Nu wordt er een gevoeligheidsanalyse toegepast door te kijken hoe veel invloed de standaardafwijking van de duur van de taken, de aankomstintensiteiten van de klanten en de verdeling van de bedieningstijd hebben op de resultaten. Uit het vorige hoofdstuk blijkt dat twee van de drie prestatie maten, gemiddelde wachttijd per klant en de kans dat een klant langer dan een minuut moet wachten erg gecorreleerd zijn. Dit is te zien in Grafieken 5 en 6, als de kans dat een klant langer dan één minuut moet wachten hoog is, dan is de gemiddelde wachttijd ook hoog en andersom. Als één van de twee maten laag is, dan is de ander ook laag. Om deze reden wordt er vanaf nu alleen nog maar gekeken naar de gemiddelde wachttijd per klant en naar de fractie verloren klanten.

4.1 Grote standaardafwijking van de taakduren

Om te kijken wat het effect van de standaardafwijking van de taken is op de klanttevredenheid, is er voor een reeks standaardafwijkingen tussen de 0 en 39,5 met stapjes van 0,5 de gemiddelde wachttijd per klant en de fractie verloren klanten uitgerekend. Door de grote standaardafwijkingen, kan het zijn dat er een negatieve tijdsduur wordt getrokken, in dat geval wordt eerst gekeken of de andere waarde ook negatief is (met de Box-Muller methode krijg je elke keer twee trekkingen uit de normale verdeling, die in theorie onafhankelijk van elkaar zijn [1]), als dat ook een negatieve waarde is, dan wordt de absolute waarde daarvan genomen. Dit heeft tot gevolg dat de verdeling niet helemaal normaal meer is en het gemiddelde komt hoger te liggen, maar negatieve taakduren hebben geen betekenis en dit is een manier om dat op te lossen.

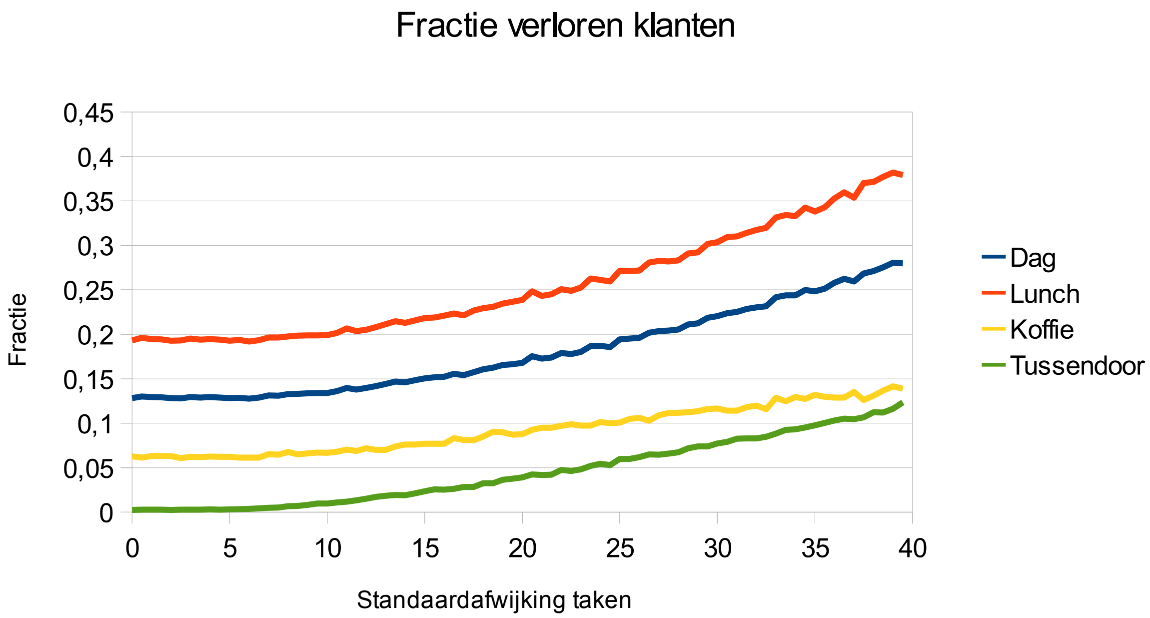
De resultaten zijn te zien in Grafieken 11 en 12. In plaats van 100 dagen, zijn hier 1000 dagen gesimuleerd om de lijn vloeiender te krijgen.



Grafiek 11: Gemiddelde wachttijd per klant in seconden tegen de standaardafwijking van de taakduren. Ook zijn de 95% betrouwbaarheidsintervallen geplot.

In Grafiek 11 is te zien dat als de standaardafwijking van de taken toeneemt, de gemiddelde wachttijd per klant een beetje toeneemt. Het is opvallend dat de gemiddelde wachttijd per klant niet zo heel veel toeneemt, maar de fluctuaties worden wel steeds groter, naarmate de standaardafwijking groter wordt. Aan de grotere betrouwbaarheidsintervallen is te zien dat de metingen van de gemiddelde wachttijd dan ook onbetrouwbaarder worden.

Door de grote variatie in taakduren, is het mogelijk dat een taak heel lang duurt, of juist heel kort. Als een taak heel lang duurt, dan lopen de klanten weg omdat ze de wachtrij te lang vinden. Dit is ook te zien in Grafiek 12, als de standaardafwijking van de taakduur groter wordt, wordt de fractie verloren klanten ook groter. Duurt een taak juist heel kort, dan is er extra personeel beschikbaar en wordt een klant dus juist sneller geholpen. Dit verklaart waarom de gemiddelde wachttijd niet veel verandert als de standaardafwijking van de tijdsduur van de taken toeneemt. De fluctuaties in de wachttijden worden veroorzaakt door de grote fluctuaties in de duren van de taken.



