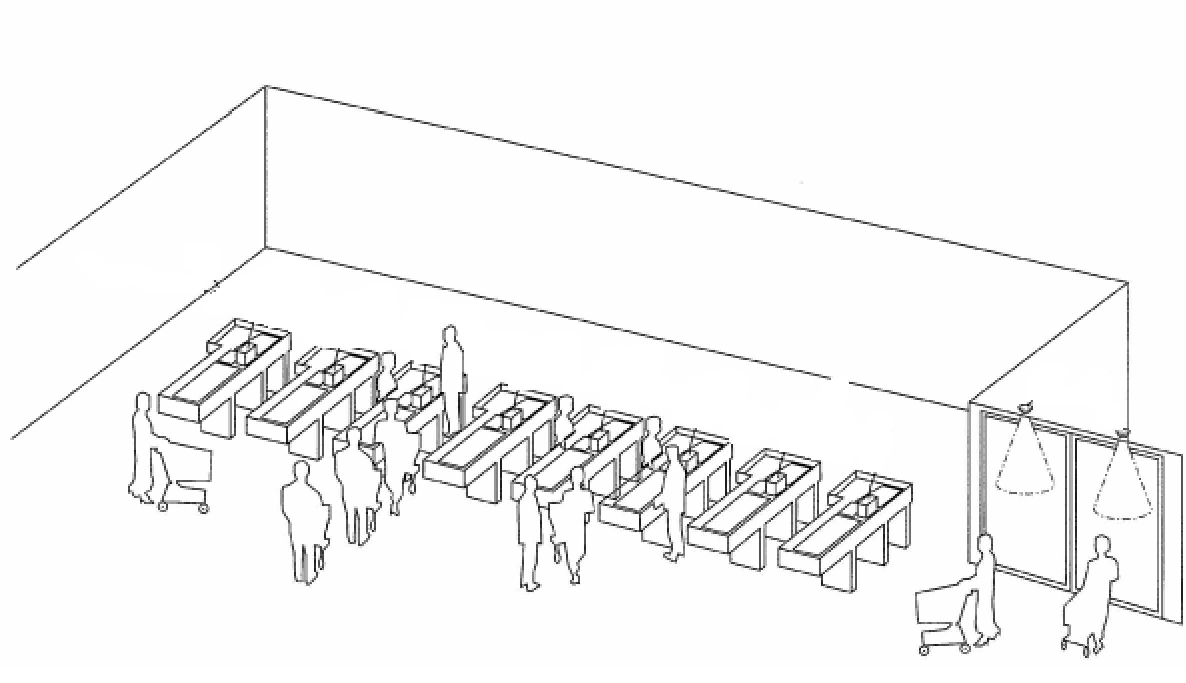
Strategisch kassa’s inzetten in supermarkten

Lydia van ’t Veer

BWI-werkstuk



Strategisch kassa's inzetten in supermarkten

Lydia van 't Veer

BWI-werkstuk

Vrije Universiteit
Faculteit der Exacte Wetenschappen
Studierichting Bedrijfswiskunde en Informatica
De Boelelaan 1081a
1081 HV Amsterdam

Maart 2011

Voorwoord

Als laatste onderdeel van de Master Business Mathematics & Informatics wordt een scriptie geschreven. Het doel van de scriptie is een onderzoek te presenteren dat gedaan is in een bedrijfsgericht gebied. Hiervoor wordt bestaande literatuur onderzocht en mogelijk eigen onderzoek gedaan.

Deze scriptie zal zich richten op het proces dat plaatsvindt in een supermarkt. Omdat de retail industrie heel competitief is, is kostenvermindering van groot belang. Het is echter niet het enige wat van belang is: voor een supermarkt is klantenbehoud net zo belangrijk. Om dit te bereiken is een hoge service kwaliteit nodig. Het managen van wachtrijen heeft effect op beide; als het op een juiste manier gedaan wordt kan het zorgen voor zowel kostenbesparing als het behoud van klanten. Dat is ook de reden dat er nog veel onderzoek gaande is in dit gebied. De focus van deze scriptie ligt met name op het strategisch inzetten van kassa's gedurende de dag in een supermarkt.

De reden dat het onderwerp van deze scriptie mij interesseert is het feit dat het iets is waarmee iedereen regelmatig te maken heeft. De aanbevelingen voortkomend uit het onderzoek kunnen ook daadwerkelijk toegepast worden en mogelijk leiden tot betere resultaten.

Samenvatting

Lange wachtrijen en –tijden in supermarkten zorgen voor ontevredenheid van klanten. Om dit te voorkomen, en tegelijkertijd niet het doel om winst te maken uit het oog te verliezen, worden verschillende methodes toegepast. Er worden bijvoorbeeld express wachtrijen geïntroduceerd of tegenwoordig komt het steeds meer voor dat er zelfbedieningskassa's worden geïnstalleerd. Ook wordt vaak analyse gedaan naar bijvoorbeeld de kassabezetting die optimaal zou zijn voor een bepaald scenario.

Supermarktketen Jumbo voert een beleid waarbij een maximum aantal klanten in de rij is vastgesteld: als alle wachtrijen de maximale lengte hebben en er nog een kassa geopend zou kunnen worden mogen klanten gratis hun boodschappen meenemen. Dit zorgt enerzijds voor een hoge klanttevredenheid door het laag houden van de wachttijden. Aan de andere kant is het wel risicovol aangezien het mogelijk is om opbrengsten mis te lopen. Dit kan resulteren in hoge kosten als niet op een juiste manier kassa's worden ingezet en vraagt dus om een strategie die helpt om de juiste keuzes te maken betreffende het openen en sluiten van kassa's. Met een simulatie zijn een aantal strategieën getest, zowel statische als dynamische. De verwachting was dat dynamische strategieën betere resultaten op zouden leveren. Uiteindelijk blijkt echter, dat een statistische strategie, die gebaseerd is op het aantal mensen in de wachtrijen en het aantal mensen in de supermarkt, goede resultaten oplevert. De strategie moet echter wel aangepast worden aan het aantal beschikbare kassa's in de supermarkt en het aankomstenpatroon over een dag.

Inhoudsopgave

1. Inleiding

Self-service kassa's zijn bedoeld om een eind te maken aan lange wachtrijen in supermarkten, maar onderzoek heeft gesuggereerd dat rijen langer zijn geworden sinds de technologie is geïntroduceerd, meldde de Britse krant The Telegraph (21 Augustus 2010) [11]. Dit is een voorbeeld van een methode die bedoeld was om wachttijden in supermarkten te verminderen. In dit werkstuk zullen een aantal methodes naar voren komen die al gebruikt worden, of zouden kunnen worden geïmplementeerd, om dit doel te bereiken. Het tweede deel van deze scriptie zal gericht zijn op het beleid dat een aantal supermarkten voert, waarbij een maximum aan het aantal klanten in de rij wordt gesteld. Een aantal strategieën, die gebruikt kunnen worden voor het inzetten van kassa’s in deze situatie, zullen geëvalueerd worden in een simulatie. Het uitgangspunt daarbij is kostenminimalisatie voor de supermarkt, terwijl de klanttevredenheid daarbij ook in het oog gehouden wordt.

Hoofdstuk 2 zal beginnen met een beschrijving van de doelen die nagestreefd worden door supermarkten. Hierna zullen een aantal methodes naar voren komen die gebruikt worden om deze doelen te bereiken. Vervolgens, in Hoofdstuk 3, zal het proces van een klant van binnenkomst in een supermarkt tot vertrek beschreven worden. De simulatie van het proces wordt hierna uitgelegd. Een aantal kassastrategieën, die getest worden in de simulatie, zullen in Hoofdstuk 4 verder uitgewerkt worden. In het daaropvolgende hoofdstuk zullen de conclusies gegeven en aanbevelingen gedaan worden, gebaseerd op de resultaten. Als laatste zal een overzicht gegeven worden van de bronnen die gebruikt zijn om deze scriptie te schrijven.

2. Management van wachtrijen

We beginnen met een korte introductie over de doelen die door een supermarkt worden nagestreefd, waarna een aantal methodes beschreven worden om wachtrijen te managen.

2.1 Doel supermarkt

Het primaire doel van een supermarkt is het behalen van winst. Om dit te bereiken is het nodig om aan klantenbehoud te werken. Klanttevredenheid is van groot belang aangezien dit er hoogst waarschijnlijk toe zal leiden dat een klant terugkeert naar de supermarkt. Eén van de factoren die de tevredenheid van een klant sterk vermindert is een lange wachttijd in de rij bij de kassa; deze moet dus minimaal gehouden worden. Er zijn verschillende manieren om de wachttijd te verminderen; een aantal van methodes die hiervoor worden gebruikt zullen beschreven worden in de volgende paragraaf. Het reduceren van wachttijden is van belang maar tegelijkertijd moet rekening gehouden worden met de kosten die eraan verbonden zijn. Het openhouden kassa's zorgt aan de ene kant voor kortere wachttijden, maar aan de andere kant voor extra kosten aangezien de caissières moeten betaald worden. Er moet een afweging gemaakt worden tussen een bepaald service niveau en de kosten die eraan verbonden zijn.

Er is ook veel onderzoek gaande over de waargenomen wachttijd van een klant. Dit kan verschillen van de objectieve wachttijd door een aantal factoren. Een aantal manieren om wachtrijen te managen zonder ze daadwerkelijk te reduceren zullen ook besproken worden in dit hoofdstuk. Het doel is uiteindelijk de tevredenheid van een klant en eigenlijk maakt het niet uit op welke manier dit bereikt worden.

Nu zullen een aantal manieren besproken worden die mogelijk leiden tot kortere wachttijden.