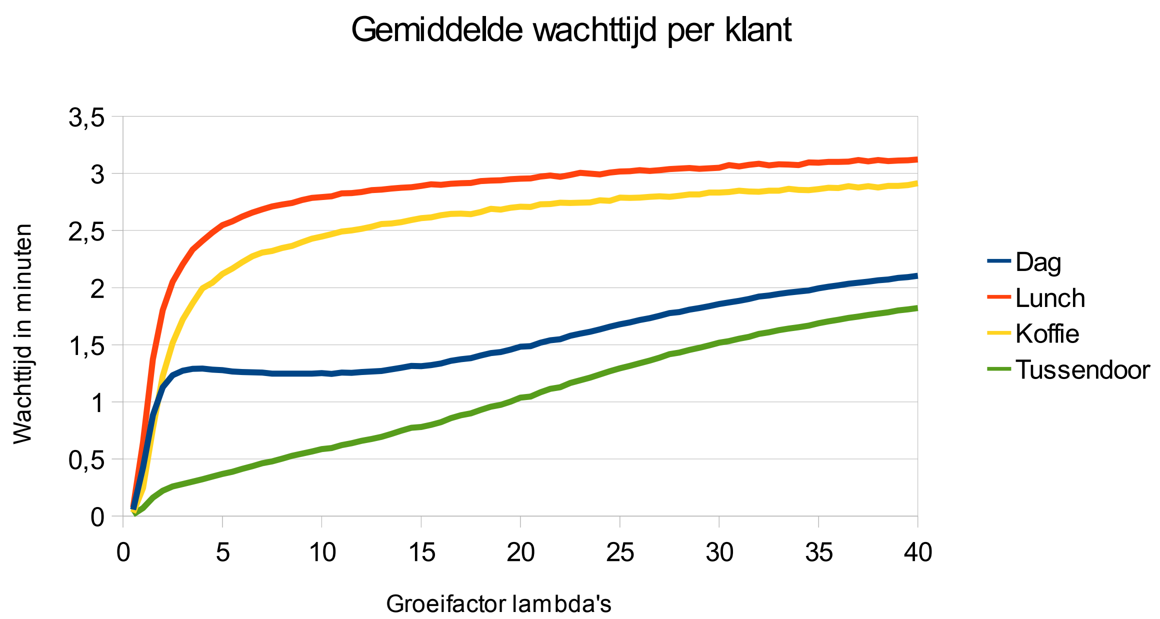
Grafiek 12: Fractie verloren klanten tegen de standaardafwijking van de taakduren

4.2 Grote aankomst intensiteiten van klanten

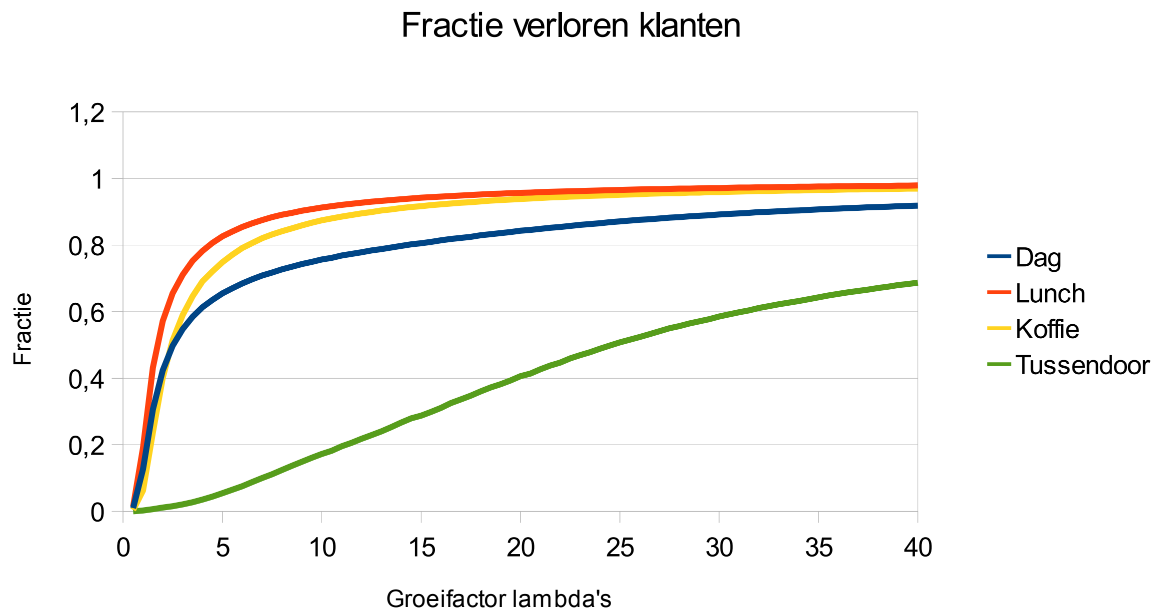
Een andere vraag die gesteld kan worden is: wat gebeurt er als de aankomst intensiteit heel groot wordt? Om deze vraag te beantwoorden worden alle aankomst intensiteiten vanaf 0 steeds met de helft van de originele waarde verhoogd totdat ze veertig keer zo groot zijn. Dit betekent dat λ_{lunch} loopt van 10,91/2 tot 40x10,91=436,4 klanten per minuut. Op dezelfde manier loopt λ_{koffie} van 8/2 tot 320 en $\lambda_{tussendoor}$ van 0,5/2 tot 20 klanten per minuut. In Grafiek 13 en 14 worden de resultaten weergegeven. Omdat de aankomst intensiteiten niet over de gehele dag gelijk zijn, maar wel steeds met gelijke met gelijke factoren groeien, staat er op de x-as de groeifactor van de lambda's vermeld. Alle lambda's zijn dus steeds *x* keer zo groot als de originele waarde. Dus op de plaats waar op de x-as 10 staat, zijn alle lambda's tien keer zo groot.