2.2 Beschrijving van aantal methodes

Nu zullen een aantal methodes aan bod komen, die gebruikt (kunnen) worden om wachtrijen in supermarkten te managen.

2.2.1 Express wachtrij

Een groot deel van de supermarkten heeft tegenwoordig een of meerdere zogenaamde 'express' wachtrijen geïntroduceerd. Het idee is dat klanten met een klein aantal producten in een andere rij staan dan de rest van de klanten. Er is een maximum aan het aantal producten dat een klant kan hebben om in die rij te 'mogen' staan. Als iedereen zich houdt aan dit limiet, zou de rij sneller moeten bewegen en klanten hoeven niet te wachten voor klanten die veel aankopen doen. Het gevolg is wel dat klanten in andere rijen gemiddeld langer moeten wachten omdat de klanten die een kortere bedieningstijd nodig hebben niet meer in deze rij staan. Waarschijnlijk zou het zorgen voor meer spreiding in de verdeling van wachttijden maar het is de vraag of het effect zou hebben op de gemiddelde wachttijd over alle klanten. De kans bestaat wel dat een groter percentage klanten tevreden is met de ondervonden wachttijd, omdat klanten die een lange wachttijd hebben ook diegenen zijn met een groot aantal producten en zij dit zelf in de hand hebben; klanten met een klein aantal producten zijn daar niet de dupe van.

Het is ook de vraag of klanten met weinig producten de express rij altijd zouden moeten kiezen of dat het verstandiger zou zijn om de rij te kiezen met het minst aantal klanten, zelf als dit een gewone wachtrij is. Het is namelijk het geval dat een groot deel van de bedieningstijd van klanten bestaat uit het betalen van de aankopen, dus dat zou betekenen dat het aantal producten niet zo'n hele grote invloed op de bedieningstijd heeft. De keuze die een klant maakt voor een bepaalde wachtrij is niet beïnvloedbaar, maar er moet wel rekening gehouden worden met het effect die deze keuze op het systeem heeft.

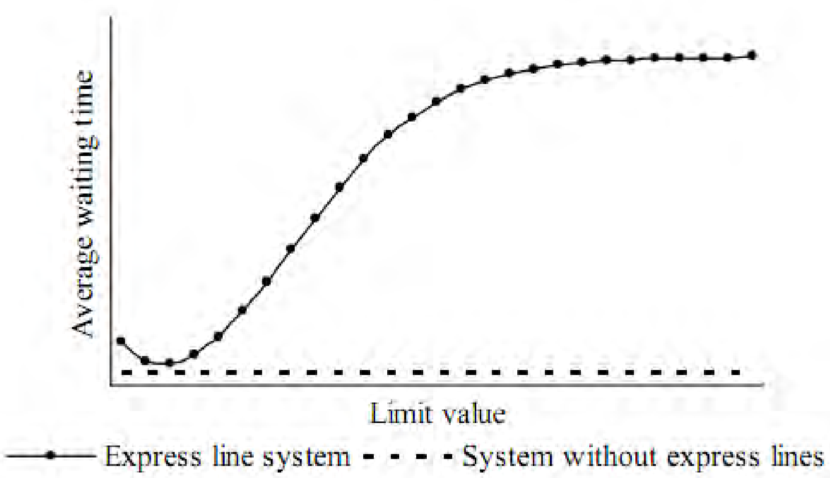
Als een supermarkt het maximale effect uit een express wachtrij wil halen, is het belangrijk om te weten hoe deze gevormd en gemanaged zou moeten worden zodat de gemiddelde wachttijd geminimaliseerd wordt. Behalve de gemiddelde wachttijd zijn er echter meerdere factoren waar rekening gehouden mee moet worden: de variatie in de wachttijd, de ervaren wachttijd en de evaluatie van het wachten. Het is belangrijk voor managers om de invloed te evalueren op al deze parameters als express wachtrijen worden geïntroduceerd. Om express wachtrijen te evalueren kunnen zowel analytische als empirische modellen worden gebruikt. Analytische modellen zijn gebaseerd op resultaten uit wachtrij theorieën. Simulatie modellen worden gebruikt voor het empirisch onderzoek. Onderzoek heeft aangetoond dat een van de belangrijkste parameters die de wachttijd beïnvloedt in het geval van express wachtrijen en waar management controle over heeft, het maximaal aantal producten in een express wachtrij is. Er bestaat een optimale waarde voor dit maximale aantal producten die de gemiddelde wachttijd over alle klanten minimaliseert. Zoals al genoemd is heeft alleen de gemiddelde wachttijd niet genoeg informatie; de spreiding is ook van belang. Hoe meer de spreiding in wachttijd is, hoe meer onzekerheid. Mensen zijn van nature risico-averse en houden niet van deze onzekerheid.

Gebruik makend van wachtrij modellen kan de optimale parameter voor de limiet aantal producten in een express wachtrij bepaald worden. Een mogelijkheid is om het systeem te modelleren als een M/G/k rij waarbij M betekent dat de aankomsten Poisson verdeeld zijn, G betekent dat de service tijd een algemene verdeling heeft. Het systeem kan worden gemodelleerd als twee M/G/k rijen: één met k=aantal wachtrijen (niet express) en één met k=aantal express wachtrijen is nodig. Als op deze manier gemodelleerd wordt, wordt aangenomen dat klanten de keuze voor een wachtrij optimaal maken en worden de rijen dus als één rij gezien. Dit is optimistisch en kan alleen een 'best case' schatting opleveren. Het is realistischer om de wachtrijen te modelleren als onafhankelijke M/G/1 wachtrijen. Aangezien in dit geval aangenomen wordt dat een klant willekeurig een wachtrij kiest, levert dit model de 'worst case' schatting op. Het is afhankelijk van de situatie welk model de werkelijkheid zo realistisch mogelijk weergeeft. Als een model gekozen is kan, gegeven een aantal parameters (het aantal producten dat gekocht wordt door een klant, het gemiddelde aantal aankomsten, de gemiddelde service tijd en de spreiding in de service tijd), bepaald worden welk limiet zorgt voor de laagste gemiddelde wachttijd over alle wachtrijen.

Simulatie wordt ook gebruikt om de werking van express wachtrijen in meer detail te onderzoeken. In simulatie kan het effect van de keuze van een klant voor een bepaalde wachtrij onderzocht worden. Een aantal mogelijke regels waarop een klant een wachtrij selecteert zijn [10]:

- RAN (random): Klanten kiezen willekeurig een wachtrij.
- SNQ (Smallest Number in Queue): Klanten kiezen de wachtrij met het minst aantal wachtende klanten, die nog niet geholpen worden. Dit is realistisch in de meeste gevallen, behalve wanneer het niet mogelijk is om de lengte van een wachtrij te observeren. De wachttijd hangt echter niet alleen af van de lengte van een rij, met name niet in het geval van express wachtrijen. Deze hangt ook af van het aantal producten. Mogelijke regels waarop selectie van wachtrijen rekening houdend met het aantal producten plaatsvindt:
- MWL (Minimal WorkLoad): Klanten kiezen de wachtrij met het minst aantal producten in de totale wachtrij.
- SNS (Smallest Number in System): Klanten kiezen een wachtrij op bijna dezelfde wijze als bij SNQ behalve dat klanten die al geholpen worden ook meegenomen worden. Deze aanname wordt gebruikt in de simulatie die beschreven wordt vanaf Hoofdstuk 3.
- FLI (Few Last Items): Klanten kiezen de rij waarbij de laatste persoon in de wachtrij de minste producten heeft. Dit is realistischer dan MWL aangezien het vaak moeilijk te observeren is hoeveel producten de klanten hebben in de gehele rij. Deze methode wordt vaak gebruikt om een andere methode te complementeren en wordt gebruikt als er meerdere wachtrijen dezelfde lengte hebben en er gekozen moet worden tussen deze rijen.

Het blijkt uit een onderzoek [10] dat de gemiddelde wachttijd in een systeem als een functie van de limiet in een express wachtrij een algemeen patroon volgt. Dit patroon is weergegeven in Figuur 1. Het is duidelijk dat de limietwaarde een groot effect heeft op de gemiddelde wachttijd. Bij een lage limietwaarde ligt de gemiddelde wachttijd nog vrij hoog, aangezien er nauwelijks klanten zijn die een aantal producten onder deze limiet hebben. Als de limietwaarde iets hoger wordt, is te zien in de grafiek dat de gemiddelde wachttijd daalt, tot op een bepaald minimum. Vanaf dat punt stijgt de gemiddelde wachttijd weer. Bij een hoge limietwaarde voegt een express wachtrij namelijk niets toe. De limietwaarde moet dus zowel niet te hoog als niet te laag gekozen worden. De onderste lijn in de grafiek laat de gemiddelde wachttijd van het systeem zien zonder express wachtrijen. Blijkbaar wordt de gemiddelde wachttijd niet altijd gereduceerd door express wachtrijen. In het systeem in kwestie, waar klanten een laag aantal producten kopen, is de gemiddelde wachttijd niet significant kleiner dan in systemen zonder express wachtrijen.



Figuur 1: Gemiddelde wachttijd als functie van limiet in express wachtrij.

Express wachtrijen zorgen niet alleen voor een grotere spreiding maar kunnen daadwerkelijk zorgen voor een verlaagde gemiddelde wachttijd. Dit is echter geen garantie. Het geldt namelijk alleen in systemen waarbij klanten zelf niet in staat zijn hun wachttijd te verminderen door het optimaal selecteren van een wachtrij doordat bijvoorbeeld moeilijk in te schatten is hoe lang wachtrijen zijn. In praktijk blijkt toch dat express wachtrijen populair zijn. Mogelijke factoren die hierin een rol spelen zijn een verlaagde variantie in wachttijden omdat de klanten nu in twee groepen zijn opgedeeld. Dit zorgt voor een lagere variantie binnen een groep, ondanks dat de variantie over beide groepen groter is dan voor een supermarkt zonder express wachtrijen. In Tabel 1 zijn de standaarddeviaties getoond, verkregen in het eerder genoemde onderzoek [10], van zowel de express wachtrijen als de gewone wachtrijen, afhankelijk van de limietwaarde (L) in een express wachtrij. Bij een limietwaarde van twee producten is de gemiddelde wachttijd over het gehele systeem minimaal. Hierbij is uitgegaan van de selectie van een wachtrij op een willekeurige manier (RAN).

	$L=1$	$L=2$	$L=3$	$L=4$
Express lines	0.2022	0.3619	0.5642	0.7730
Regular lines	0.8581	0.7113	0.5950	0.5465
Total	0.7374	**0.5535**	0.5757	0.7444

Tabel 1: Standaard deviatie van wachttijden in verschillende soorten wachtrijen.

Een reden om express wachtrijen te introduceren zou niet zozeer zijn om de gemiddelde wachttijd over het gehele systeem te verminderen maar een betere verdeling te krijgen onder klanten. Klanten die meer producten kopen zijn meer tolerant ten opzichte van een hogere wachttijd. Daarom zou waarschijnlijk eerder een lage limietwaarde dan een hoge beter zijn, aangezien hoe lager de limietwaarde, hoe lager de gemiddelde wachttijd in de express wachtrijen.

2.2.2 Product scanners en zelfbedieningskassa's

Het invoeren van zelfbedieningskassa's is een andere manier om wachttijden te verminderen. Zoals al genoemd is in de inleiding, heeft onderzoek in Engeland aangetoond dat zelfbedieningskassa's zorgen voor een hogere wachttijd. De gemiddelde wachttijden van Sainsbury's en Tesco, de supermarktenketens met de meeste zelfbedieningskassa's, zijn de laatste 2 jaar omhoog gegaan met 5 secondes bij Sainsbury's en bijna een halve minuut bij Tesco bij bemande kassa's [11]. Beide supermarkten geven echter aan dat wachttijden minder werden toen meer zelfbedieningskassa's werden geplaatst.

Figuur 2: Scanners bij Albert Heijn.

Figuur 3: Zelfbediening bij C1000.

In november 2002 besloot C1000 om een pilot uit te voeren waarbij getest werd of het introduceren van zelfbediening een succes zou kunnen worden. Hierbij werden klanten geacht de producten te scannen en vervolgens deze af te rekenen bij een bemande kassa. Al snel bleek het een enorm succes te zijn. De volgende stap was om niet alleen de klanten de producten te laten scannen, maar ook het electronisch betalen zelfbediening te maken. Alleen voor contant betalen was nog een medewerker vereist. Tegenwoordig zijn deze zelfbedieningssystemen in veel C1000 supermarkten geïnstalleerd. In recentelijk onderzoek [5] is het systeem geanalyseerd en gemodelleerd als een open netwerk van rijen. Ten eerste komen klanten in de rij voor het scannen van de producten; over de aankomsten kan de aanname gedaan worden dat het Poisson verdeeld is. Vervolgens verlaten zij deze rij en kiezen ervoor om electronisch of contant te betalen. Indien de klant ervoor kiest om contact te betalen komt hij vervolgens in de rij voor de bemande kassa. Aangezien de aankomsten bij de kassa niet Poisson verdeeld zijn, moeten deze als een verzameling van G/G/1 wachtrijen gemodelleerd worden. De Pollaczek-Khintchine formule is gebruikt om deze wachtrijen te evalueren. Gebaseerd op een aantal aannames wat betreft het aankomstproces en het vertrekproces (verdeling van servicetijd), is gebleken dat de tijd die een klant doorbrengt in het proces van afrekenen sterk vermindert door het introduceren van zelfbedieningskassa’s. Met name voor klanten die electronisch betalen is dit het geval.

Een groot voordeel van het introduceren van zelfbedieningskassa’s is het verminderen van de wachttijd. Er zijn echter meer voordelen aan verbonden. Klanten houden er bijvoorbeeld van dat zelfbedieningskassa’s altijd open zijn. Ze zijn niet langer afhankelijk van het aantal caissières dat ingeschakeld is.

Een nadeel van zelfbedieningskassa's is dat klanten over het algemeen liever bediend worden door mensen dan door een computer. Een aantal mensen zal toch waarschijnlijk voor de bemande kassa kiezen, ondanks dat er een wachtrij staat. Een ander nadeel is dat sommige klanten, met name ouderen, niet goed kunnen omgaan met een automaat. Het kan ook voorkomen dat automaten niet zonder problemen werken; het is in dat geval van belang dat er altijd medewerkers in de buurt zijn om klanten te helpen indien dit nodig is. Een nadeel van zelfbedieningskassa’s uit het oogpunt van supermarktmanagement is dat zelfbedieningskassa’s ervoor zorgen dat klanten minder snel impulsieve aankopen doen. Dit is gebleken uit een enquête afgenomen onder klanten. Ze hebben geen tijd om rond te kijken en mogelijk overtuigd te worden om een ander product te kopen. Toch wegen de voordelen van het installeren van zelfbedieningskassa’s waarschijnlijk wel op tegen de nadelen.

2.2.3 Hulp bij inpakken tassen

Een methode die niet of nauwelijks wordt gebruikt in Nederland maar wel voorkomt in het buitenland is het inzetten van extra medewerkers bij de kassa's om klanten te helpen bij het inpakken van hun aankopen. In Colombia geldt bijvoorbeeld de regel dat als er geen 'inpakker' aanwezig is bij de kassa, de caissière zelf moet helpen inpakken. Dit kan zorgen voor vertraging in het proces. Onderzoek in Colombiaanse supermarkten [4] wijst uit dat het van een aantal factoren afhankelijk is of wachttijden verminderd kunnen worden door deze methode toe te passen. Voor dit onderzoek is simulatie gebruikt; deze simulatie is gebaseerd op gegevens van acht supermarkten in Colombia. Hierbij werd een aantal parameters gevarieerd: het aantal caissières dat ingezet wordt (als percentage van het totale beschikbare aantal), het aantal inpakkers (als percentage van het aantal ingezette caissières) en de tijd die het kost om een artikel te scannen bij de kassa. Het blijkt afhankelijk te zijn van het percentage ingezette caissières of het inzetten van medewerkers voor het inpakken van tassen de wachttijden kan verlagen. Als het percentage ingezette caissières hoog ligt, blijkt het inzetten van een groter percentage inpakkers geen invloed te hebben op de gemiddelde wachttijd.

2.2.4 Maximum aantal klanten in rij

Een aantal supermarkten belooft om het aantal klanten in wachtrijen onder een bepaald getal te houden. Als een klant bij de kassa's aankomt en de wachtrijen zijn langer dan deze limiet (en niet alle kassa's zijn open) dan mag de klant de producten gratis meenemen. Eén supermarkt in Nederland die dit beleid voert is Jumbo. In Figuur 4 is te zien dat Jumbo een limiet stelt van 3 wachtende klanten in de rij plus de klant die geholpen wordt. De vierde wachtende kan vertrekken zonder te betalen. Het beleid dat Jumbo voert zorgt voor korte wachttijden doordat er maximaal 3 andere klanten voor een klant staan. Het zorgt echter wel voor extra kosten als niet het juiste aantal kassa's is ingezet. In het geval van zo'n beleid is het van belang om de rijlengte onder controle te houden. Dit beleid zal verder besproken worden in Hoofdstuk 4; de simulatie zal hierop gebaseerd worden. In de volgende paragrafen worden mogelijkheden besproken om zowel de gemiddelde wachttijd als de rijlengte onder controle te houden.

Figuur 4: Kassabeleid bij Jumbo supermarkten.

2.2.5 Klantenteller

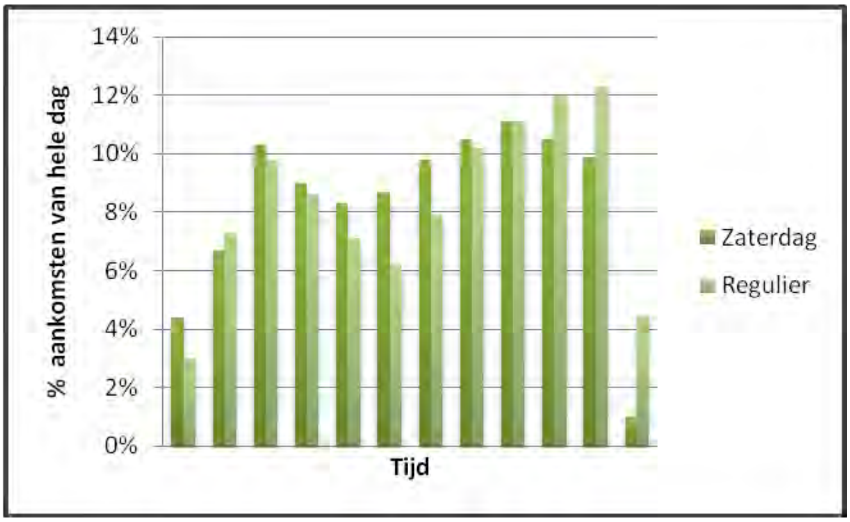
Een vraag die vaak gesteld wordt bij het analyseren van wachtrijen is: hoe veel kassa's zouden open moeten zijn om de gemiddelde wachttijd onder een bepaald getal te houden. Het aantal kassa's dat open zou moeten zijn is afhankelijk van het aantal klanten dat bij de kassa's arriveert en dat hangt af van het aantal aanwezige klanten in de supermarkt. Om dit bij te houden zou een teller geïnstalleerd kunnen worden bij de ingang van de supermarkt die telt hoeveel mensen er binnenkomen en weggaan, zodat bekend is hoeveel mensen aanwezig zijn in de winkel. Het aantal kassa's dat open is, zou op deze informatie afgestemd kunnen worden op een manier zodat kosten geminimaliseerd worden. Bijvoorbeeld: als op een gegeven moment een aantal mensen binnenkomt, zou een extra kassa geopend kunnen worden. Dit zou de tijd besparen die nodig zou zijn om een caissière erbij te roepen als de klanten al in de rij staan. Met name als een supermarkt een beleid voert met een maximum aantal mensen in de rij zou dit relevant kunnen zijn. Minder klanten zouden verloren gaan omdat er een extra kassa geopend wordt terwijl de limiet van de wachtrij nog niet overschreden is door de eerder beschikbare informatie. Natuurlijk is het een ander geval als alle kassa's al open zijn. In dat geval kan de supermarkt er niks aan doen en de klant moet in de rij staan. Als er op een gegeven moment weer ruimte is in de wachtrijen en er zijn niet veel klanten aanwezig in de supermarkt kan hierop weer ingespeeld worden door een kassa te sluiten. De medewerker kan dan weer ander werk gaan verrichten.