In Grafiek 13 is te zien dat de gemiddelde wachttijd per klant heel snel toeneemt tijdens de lunch- en koffiepauze. Na de snelle stijging blijft de gemiddelde wachttijd in de lunch- en koffiepauze nagenoeg constant. Dit is het punt waar de wachtrij niet meer langer wordt en de meeste klanten meteen weer weg gaan. De gemiddelde wachttijd over de gehele dag, de blauwe lijn, wordt eerst gedomineerd door de snelle stijging van de wachttijden in de koffie- en lunchpauze, dus deze stijgt snel in het begin. De gemiddelde wachttijd tussendoor haalt de gemiddelde wachttijd over de gehele dag al snel weer naar beneden, omdat tussendoor ook het grootste gedeelte van de dag is. In de pauzes gaan de meeste klanten al snel gelijk weer weg, tussendoor blijven de meeste nog wel, dus daar zijn ook veel meer klanten. Zodra de gemiddelde wachttijden in de koffie- en lunchpauze constanter worden, is te zien dat de gemiddelde wachttijd over de dag gaat meestijgen met de gemiddelde wachttijd tussendoor.

In Grafiek 14 is te zien dat in de pauzes inderdaad bijna alle klanten weer weg gaan. In de pauzes komen de meeste klanten, dus ook over de gehele dag is de fractie verloren klanten hoog.



Grafiek 13: Gemiddelde wachttijd per klant met op de x-as de groeifactor van lambda, dit betekent dat alle lambda's x keer zo groot zijn geworden.



Grafiek 14: Fractie verloren klanten met op de x-as de groeifactor van lambda, dit betekent dat alle lambda's x keer zo groot zijn geworden.

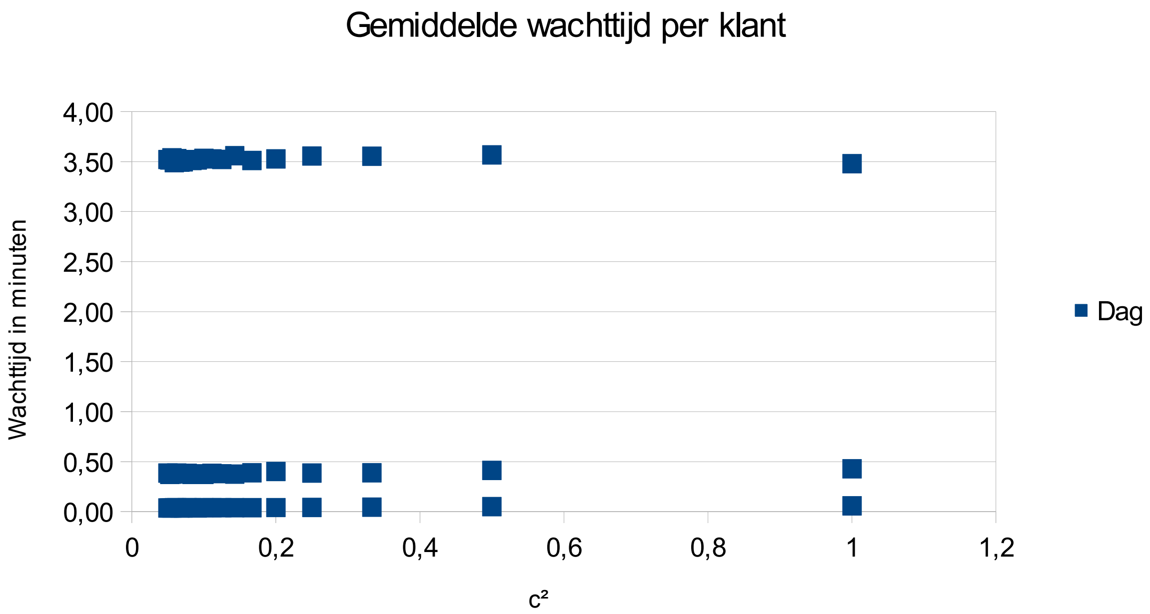
4.3 Niet exponentiële bedieningstijden

Om te kijken wat er gebeurt als de bedieningstijden niet exponentieel verdeeld zijn, is het gebruikelijk om te kijken naar andere verdelingen waarvan de gekwadrateerde variatiecoëfficiënt kleiner of groter is dan 1. Dit omdat deze voor de exponentiële verdeling gelijk is aan 1. De gekwadrateerde variatiecoëfficiënt van een verdeling wordt gegeven door de volgende formule:

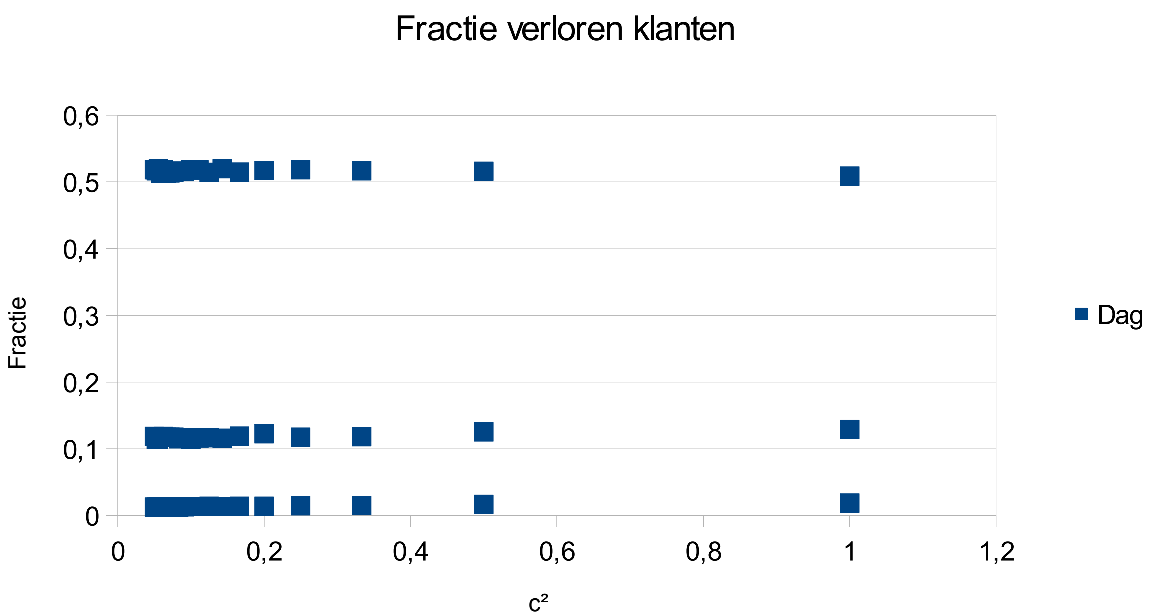
$$c^2 = \frac{Variantie}{Verwachting^2}$$

De Erlang verdeling is een verdeling waarvan de c^2 kleiner is dan 1 en de Hyper-exponentiële verdeling is een verdeling waarvan de c^2 groter is dan 1. Deze twee verdelingen worden gebruikt om te kijken wat het effect is van een andere verdeling voor de bedieningstijd.