2.2.6 Plannen op voorspellingen gebaseerd

Als gekeken wordt naar het aantal arriverende klanten gedurende een dag kan een bepaald patroon ontdekt worden. Dit patroon zal hoogstwaarschijnlijk niet veel verschillen per dag. De dag begint met geen klanten in de supermarkt. We verwachten een lichte stijging in het aantal klanten in de supermarkt in de ochtend, een lichte daling rond de lunch en in de middag verwachten we een sterkere stijging. Het patroon zal waarschijnlijk niet veel variëren, maar de schaal wel. Bepaalde dagen zijn drukker dan andere, zoals zaterdagen en vakanties. Als een voorbeeld zijn de resultaten vermeld van een onderzoek dat gedaan is in grotere supermarkten in Colombia in 2008 [4]. De verdeling van het aantal aankomsten over een dag wordt getoond in zowel Tabel 2 als Figuur 5.

Uur	Zaterdag	Regulier
08-09	4.2%	3.0%
09-10	6.7%	7.3%
10-11	10.3%	9.8%
11-12	9.0%	8.6%
12-13	8.3%	7.1%
13-14	8.7%	6.2%
14-15	9.8%	7.9%
15-16	10.5%	10.2%
16-17	11.1%	11.1%
17-18	10.5%	12.0%
18-19	9.9%	12.3%
19-20	1.0%	4.5%
Totaal	100%	100%

Tabel 2: Verdeling van aankomsten in supermarkten in Colombia, 2008 [4].



Figuur 5: Verdeling van aankomsten in supermarkten in Colombia, 2008 [4].

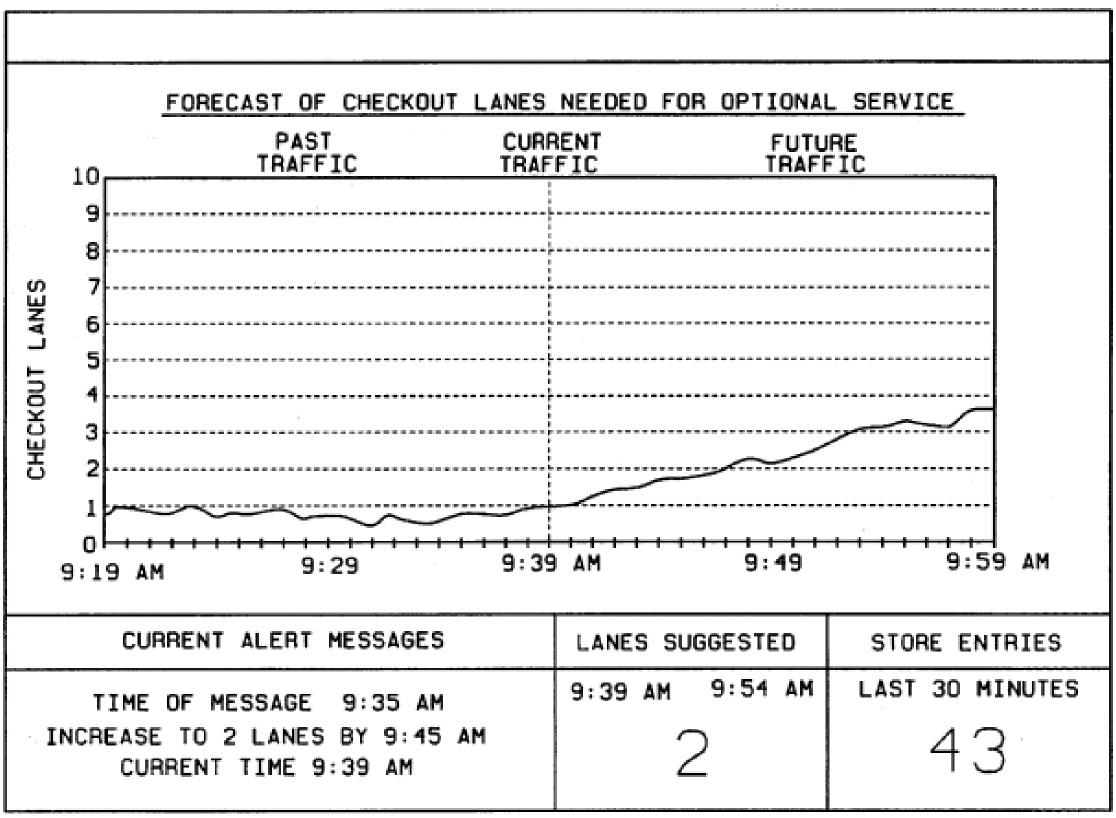
Als het patroon bekend is, kan mogelijk het aantal aankomsten op een bepaald tijdstip geschat worden op basis van het aantal aankomsten in het eerste uur. De strategie voor het openen of sluiten van kassa's kan dan aangepast worden op dit patroon. Het ene uur zal bijvoorbeeld sneller een kassa geopend worden omdat het gemiddeld aantal aankomsten hoger ligt.

De cijfers in Tabel 2 zullen gebruikt worden in de simulatie voor het genereren van aankomsten volgens een inhomogeen Poisson proces. In de volgende paragraaf zal een systeem besproken worden die informatie over het verleden analyseert en op basis hiervan een voorspelling doet over de toekomst.

Dynamisch wachtrij management systeem

In supermarkten wordt vaak bepaald of er een kassa geopend of gesloten moet worden op basis van het observeren van wachtrijen. Er zijn een aantal problemen met deze aanpak. Een medewerker merkt vaak pas op dat er een kassa geopend moet worden nadat de klanten in de rij een lange wachttijd hebben ondervonden. Een ander probleem is dat managers geneigd zijn eerder een kassa te willen openen dan deze weer te sluiten; dit heeft te maken met het feit dat managers streven naar klanttevredenheid. Dit zorgt echter wel voor inefficiëntie, doordat kassa's langer opengehouden worden dan nodig.

Tegenwoordig, met de hoeveelheid informatie die beschikbaar is, bestaat vaak de mogelijkheid om 'real-time' beslissingen te nemen. Hiermee wordt bedoeld dat informatie onmiddellijk beschikbaar is en gebruikt kan worden om op een intelligente manier beslissingen te nemen. De informatie die beschikbaar is wordt geanalyseerd waarvoor mogelijk statistische en/of machine learning methodes gebruikt worden. Ook voor supermarkten is er een dynamisch systeem ontwikkeld [6],[7]. Het systeem verzamelt informatie over de huidige toestand van de supermarkt door zowel wachtrijen te monitoren als gegevens van kassa's bij te houden. Het systeem leert dynamisch van deze informatie zodat het een optimale keuze kan maken over het aantal kassa's dat geopend moet zijn. Als het systeem eenmaal geïnstalleerd is, kan het functioneren zonder dat enige hulp van medewerkers eraan te pas moet komen. Een dynamisch aangepaste planning wordt opgesteld voor de tijd die volgt aan de hand van de huidig beschikbare informatie. In Figuur 6 wordt een dergelijke planning getoond [7].



Figuur 6: Suggestie voor aantal kassa's benodigd door een dynamisch wachtrij systeem [7].

Het systeem doet suggesties voor het aantal kassa's dat open moet zijn vanaf een bepaald tijdstip. Als er express wachtrijen in een supermarkt zijn, zal het systeem daar ook een suggestie voor doen.

Eén van de methodes die gebruikt kan worden om data te analyseren en voorspellingen aan de hand daarvan te doen is simulatie. De software combineert de real-time data met statistische data over de klanten die winkelen in een bepaald soort winkel en data over de capaciteit wat betreft het aantal kassa's en de snelheid van bedienen van klanten. De software voert elke minuut een groot aantal simulaties uit, waarbij de factoren op verschillende wijzen worden gecombineerd. Er kan voorspeld worden voor diezelfde minuut hoeveel mensen aan zullen komen bij de kassa en voor de minuten die zullen volgen. De voorspelling wordt op een scherm getoond die aangepast zal worden na het uitvoeren van simulaties. Het systeem alarmeert het personeel als verandering nodig is in het aantal geopende kassa's.
Een andere mogelijkheid om data te analyseren en hiervan te leren is door het gebruik van 'learning' methodes. Het voordeel van deze methodes is dat het zorgt voor een systeem dat 'fault tolerant' is. Hier wordt mee bedoeld dat een systeem correct blijft functioneren ondanks een fout; als bijvoorbeeld een sensor niet meer werkt, merkt het systeem dat op en functioneert desondanks goed. Een aantal methodes die gebruikt kunnen worden zijn: neurale netwerken, 'vector classifiers', lineare en non-lineare modellen en ook statistische modelleringtechnieken zoals Markov modellen etc.