De Erlang verdeling heeft twee parameters, een geheel getal $k > 0$ en een getal $\mu > 0$. Er geldt: $c^2 = 1/k$ en de verwachting is $\beta_{klant} = k/\mu$. Door k te laten lopen van 1 tot 20 en de μ zo te kiezen dat het gemiddelde steeds gelijk is, kan worden bepaald hoe gevoelig de gemiddelde wachttijd per klant afhangt is voor de c^2. Door dit voor drie verschillende waarden van β_{klant} te doen, ontstaat Grafiek 15, voor het aantal werknemers wordt er gebruik gemaakt van schema 2 en de aankomstintensiteiten zijn die van de specifieke kantine. In deze grafiek zijn duidelijk drie nagenoeg constante lijnen te zien, dus blijkbaar hangt de gemiddelde wachttijd per klant vrijwel niet af van de c^2. In Grafiek 16 is te zien dat hetzelfde geldt voor de fractie verloren klanten, ook hier zijn drie lijnen duidelijk te zien.

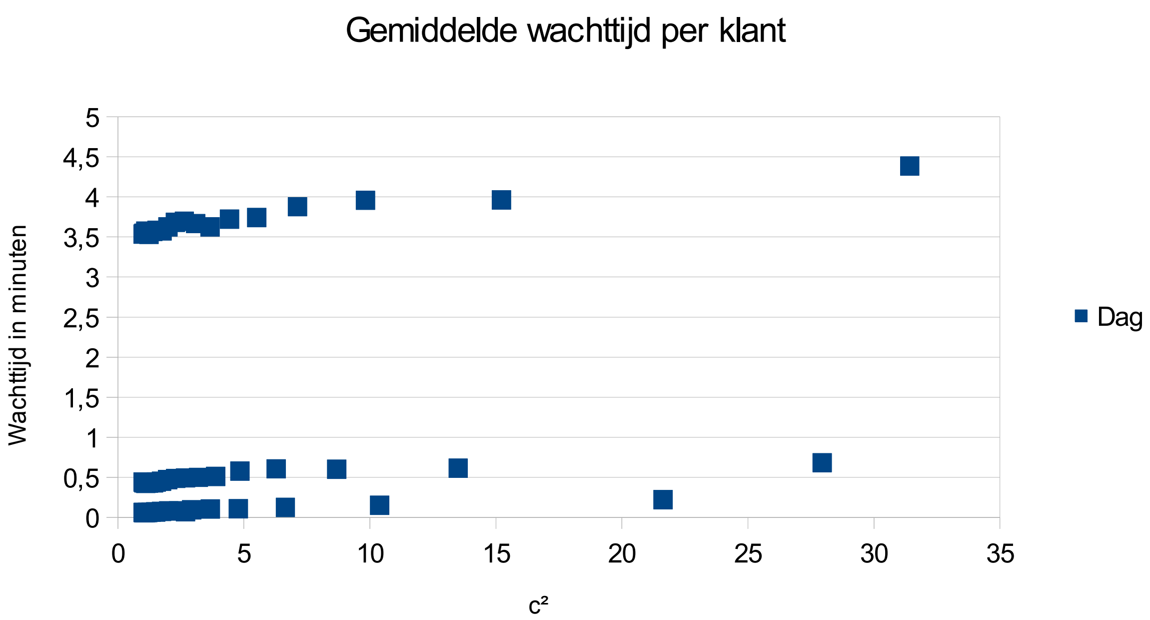


Grafiek 15: Gemiddelde wachttijd per klant als de bedieningstijd Erlang verdeeld is geplot tegen c²



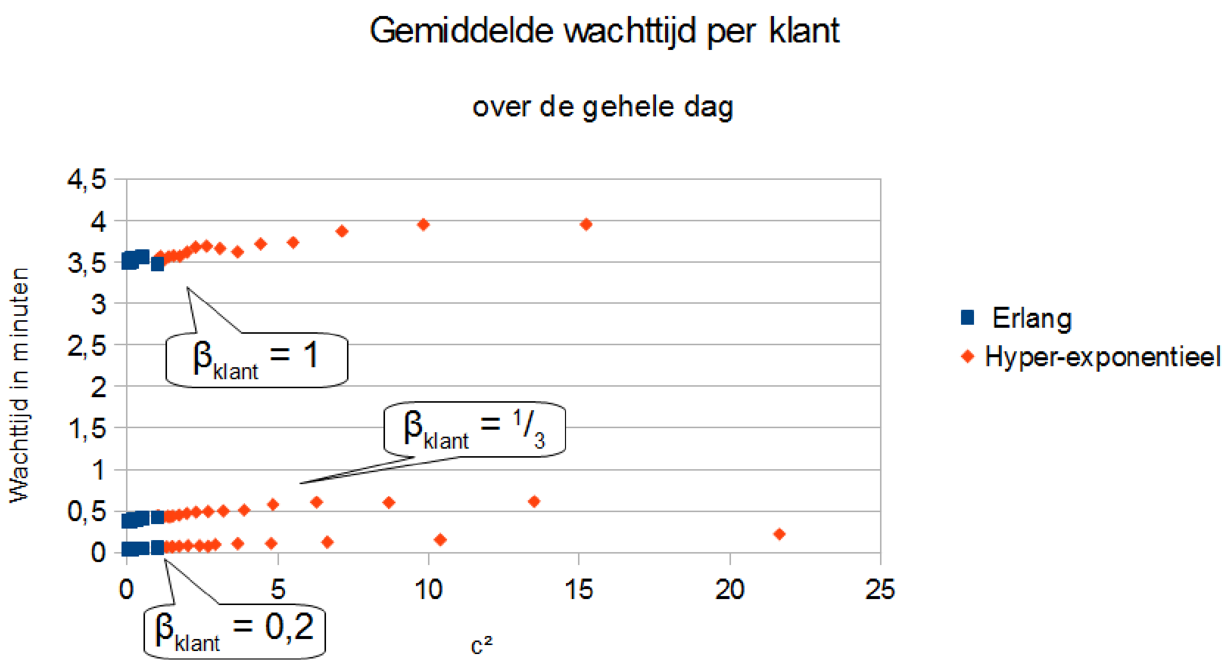
Grafiek 16: Fractie verloren klanten als de bedieningstijd Erlang verdeeld is geplot tegen c²

De Hyper-exponentiële verdeling die hier gebruikt wordt heeft drie parameters; p, μ_1 en μ_2. De verwachting wordt gegeven door: $\beta_{klant} = p/\mu_1 + (1-p)/\mu_2$. Door ook met deze verdeling drie verschillende verwachtingen te nemen en de c^2 te variëren, ontstaat Grafiek 17. Hoewel niet zo duidelijk als bij de Erlang verdeelde bedieningstijden, zijn ook hier drie lijnen te onderscheiden. Wel stijgt de gemiddelde wachttijd een beetje als de c^2 groter wordt.



Grafiek 17: Gemiddelde wachttijd per klant als de bedieningstijd Hyper-exponentieel verdeeld is geplot tegen c²

Grafiek 18 is een samenvoeging van Grafieken 17 en 15 de verwachtingen staan bij de lijnen aangegeven.



Grafiek 18: Gemiddelde wachttijd per klant over de gehele dag geplot tegen c² als de bedieningstijd Erlang of Hyper-exponentieel verdeeld is

Dus voor $c^2 < 1$ heeft de verdeling vrijwel geen invloed op de gemiddelde wachttijd per klant, voor $c^2 > 1$ is deze invloed heel erg klein.

5 Een vuistregel voor het aantal werknemers

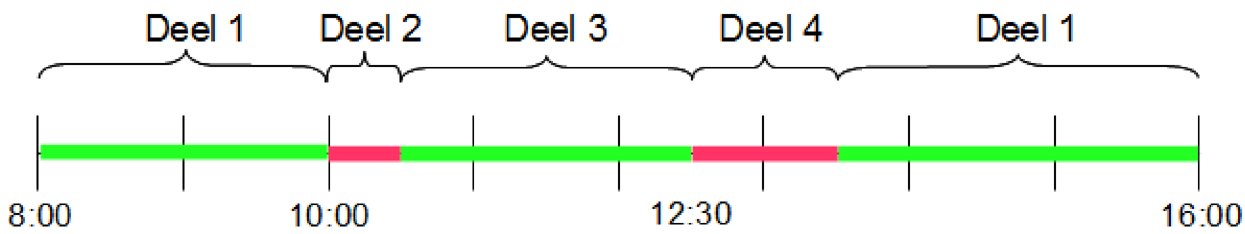
Het doel van dit werkstuk is om een optimaal aantal personeelsleden te vinden om in de kantine te laten werken. Voor call centers is er een formule die het optimale aantal personeelsleden geeft aan de hand van de aankomst intensiteit λ' en de gemiddelde bedieningstijd 1/μ'. Als N' het gezochte aantal werknemers is, dan is de formule voor N': $N'=\lambda'/\mu'+\beta\sqrt{\lambda'/\mu'}$, naar boven afgerond. In deze formule is β gekoppeld aan de service graad en wordt gegeven door $\beta=N(1-\lambda/(N\mu))\sqrt{\mu/\lambda}$. In deze formule zijn λ en μ en N de waarden die normaal door het callcenter gebruikt worden. Dus eerst wordt β uitgerekend, aan de hand van het aantal personeelsleden dat normaal gesproken gebruikt wordt en de normale λ en μ. Dan heb je een service graad waar normaal gesproken aan voldaan wordt. Vervolgens wordt met behulp daarvan en de nieuwe waarden voor λ en μ, aangegeven door λ' en μ', de nieuwe N' berekend [2].

De vraag is nu; is het mogelijk om deze formule te gebruiken voor de kantine die in dit werkstuk wordt besproken? Om deze vraag te beantwoorden wordt aangenomen dat er een onbeperkt aantal kassa's aanwezig is, omdat het anders nooit voordelig is om meer dan drie medewerkers te laten werken. Het is nu ook niet meer mogelijk om de dag in tweeën te delen zoals eerst was gedaan, waarbij er het drukke deel van de dag drie medewerkers werkten en het rustige deel twee. De dag moet nu in vier delen gesplitst worden:

1. De rustige delen voor de koffiepauze en na de lunchpauze
2. De koffiepauze
3. Het deel tussen de koffie- en lunchpauze in waar twee taken tegelijk gedaan worden
4. De lunchpauze

In deel 1 werken er N = 2 medewerkers en is de aankomst intensiteit λ gelijk aan 0,5, in deel 2 werken er 3 medewerkers en is λ = 8, in deel 3 is λ net als in deel 1 gelijk aan 0,5, maar nu is N = 3 en in deel 4 is λ gelijk aan 10,91 en N gelijk aan 3. De μ is in alle delen gelijk aan 3, met deze waarden worden vier verschillende bèta's verkregen.

Tekening 4 geeft aan waar op de dag de verschillende delen zich bevinden.



Tekening 4: Tijdbalk die aangeeft wanneer de verschillende dagdelen beginnen

Er moeten dus vier formules komen voor het aantal werknemers, voor elk deel van de dag één. Voor deel 1 is $\lambda = \lambda_{tussendoor} = 0{,}5$ en werken er 2 werknemers dus is de β gelijk aan: $2*(1-0{,}5/(2*3))*\sqrt{3/0{,}5}=4{,}49$. De bèta's voor de overige dagdelen zijn te vinden in Tabel 3.