Dit dynamisch wachtrij management systeem lijkt een goede oplossing voor supermarkten. Het zal echter een behoorlijke investering zijn. Voor grote supermarkten zal het waarschijnlijk meer opleveren dan voor een kleine supermarkt.

2.3 Andere factoren die wachttijden beïnvloeden

De objectieve wachttijd van een klant is in een aantal gevallen anders dan de ervaren wachttijd. Het is aangetoond dat de lengte van de wachttijd negatief gecorreleerd is met de tevredenheid van een klant. Uit onderzoek is echter gebleken dat een aantal andere factoren ook een rol spelen in de tevredenheid van een klant. Volgens David Maister [9] kan de eerste wet van service uitgedrukt worden als:

$$S = P - E ,$$

waarbij S staat voor satisfaction (tevredenheid), P staat voor perception (ervaring) en E voor expectation (verwachting). Hier blijkt uit dat ook de perceptie van wachttijden een rol speelt en de verwachting die een klant van tevoren heeft.

Een aantal proposities aangaande de psychologie van het wachten zijn [8],[9]:

- Een klant die samen met een groep andere mensen in de wachtrij staat, ervaart de wachttijd korter dan een klant die alleen staat te wachten.
- Als klanten een wachttijd als oneerlijk ervaren, zijn zij over het algemeen minder tevreden.
- Klanten die haast hebben zijn meer gevoelig voor een grotere wachttijd dan klanten die de tijd hebben.
- Klanten in een wachtrij lijken minder tevreden met de kassa service als gevolg van een drukke winkel.
- Klanten die loyaal zijn aan een winkel zijn minder gevoelig ten opzichte van een grotere wachttijd in vergelijking met klanten die niet loyaal zijn aan een winkel.
- Afleidingen gedurende het wachten zorgen voor een kortere ervaren wachttijd.
- Wachttijden die van te voren onbekend zijn, duren langer dan wachttijden die bekend zijn.
- Hoe meer waarde een dienst heeft, des te minder wordt de wachttijd als iets negatiefs beschouwd.
- Onverklaarbare wachttijden zijn langer dan verklaarbare wachttijden.

Managers van supermarkten proberen vaak de wachttijd op een positieve manier te beïnvloeden, door bijvoorbeeld klanten te informeren over hoe lang de verwachte wachttijd is of te zorgen voor entertainment gedurende het wachten. Door de wachttijd die door een klant ervaren wordt te verminderen, kan de tevredenheid positief beïnvloedt worden.

3. Simulatie van het proces in een supermarkt

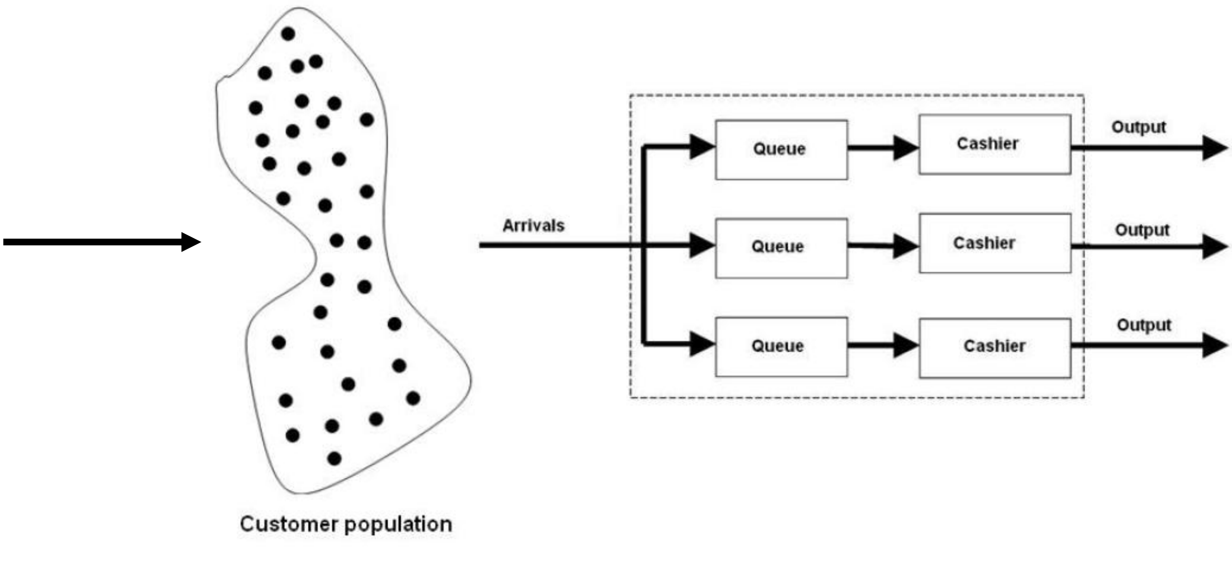
In dit hoofdstuk wordt de simulatie beschreven, die gebruikt zal worden om kassastrategieën te testen.

3.1 Doel simulatie

In deze simulatie wordt gekeken vanuit het oogpunt van een supermarktmanager. Een manager streeft naar kostenminimalisatie. De kosten van een supermarkt (die gerelateerd zijn aan wachtrijen) bestaan uit twee delen. Uitgaande van het beleid van Jumbo, worden er kosten gemaakt als een klant verloren gaat door te lange rijen. Verder moeten er kosten gerekend worden voor de caissières die de kassa's bedienen. Het doel van de simulatie is om een strategie te vinden die de kosten zo laag mogelijk houdt. Met een strategie wordt hier bedoeld: het bepalen van het moment wanneer een extra kassa geopend moet worden en wanneer een kassa kan sluiten. Uiteraard kunnen de resultaten niet vergeleken met de huidige manier waarop het aantal kassa's wordt aangepast; dit gebeurt vaak op basis van gevoel. Wel kunnen de onderzochte methodes vergeleken worden en kan een aanbeveling gedaan worden over een strategie die met redelijke betrouwbaarheid goede resultaten kan leveren.

3.2 Beschrijving van het proces

De simulatie zal het hele proces van een klant in een supermarkt nabootsen, van binnenkomst tot vertrek. Figuur 7 toont het proces op een schematische manier. De eerste stap is dat een klant een supermarkt binnenkomt. Het volgende onderdeel in het proces is de tijd van binnenkomst tot de tijd dat een klant bij de kassa komt. Als de klant aankomt bij de kassa, kiest hij een wachtrij en wacht tot hij geholpen kan worden. Het laatste onderdeel in het proces is de tijd vanaf het moment dat een klant bediend wordt bij een kassa tot het moment dat hij vertrekt bij de kassa.



Figuur 7: Proces dat plaatsvindt in een supermarkt [3].

3.3 'Discrete event-based' simulatie

Om dit proces te simuleren kan 'discrete event-based' simulatie gebruikt worden. Het is een methode die vaak gebruikt wordt om wachtrijen te simuleren en is gebaseerd op events (gebeurtenissen). De operatie van een systeem wordt gerepresenteerd als een reeks van gebeurtenissen in chronologische volgorde. Elke gebeurtenis vindt plaats op een bepaald tijdstip en zorgt ervoor dat de toestand van het systeem verandert. Voor een 'discrete event-based' simulatie is nodig: een simulatietijd, events en een event list, een toestand en statistische tellers. Hier volgt een beschrijving per onderdeel in het geval van deze simulatie. De supermarkt als geheel wordt hierbij gezien als het systeem.

<u>Toestand:</u>

De toestand van een supermarkt als systeem op een bepaald tijdstip bestaat uit een aantal onderdelen:

- Het aantal klanten in de supermarkt dat nog aan het winkelen is en nog niet bij de kassa's is aangekomen.
- Het aantal klanten in de verschillende wachtrijen bij de kassa.
- Het aantal kassa's dat geopend is.

<u>Events (gebeurtenissen):</u>

De volgende events betekenen een verandering van de toestand van het systeem:

- De aankomst van een klant bij de supermarkt.
- De aankomst van een klant bij de kassa's.
- Het vertrek van een klant.
- Het openen of sluiten van een kassa.

<u>Statistische tellers:</u>

Er zijn een groot aantal statistische tellers aanwezig. De belangrijkste daarvan zijn:

- Het aantal kassa's dat open is gedurende een periode en de kosten die daaraan verbonden zijn.
- Het aantal en het percentage verloren klanten en de totale kosten van de verloren klanten.
- De gemiddelde wachttijden en rijlengtes gedurende een dag.
- Het aantal keren dat kassa's geopend en gesloten worden.

3.4 Aannames

Nu volgen een aantal aannames, waarvan uitgegaan zal worden tijdens de simulatie.

3.4.1 Aankomsten bij de supermarkt

Over het algemeen wordt aangenomen dat het aankomstproces bij een supermarkt een Poisson proces is. Als we aannemen dat het aantal aankomsten per tijdseenheid λ is, dan is het gemiddeld aantal aankomsten in tijdsinterval met lengte T: λT. Omdat het aankomstproces een Poisson proces is, zijn de tussenaankomsttijden onafhankelijk en exponentieel verdeeld. De exponentiële verdeling heeft de eigenschap geheugenloos te zijn. Dat betekent dat $P\{X > s + t \mid X > s\} = P\{X > t\}$, oftewel: informatie over het verleden heeft geen effect op de toekomst.