Dagdeel	λ	μ	N	β
Deel 1	0,5	3	2	4,4900
Deel 2	8	3	3	0,2041
Deel 3	0,5	3	3	6,9402
Deel 4	10,91	3	3	-0,3339

Tabel 3: Overzicht van de bèta's voor alle dagdelen

Met deze bèta's is het mogelijk voor elke willekeurige waarde van λ' en μ' het bijbehorende aantal werknemers te vinden. De vier verschillende formules staan in Tabel 4.

Dagdeel	Formule
Deel 1	$N' = \lceil \lambda'_{tussendoor} / \mu'_{klant} + 4{,}49 \sqrt{\lambda'_{tussendoor} / \mu'_{klant}} \rceil$
Deel 2	$N' = \lceil \lambda'_{koffie} / \mu'_{klant} + 0{,}2041 \sqrt{\lambda'_{koffie} / \mu'_{klant}} \rceil$
Deel 3	$N' = \lceil \lambda'_{lunch} / \mu'_{klant} + 6{,}9402 \sqrt{\lambda'_{lunch} / \mu'_{klant}} \rceil$
Deel 4	$N' = \lceil \lambda'_{tussendoor} / \mu'_{klant} - 0{,}3339 \sqrt{\lambda'_{tussendoor} / \mu'_{klant}} \rceil$

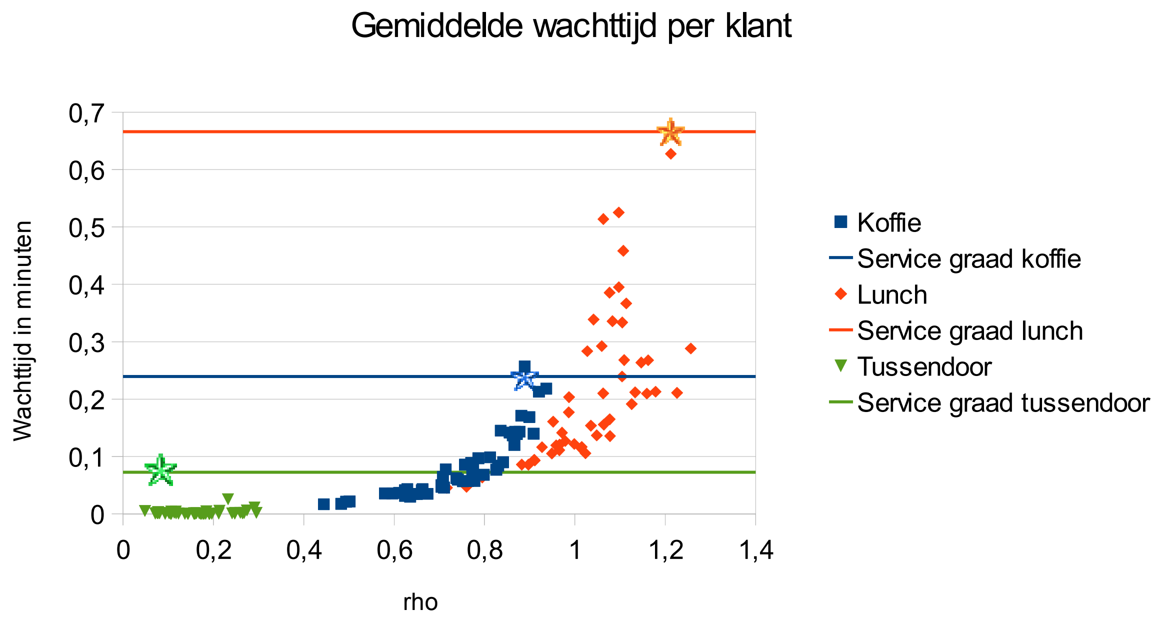
Tabel 4: De formules die voor de verschillende dagdelen worden gebruikt om het benodigde aantal medewerkers te vinden

Om te kijken hoe goed deze formules werken voor de kantine worden er drie willekeurige lambda's gekozen en een willekeurige mu. Vervolgens wordt er aan de hand hiervan en met de formules een werkrooster opgesteld. Er worden 100 dagen gesimuleerd met deze waarden, waarna de gemiddelde wachttijd per klant en de fractie verloren klanten worden uitgerekend voor de koffiepauze, de lunchpauze en de tijden tussendoor. Dit wordt 50 keer gedaan, zodat er 50 waarden zijn die worden vergeleken met de waarden van het normale rooster.

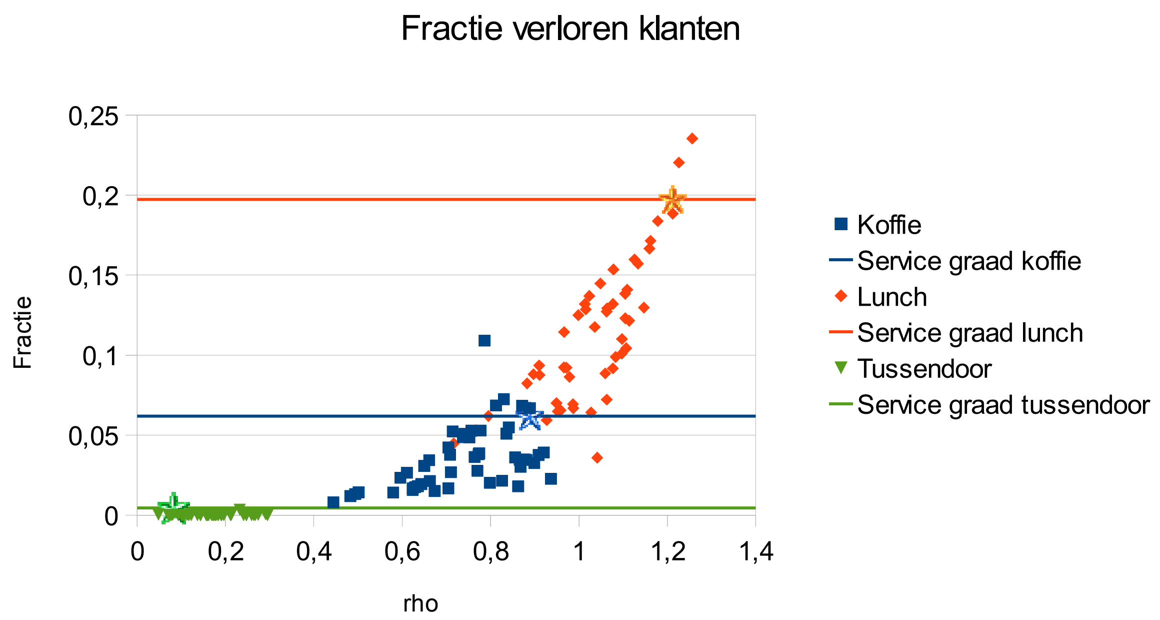
De willekeurige waarden voor de lambda's en mu worden uniform gekozen tussen een ondergrens en een bovengrens die zijn aangegeven in Tabel 5.