In supermarkten zijn er tijden dat het drukker is dan andere tijden. Hier is al iets over gezegd in het vorige hoofdstuk. Dat betekent dat λ niet gelijk is gedurende de hele dag. We hebben het dan over een inhomogeen Poisson proces. Om een inhomogeen Poisson proces te simuleren wordt het patroon gebruikt uit Tabel 1. De parameter λ_{gem} geeft aan wat de gemiddelde aankomstsnelheid is over de gehele dag gezien.

3.4.2 Tijd in de supermarkt

De tijd die een klant in de supermarkt doorbrengt voordat hij aankomt bij de kassa is afhankelijk van het aantal producten dat de klant koopt. De aanname die hierbij gedaan wordt is dat de tijd per product vast is. Voor het aantal producten wordt aangenomen dat het een geometrische verdeling heeft. De parameter voor de verdeling is overgenomen uit het al eerder genoemde onderzoek dat gedaan is in grotere Colombiaanse supermarkten. Naar aanleiding van dit onderzoek zal voor de zaterdag een andere parameter gebruikt worden. Op zaterdag wordt verwacht dat een klant meer producten gaat kopen dan op een doordeweekse dag en zal de gemiddelde tijd die een klant in de supermarkt doorbrengt als gevolg daarvan langer zijn.

3.4.3 Aankomsten bij de kassa's

De tijden van aankomst bij de kassa zijn afhankelijk van de tijd van aankomst bij de supermarkt en het aantal producten dat de klant koopt. Voor de tijd die een klant doorbrengt in de supermarkt per product wordt een constante vastgesteld.

In de simulatie wordt aangenomen dat de selectie van een wachtrij gebeurt aan de hand van de SNS (Smallest Number in System) methode. Als een klant aankomt bij de kassa's kiest hij de kortste rij en verandert daarna niet meer van rij. Als er meerdere wachtrijen dezelfde lengte hebben wordt er willekeurig gekozen. De keuze van rij wordt niet meegenomen in dit onderzoek. Een mogelijke uitbreiding van deze selectiemethode kan zijn dat als er meerdere kortste rijen zijn, de keuze gemaakt wordt voor de rij waarbij de laatste klant in de rij het kleinst aantal producten in de winkelwagen heeft.
Als de kortste rij bestaat uit vier klanten en er is nog minstens één kassa gesloten, mag de klant de winkel verlaten zonder te betalen. Als alle kassa's open zijn gaat de klant in de kortste rij staan, ook al is deze langer dan vier.

3.4.4 Bedieningstijd

De behandeltijd van een klant hangt, net als de tijd die hij doorbrengt in de supermarkt, af van het aantal producten. Er wordt aangenomen dat de bedieningstijd per product vast is (het scannen van een product) en er wordt een vaste tijd gerekend voor de betalingsprocedure. Een andere aanname is dat de bedieningstijd niet verschilt per kassa. Dit lijkt een realistische aanname ervan uitgaande dat de medewerkers ervaren en getraind in het bedienen van een kassa zijn.

3.4.5 Kosten

Voor de kosten van een verloren klant wordt gekeken naar het aantal producten die een klant wil afrekenen en vermenigvuldigd met een gemiddelde prijs per product. Deze gemiddelde prijs per product is berekend door de gemiddelde bonprijs van Albert Heijn van 2010 (www.nu.nl) te delen door het gemiddelde aantal producten die een klant koopt op een reguliere dag.

Voor de kosten van het inzetten van een kassamedewerker wordt in beginsel gerekend met een uurtarief van 10 euro.

3.4.6 Overige aannames

Er zijn aannames gedaan over het aankomstproces, de tijd in de supermarkt en de bedieningstijd. Hier volgen nog een aantal aannames:

- De aannames die over het aantal kassa's genomen zullen worden is dat er een minimum aantal open moet zijn en er een maximum aantal is (het aantal kassa's aanwezig in de supermarkt). Er is aangenomen dat er minimaal één kassa open is gedurende de hele dag en er als gevolg daarvan geen moment is dat een klant niet terecht kan bij een kassa.

- Een andere aanname betreft de tijd die een supermarkt open blijft. Tegenwoordig zijn er in een aantal landen supermarkten die 24/7 open zijn. In Nederland zijn de meeste supermarkten nog alleen gedurende de dag open. In deze simulatie wordt aangenomen dat een supermarkt opent om 8 uur 's ochtends en sluit om 8 uur 's avonds; er zal van een dag van 12 uur uitgegaan worden.
- Een klant kan aankomen tot 5 minuten voor sluitingstijd. Deze klanten komen mogelijk na sluitingstijd aan bij de kassa; het komt dus voor dat medewerkers een aantal minuten over moeten werken.
- Als een klant na 10 minuten voor sluitingstijd bij de supermarkt aankomt, wordt aangenomen dat hij minder producten zal kopen. Er wordt een trekking gedaan uit een geometrische verdeling voor het aantal producten net als voor die tijd, maar met een andere parameter.
- Een medewerker moet een vastgesteld minimaal aantal minuten een kassa geopend houden en kan ook niet binnen deze tijdsduur een kassa openen na deze gesloten te hebben. Een medewerker gaat pas de kassa sluiten en de rij wegwerken als deze minimale tijdsduur voorbij gegaan is. Dit is verwerkt in de simulatie om te zorgen dat medewerkers niet heen en weer naar de kassa blijven lopen; dat is misschien kostenbesparend maar heel onpraktisch.
- Als eenmaal een verandering in het aantal kassa's in gang is gezet en nog niet voltooid, kan er niet een andere beslissing genomen worden over het openen of sluiten van een kassa. De kassaopening of –sluiting kan ook niet heroverwogen worden.
- De tijd die het duurt voor een caissière om naar de kassa te gaan en die te openen is exponentieel verdeeld met een gemiddelde van 2 minuten.

3.5 Constantes en parameters in de simulatie

Gedurende de simulatie zullen bepaalde variabelen constant gehouden worden en andere gevarieerd. Tijdsduur wordt in minuten gerekend en kosten in euro's. Hier volgt een lijst van de variabelen:

t	tijd in minuten	
b	aantal kassa's aan begin van de dag	≥ 1
k_{max}	maximum aantal kassa's beschikbaar	
k_{min}	minimum aantal kassa's geopend gedurende hele dag	1
d	soort dag	maandag t/m vrijdag=1, zaterdag=2
λ	gemiddeld aantal aankomsten per minuut (volgens Poisson proces)	
β	servicetijd van een klant in minuten (verschillend voor doordeweekse dag of zaterdag)	maandag t/m vrijdag: 1,48, zaterdag: 1,98
$load_{total}$	totale load op het systeem	
$load_{min}$	minimale load op één kassa (als alle kassa's worden ingezet)	≤ 1
μ	gemiddelde tijd in minuten voor een caissière om zich naar de kassa te begeven en die te openen	2 (exponentieel verdeeld)
$t_{mintimecashier}$	minimum tijdsduur in minuten die een caissière achter de kassa moet blijven of moet wachten om opnieuw een kassa te openen	
t_{sl}	tijdstip van sluiten supermarkt in minuten	720
t_{scan}	tijdsduur voor het scannen van 1 product in minuten	0,05
t_{pav}	tijdsduur voor het afrekenen van 1 klant in minuten	0,75
t_{max}	maximum tijdstip op een dag, tijd van vertrek laatste klant	≥ 720
l	maximale lengte van een rij (voor klant verloren gaat)	4
s_t	aantal kassa's geopend op tijdstip t	≥ 1
c	kosten van een caissière in euro's/minuut	
x	totaal aantal verloren klanten	
v_n	Kosten van de n^{de} verloren klant (gemiddelde productprijs vermenigvuldigd met aantal producten uit geometrische verdeling)	

Dan kunnen de totale kosten voor één dag als volgt berekend worden:

$$\sum_{t=0}^{t_{max}} s_t * c + \sum_{n=1}^{x} v_n$$

Deze kosten willen we minimaliseren.

3.6 Betrouwbaarheid resultaten

Om betrouwbare resultaten te krijgen is het van belang om een groot aantal dagen te simuleren en het gemiddelde te nemen. Er zijn testen uitgevoerd om te kijken hoeveel dagen nodig zijn om te zorgen dat de gemiddelde kosten per dag convergeren, dat wil zeggen: als er meer dagen zouden worden gesimuleerd zou dat voor hetzelfde gemiddelde zorgen. Om de betrouwbaarheid te meten is een 95%-betrouwbaarheidsinterval berekend.

Het betrouwbaarheidsinterval zal vaak bij de resultaten vermeld worden. In de meeste gevallen zijn de resultaten gebaseerd op een gemiddelde over 600 of meer dagen.

4. Strategieën evalueren

Met de simulatie kunnen strategieën geëvalueerd worden wat betreft het minimaliseren van de kosten op een dag door middel van het openen en sluiten van kassa's op de juiste tijdstippen. Deze strategieën zullen besproken worden in dit hoofdstuk.

4.1 Maximale bezetting kassa's

De meest simpele strategie is om alle beschikbare kassa's in de winkel de hele dag open te houden. Dit zorgt ervoor dat geen klanten hun producten gratis mee mogen nemen en deze kosten dus bespaard worden. Aan de andere kant moet er veel personeel worden ingezet, terwijl dat misschien niet nodig is. Dit personeel zou anders ingezet kunnen worden in de winkel, bijvoorbeeld bij het vakken vullen, waardoor ook kosten verminderd zouden kunnen worden omdat minder vakkenvullers nodig zijn. De kosten van het inzetten van het maximum aantal kassa's dat beschikbaar is, kan berekend worden door:

$$\sum_{t=0}^{t_{max}} k_{max} * c$$

Oftewel: de totale kosten betreffen het inzetten van alle kassa's gedurende de hele dag tot het tijdstip dat de laatste klant vertrekt.

Deze wachtrijen kunnen gemodelleerd worden als M/G/K rijen: aankomsten zijn Poisson verdeeld, de service tijd heeft een algemene verdeling en er zijn K kassa's beschikbaar. Voor deze wachtrijen bestaan geen formules voor het berekenen van gemiddelde wachttijden en rijlengtes. Echter, voor het geval waarbij K=1, bestaat de Pollaczek-Khintchine formule:

$$EW_Q = \frac{\lambda ES^2}{2(1-\lambda ES)} = \frac{\rho ES(1+c^2(S))}{2(1-\rho)}, \qquad EL_Q = \frac{\lambda^2 ES^2}{2(1-\lambda ES)} = \frac{\rho^2(1+c^2(S))}{2(1-\rho)}$$

$$EW = EW_Q + ES, \qquad EL = EL_Q + \rho$$

$\rho = \lambda ES < 1$, waarbij

EW_Q	=	verwachte wachttijd in de rij exclusief klant in bediening,
EL_Q	=	gemiddelde rijlengte exclusief klant in bediening,
EW	=	verwachte wachttijd in de rij inclusief klant in bediening,
EL	=	gemiddelde rijlengte exclusief klant in bediening,
λ	=	gemiddeld aantal aankomsten per minuut
ES	=	verwachte bedieningstijd (β)

Met behulp van deze formule kan de gemiddelde wachttijd en gemiddelde rijlengte berekend worden op basis van de eerste twee momenten van de bedieningstijd. In Tabel 3 zijn zowel de resultaten uit de formule weergegeven, als de resultaten verkregen uit de simulatie bij verschillende waardes voor de load op het systeem.

Load ρ=λβ (< 1)	Gemiddelde wachttijd (EW)		Gemiddelde rijlengte (EL)	
	Pollaczek-Khintchine formule	Simulatie gemiddelde + betrouwbaarheidsinterval	Pollaczek-Khintchine formule	Simulatie gemiddelde + betrouwbaarheidsinterval
0,30	1,874	1,866 [1,852;1,881]	0,375	0,370 [0,366;0,375]
0,50	2,428	2,404 [2,379;2,428]	0,826	0,806 [0,794;0,817]
0,70	3,620	3,514 [3,457;3,571]	1,702	1,631 [1,600;1,663]
0,90	10,227	8,791 [8,416;9,167]	6,239	5,299 [5,058;5,540]

Tabel 3: Gemiddelde wachttijden verkregen met Pollaczek-Khintchine formule en simulatie.

De conclusie die meteen getrokken kan worden is dat de gemiddelde wachttijden en rijlengtes in de simulatie altijd kleiner zijn dan berekend is in de formule. Hier is een verklaring voor: in de simulatie wordt geen opwarmtijd gebruikt. De gemiddelde wachttijden en rijlengtes verkregen uit de formule van Pollaczek-Khintchine zijn gebaseerd op de evenwichtstoestand die wordt bereikt. Doordat geen opwarmtijd wordt gebruikt, is de begintoestand in de wachtrijen altijd gelijk (namelijk 0 klanten), en dit heeft een invloed op de gemiddeldes. Het is echter wel realistischer, aangezien een supermarkt nooit opent met al aanwezige klanten in de wachtrijen. Als een supermarkt die 24/7 open is zou worden gesimuleerd zouden de resultaten dichter bij de Pollaczek-Khintchine formule liggen.

In de Tabel 4 zijn de resultaten te zien, uitgaande van maximale inzet van kassa's gedurende de hele dag, op basis van een aantal combinaties van parameters.

λ	k_{max}	d	Gemiddelde kosten per dag	Gemiddelde wachttijd per klant (E_w)	Gemiddelde lengte totale rij (E_L)	Gemiddelde lengte enkele rij	Gemiddeld aantal mensen in de supermarkt*	$load_{total}$ ($\lambda\beta$)	$load_{min}$ ($\frac{\lambda\beta}{k_{max}}$)
1	3	1	365,20 [364,84;365,65]	1,690 [1,685;1,695]	1,656 [1,647;1,664]	0,552	5,74	1,48	0,49
		2	372,24 [371,64;273,85]	2,717 [2,699;2,735]	2,611 [2,588;2,635]	0,870	9,41	1,98	0,66
2	4	1	488,89 [488,44;489,34]	2,069 [2,056;2,081]	4,042 [4,012;4,072]	1,011	11,42	2,96	0,74
3	5	1	613,13 [612,57;613,68]	2,896 [2,857;2,934]	8,468 [8,345;8,590]	1,694	17,10	4,44	0,89
3	6	1	736,51 [735,80;737,23]	1,868 [1,862;1,874]	5,441 [5,417;5,466]	0,907	17,08	4,44	0,74

Tabel 4: Resultaten maximale bezetting kassa's voor aantal scenario's.
***Hiermee wordt bedoeld: klanten die nog niet in de wachtrij zijn, maar zich wel in de supermarkt bevinden.**

De resultaten zijn te verklaren. Een supermarkt betaalt op een dag voor een kassamedewerker € 120 (€10*12 uur) en voor alle medewerkers € 120*k_{max}. Omdat er enige uitloop is aan het einde van de dag liggen de kosten iets hoger. De gemiddelde kosten zijn niet veel anders op een zaterdag dan op een doordeweekse dag; in beide gevallen zijn alle kassa's de hele dag open en worden er geen kosten gemaakt door het 'verliezen' van klanten. Het enige verschil is dat op een zaterdag meer uitloop is door de langere tijd doorgebracht in de supermarkt en de langere bedieningstijd en daardoor iets meer kosten gemaakt worden.

Wat betreft de gemiddelde wachttijd van een klant: die gaat omhoog als de load per kassa omhoog gaat. De totale load op het systeem en de load per kassa zijn weergegeven in de laatste kolommen van de tabel. De load per kassa wordt gedefinieerd als: $\frac{\beta * \lambda}{k_{max}}$ waarbij β de gemiddelde service tijd is en λ het aantal aankomsten per tijdseenheid. De gemiddelde bedieningstijd kan worden berekend door het gemiddeld aantal producten dat een klant koopt te vermenigvuldigen met de tijdsduur per product. Het aantal producten dat een klant koopt is geometrisch verdeeld met een de parameter p, waarvan de verwachting (1-p)/p is. In het geval van d=1, en het dus over een doordeweekse dag gaat, is de verwachting dat klanten gemiddeld 14,63 producten kopen en op een zaterdag wordt verwacht dat een klant gemiddeld 24,64 koopt [4]. Per product is gerekend met een constante van 0,05 minuten voor het scannen en er wordt 0,75 minuten gerekend voor het afrekenen; deze getallen zijn realistisch voor een middelgrote supermarkt. De verwachting van de service tijd is daarvan uitgaande voor een doordeweekse dag 1,48 minuten. Voor een zaterdag is dit 1,98 minuten.

De gemiddelde wachttijd en de gemiddelde rijlengte staan ook in verband met elkaar. Volgens Little's Law geldt het volgende: $E_L = \lambda E_W$, waarmee bedoeld wordt dat het gemiddelde aantal klanten in de rij(en) (in ons geval inclusief de klant die geholpen wordt) gelijk is aan de aankomsten per tijdseenheid vermenigvuldigd met de gemiddelde wachttijd van een klant (inclusief bedieningstijd). De resultaten komen aardig daarmee overeen.

De gemiddelde tijd die een klant in een supermarkt doorbrengt is te bepalen door opnieuw het gemiddelde aantal producten te nemen en te vermenigvuldigen met de constante tijd voor het zoeken/verzamelen van een product in de supermarkt die in eerste instantie wordt vastgesteld op 0,4 minuten per product. Op de zaterdag ligt dit gemiddelde dus hoger dan op een doordeweekse dag. Op een doordeweekse dag duurt het gemiddeld 5,85 minuten voor een klant bij de kassa aankomt. Op een zaterdag is dit 9,86 minuten. Met deze wetenschap is het gemiddelde aantal mensen in de supermarkt te verklaren. Dit gemiddelde is ongeveer het aantal klanten dat aankomt per minuut vermenigvuldigd met het aantal minuten dat een klant doorbrengt in de supermarkt.

Deze resultaten zijn verkregen door het simuleren van een homogeen Poisson aankomstproces maar zouden wat betreft de kosten niet veel verschillen voor een inhomogeen proces aangezien er geen klanten verloren gaan en het personeel maximaal wordt ingezet.

4.2 Constant aantal kassa's

Een andere strategie is om een deel van de kassa's de hele dag open te houden. Dit zorgt echter wel voor verloren klanten en geeft geen mogelijkheid om indien nodig een extra caissière in te schakelen. Waarschijnlijk zal dit dus leiden tot hoge kosten. Als we zeggen dat:

k_{inzet} = aantal ingezette kassa's
$k_{min} \leq k_{inzet} < k_{max}$

dan kunnen de kosten gedefinieerd worden als volgt:

$$k_{inzet} * c + \sum_{n=1}^{x} v_n$$

In Tabel 5 zijn een aantal voorbeelden gegeven op basis van een homogeen aankomstproces.