	Ondergrens	Bovengrens
λ'_{lunch}	20	30
λ'_{koffie}	10	20
$\lambda'_{tussendoor}$	0,5	10
μ'_{klant}	1	15

Tabel 5: Ondergrens en bovengrens voor de uniforme verdeling van de verschillende variabelen die willekeurig gekozen worden.



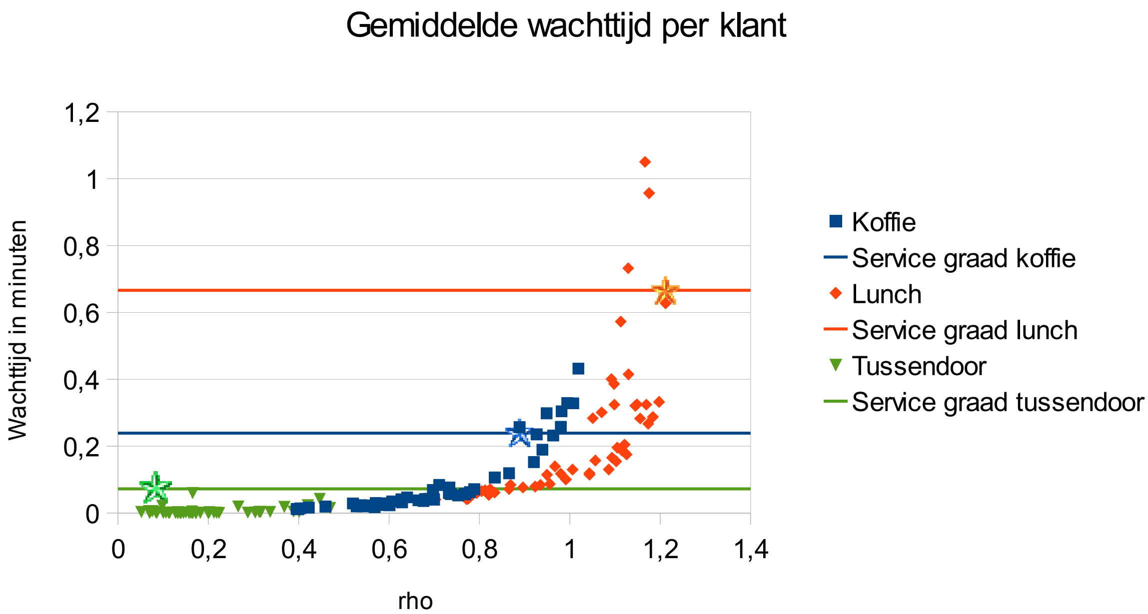
*Grafiek 19: Gemiddelde wachttijd per klant in minuten geplot tegen ρ = λ/(s*μ). De lijnen geven de gewenste service graad weer.*



Grafiek 20: Fractie verloren klanten geplot tegen ρ = λ/(sμ). De lijnen geven de gewenste service graad weer.

In Grafiek 19 is de gemiddelde wachttijd per klant geplot tegen $\rho = \lambda/(s\mu)$ voor de koffiepauze, de lunchpauze en tussendoor. De sterren geven de punten aan voor de waarden van de specifieke kantine, de waarden waarmee de bèta's in Tabel 3 berekend zijn. De lijnen geven de gemiddelde wachttijd per klant aan voor de waarden van de specifieke kantine en kunnen worden beschouwd als de gewenste service graad. Zoals in Grafiek 19 te zien is, wordt de gewenste service graad altijd gehaald. De gemiddelde wachttijd voor verschillende combinaties van λ en μ is vrijwel altijd lager dan de gemiddelde wachttijd per klant in de specifieke kantine. Grafiek 20 laat zien dat dit ook het geval is voor de fractie verloren klanten. De ene uitschieter voor de koffiepauze is een geval waar de gemiddelde bedieningstijd heel laag is en de aankomst intensiteit ook, daardoor is er maar één werknemer ingeroosterd.

Het doel van de formule is dat de service graad ongeveer gelijk blijft en niet dat deze ineens veel beter wordt, zoals nu het geval is. De eerste gedachte is, dat dit komt doordat de formule geen rekening houdt met de taken, de formule houdt alleen rekening met de aankomst intensiteiten en de gemiddelde bedieningstijd en gaat er van uit dat alle bedienden die werken bezig zijn met het helpen van klanten. Het aantal taken gaat niet omhoog met de stijging van de aankomst intensiteit, dus blijft het aantal werknemers dat aan de taken werkt altijd gelijk. Deze redenatie klopt echter niet, want in de lunchpauze worden geen taken gedaan en toch is de service graad dan juist het meest variabel. Grafiek 21 is gemaakt door van het aantal werknemers dat werkt overal één af te trekken, dus $N^* = N$-1, en dan de bèta's uit te rekenen. Met deze béta's worden dan de benodigde aantallen werknemers berekend en daarbij wordt vervolgens 1 opgeteld. De grafiek laat zien dat er nog steeds een te ruim aantal werknemers wordt gerekend, in de meeste gevallen ligt de gemiddelde wachttijd onder de gewenste gemiddelde wachttijd. Hieruit kan geconcludeerd worden dat deze formule er op gericht is om de service graad minstens zo goed te krijgen als die was, dus het aantal werknemers dat er volgens de formule moet werken is altijd aan de veilige kant. Daarom kan er beter van een vuistregel dan van een formule gesproken worden.



*Grafiek 21: Gemiddelde wachttijd per klant in minuten geplot tegen ρ = λ/(s*μ). De lijnen geven de gewenste service graad weer.*

6 Conclusie

De vraag in dit werkstuk is wat is het optimale aantal werknemers per tijdstip en hoe hangt dit af van de variabelen. Deze vraag is beantwoord door met behulp van een simulatie te kijken wat het beste werkschema is in termen van gemiddelde wachttijd per klant en fractie verloren klanten.

De specifieke kantine:

Eerst is er gekeken naar een specifieke kantine, met specifieke waarden voor de verschillende variabelen die van toepassing zijn.

Omdat de specifieke kantine maar drie kassa's heeft, is het nooit voordelig om meer dan drie medewerkers te laten werken. Het is dus niet nodig om een extra medewerker te laten werken die alleen de taken doet. Het optimale werkschema is gegeven in Tabel 6.

Tijd	Aantal werknemers
8:00 – 10:00 uur	3
10:00 – 13:30 uur	2
13:30 – 16:00 uur	3

Tabel 6: Optimale werkschema voor de specifieke kantine.

Met dit schema is de gemiddelde wachttijd in de lunchpauze het langst met 39 seconden. In de tussenuren is de gemiddelde wachttijd het kortst, namelijk 4 seconden. Over de gehele dag is de gemiddelde wachttijd 26 seconden. Ook de fractie verloren klanten is in de lunchpauze het grootst, 19% van de klanten gaat gelijk weer weg zonder iets te kopen. Over de gehele dag is dit 13%.

Gevoeligheidsanalyse:

Hoe goed werkt het schema dat is gevonden voor de specifieke kantine als de standaardafwijking van de taakduren heel groot wordt? Uit de simulaties blijkt dat de gemiddelde wachttijd per klant niet eens verdubbeld als de standaardafwijking van de taakduren 25 keer zo groot is geworden. De gemiddelde wachttijd per klant neemt dus niet zo veel toe met het toenemen van de standaardafwijking. Ook de fractie verloren klanten neemt niet zo veel toe. De variatie in gemiddelde wachttijd neemt wel veel toe, de onzekerheid wordt dus groter.

Als de aankomst intensiteit groot wordt, geeft dit wel degelijk veel problemen voor de kantine. Als de aankomst intensiteit tien keer zo groot wordt, is het percentage klanten dat verloren gaat al bijna 100%. Doordat er zo veel klanten weglopen, is de gemiddelde wachttijd redelijk stabiel.

Uit testen met bedieningstijden die Erlang of Hyper-exponentieel verdeeld zijn blijkt dat de gemiddelde wachttijd per klant vrij ongevoelig is voor de verdeling van de bedieningstijd. De gemiddelde wachttijd per klant hangt veel meer af van het gemiddelde van de verdeling van de bedieningstijd.

Vuistregel voor het aantal werknemers:

Om het benodigde aantal werknemers in de kantine te bereken met een formule, kan een formule worden gebruikt die ook wordt toegepast in callcenters. De formule gaat uit van het aantal werknemers dat normaal gesproken werkt en de normale aankomst intensiteit en gemiddelde bedieningstijd die daar bij horen. Bij deze waarden hoort namelijk een service graad die normaal is voor het callcenter. De formule berekent aan de hand van deze service graad en met de nieuwe waarden voor de aankomst intensiteit en gemiddelde bedieningstijd het aantal werknemers dat moet werken om minstens dezelfde service graad te behouden.

De formule luidt als volgt: stel de aankomst intensiteit is λ' en de gemiddelde bedieningstijd $1/\mu'$, als N' het gezochte aantal werknemers is, dan is de formule voor N': $N'=\lambda'/\mu'+\beta\sqrt{\lambda'/\mu'}$, naar boven afgerond. In deze formule is β gekoppeld aan de service graad en wordt gegeven door $\beta=N(1-\lambda/(N\mu))\sqrt{\mu/\lambda}$. In deze formule zijn λ en μ en N de waarden die normaal door het callcenter gebruikt worden.

De formule van de callcenters kan ook in de schoolkantine worden toegepast. Uitgaande van het schema dat voor de specifieke kantine is gevonden kunnen er vier verschillende bèta's uitgerekend worden. Voor verschillende tijden van de dag zijn er dus verschillende formules. De formules met tijdstippen worden weergegeven in Tabel 7. Door gebruik te maken van deze formules is de service graad elk moment van de dag (gemiddeld) hoger dan normaal, het aantal benodigde werknemers wordt dus ruim gerekend waardoor het dus beter vuistregels genoemd kunnen worden.

Tijd	Vuistregel	β
8:00 – 10:00 en 13:30-16:00	$s=\lceil \lambda'_{tussendoor}/\mu'_{klant}+\beta\sqrt{\lambda'_{tussendoor}/\mu'_{klant}}\rceil$	4,4900
10:00 – 10:30	$s=\lceil \lambda'_{koffie}/\mu'_{klant}+\beta\sqrt{\lambda'_{koffie}/\mu'_{klant}}\rceil$	0,2041
10:30 – 12:30	$s=\lceil \lambda'_{lunch}/\mu'_{klant}+\beta\sqrt{\lambda'_{lunch}/\mu'_{klant}}\rceil$	6,9402
12:30 – 13:30	$s=\lceil \lambda'_{tussendoor}/\mu'_{klant}+\beta\sqrt{\lambda'_{tussendoor}/\mu'_{klant}}\rceil$	-0,3339

Tabel 7: Overzicht van de formules voor het aantal werknemers s dat nodig is op de verschillende tijdstippen

Literatuurlijst

1: Tijms, Henk, *Operationele Analyse. Een inleiding in modellen en methoden.* 2004
2: O. Garnet, A. Mandelbaum, M. Reiman, *Designing a Call Center with Impatient Customers*, 2002