λ	k_{max}	k_{inzet}	d	load per kassa ($\frac{\lambda\beta}{k_{inzet}}$)	Gemiddelde kosten per dag	Gemiddelde wachttijd per klant	Gemiddelde lengte totale rij	Percentage verloren klanten
0,8	3	2	1	0,59	263,97 [259,43;268,50]	2,033 [2,019;2,047]	1,596 [1,5811,612]	0,35%
1,2	3	2	1	0,89	1.002,96 [977,09;1.028,84]	3,061 [3,044;3,077]	3,448 [3,425;3,471]	4,39%
3	6	5	1	0,89	899.00 [878,80;919,19]	2,635 [2,617;2,652]	7,643 [7,584;7,702]	0,80%

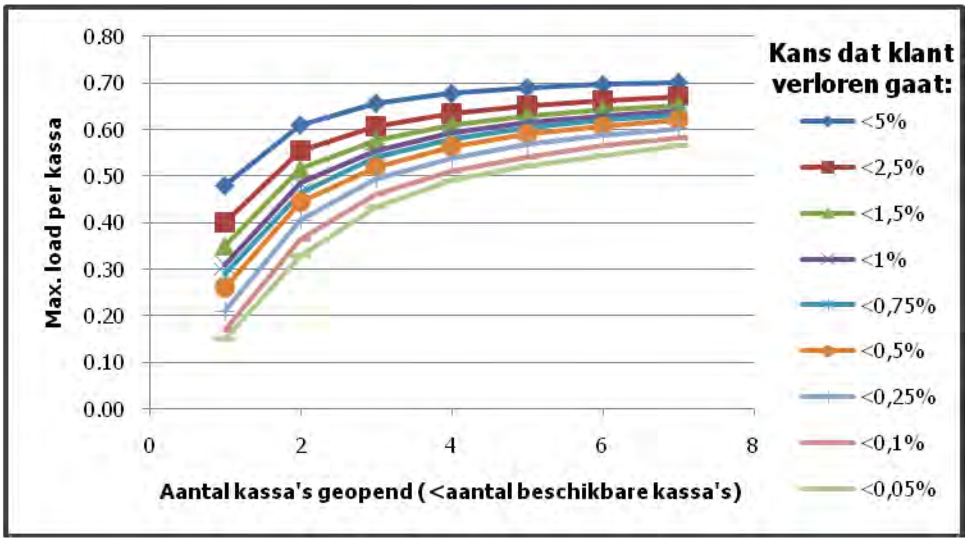
Tabel 5: Resultaten inzet constant aantal kassa's voor aantal scenario's.

In het geval van een lage load blijkt dat deze strategie in ieder geval kosten bespaart ten opzichte van de strategie waarbij het maximale aantal kassa's wordt ingezet. Wij zijn hier echter uitgegaan van een constante aankomstsnelheid en dit is niet realistisch in de praktijk. Bij een variërende aankomstsnelheid zal de strategie om een constant aantal kassa's in te zetten waarbij het aantal ingezette kassa's minder is dan het aantal beschikbare kassa's niet te verkiezen zijn; bij een lage aankomstsnelheid (bijv. aan het begin van de dag) zal deze strategie onnodig veel personeel inzetten en bij een hoge aankomstsnelheid te weinig personeel waardoor kosten gemaakt zullen worden door het verliezen van klanten.

Uit de resultaten blijkt dat het afhankelijk is van de load of er klanten verloren gaan. Er blijkt echter ook uit de resultaten dat de maximale load (per kassa) waarbij nauwelijks klanten verloren gaan ook afhangt van het aantal kassa's dat ingezet wordt. Als er namelijk 5 kassa's worden ingezet, gaan er zelfs bij een load van 0,89 per kassa nauwelijks klanten verloren. Dit heeft te maken met het schaalvergrotingseffect. Om dit verband te onderzoeken is getest welke maximale load per kassa zorgt voor gemiddeld minder dan een bepaald percentage verloren klanten. De resultaten zijn voor een aantal percentages weergegeven in Tabel 6 en Figuur 8.

k_{inzet} ($<k_{max}$)	Max. load per kassa bij kans op verloren klant < 1,5%	Max. load per kassa bij kans op verloren klant < 1%	Max. load per kassa bij kans op verloren klant < 0,5%	Max. load per kassa bij kans op verloren klant < 0,05%
1	0,35	0,31	0,26	0,15
2	0,52	0,49	0,45	0,33
3	0,58	0,55	0,52	0,43
4	0,61	0,59	0,56	0,49
5	0,63	0,61	0,59	0,52
6	0,64	0,63	0,61	0,55
7	0,65	0,64	0,62	0,57

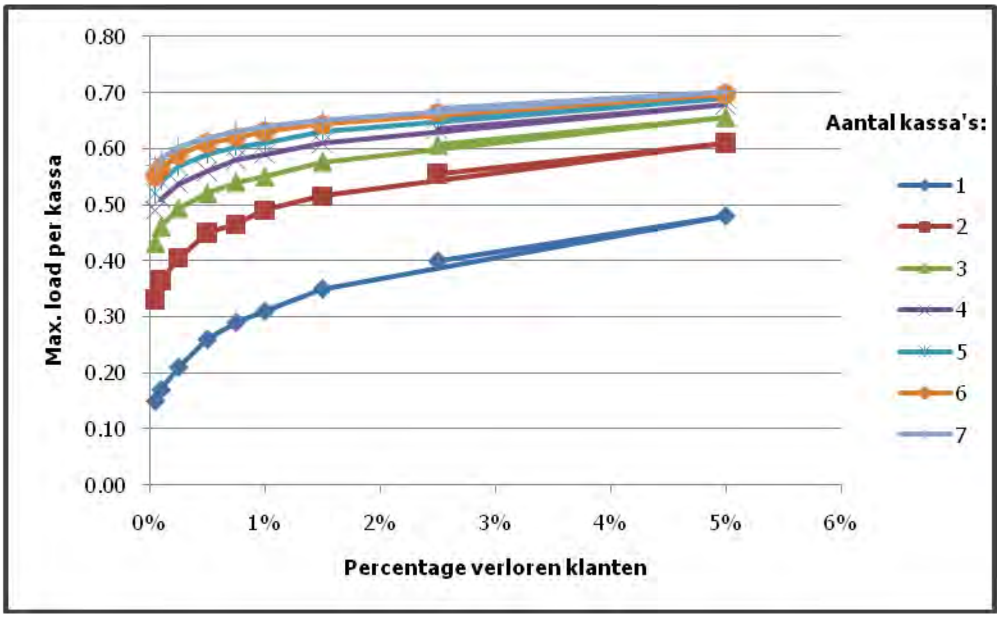
Tabel 6: Maximale load per kassa bij een bepaald aantal kassa's, waarbij een max. percentage klanten verloren gaan.



Figuur 8: Maximale load per kassa bij een bepaald aantal kassa's, waarbij een max. percentage klanten verloren gaan.

In de grafiek is duidelijk zichtbaar dat naarmate het aantal kassa's groter wordt, de maximale load per kassa hoger kan zijn dan bij een laag aantal kassa's om hetzelfde percentage verloren klanten te bereiken. Dit heeft te maken met het schaalvergrotingseffect. Het blijkt dat naarmate er meer kassa's in een supermarkt geopend zijn, de load per kassa hoger kan zijn. Uiteraard geldt dit alleen als niet het maximale aantal kassa's wordt ingezet; er gaan namelijk helemaal geen klanten verloren als alle kassa's ingezet worden die beschikbaar zijn.

Het is ook interessant om te kijken hoeveel de maximale load per kassa, voor een gegeven percentage verloren klanten, hoger is als het aantal kassa's wordt verhoogd. In Figuur 9 is dit grafisch weergegeven. Een verhoging van één kassa naar twee kassa's zorgt ervoor dat de maximale load per kassa een stuk hoger ligt. Het blijkt dat hoe hoger het aantal kassa's is, hoe minder de stijging in maximale load per kassa als nog een kassa wordt toegevoegd.



Figuur 9: Maximale load per kassa gegeven een bepaald percentage verloren klanten.

De verkregen waardes kunnen gebruikt worden voor het ontwikkelen van een dynamische strategie, die beschreven zal worden in paragraaf 4.4.1.

4.3 Vaste strategie gebaseerd op tellingen

In deze paragraaf zullen een aantal statische strategieën, die gebaseerd zijn op het tellen van klanten in wachtrijen en klanten in de supermarkt, besproken worden.

4.3.1 Gebaseerd op klanten in supermarkten en klanten in rij (Strategie 1)

Zoals als genoemd is in het vorige hoofdstuk, zou het mogelijk zijn voor een supermarkt om een klantenteller te installeren. Informatie over het aantal klanten in de winkel is hierdoor eerder beschikbaar en zou gebruikt kunnen worden om kassa’s op een betere manier in te zetten. Het uitgangspunt is hierbij kostenminimalisering. Een ander gegeven dat beschikbaar is, is het aantal klanten in de wachtrij. Op basis van deze twee gegevens kan een strategie ontwikkeld worden. Stel dat er bijvoorbeeld 2 klanten in de supermarkt aanwezig zijn en er bij de kassa’s die open zijn nog ruimte is voor 8 klanten voordat de limiet bereikt wordt en er een klant verloren gaat; dan zou het waarschijnlijk de juiste beslissing zijn om een kassa te sluiten. Dit hangt echter ook samen met het aantal aankomsten in de supermarkt per tijdseenheid en de behandeltijd van klanten.

We gaan nog een aantal variabelen introduceren die gebruikt zullen worden om deze strategie te verduidelijken.

ns_t	aantal klanten aanwezig in de supermarkt op tijdstip t	
$ks_{t,k}$	totaal aantal klanten aanwezig in de rij bij kassa k (inclusief klant in bediening)	
ks_t	Totaal aantal klanten aanwezig in rijen bij kassa’s	$\sum_{k=0}^{s_t} ks_{t,k}$
l	limiet in een wachtrij	4
r_t	beschikbare ruimte bij kassa’s voor klanten op tijdstip t	$(s_t*l) - ks_t$
c_1	parameter voor het bepalen wanneer een kassa gesloten moet worden	
c_2	parameter voor het bepalen wanneer een kassa geopend moet worden	
t_{added}	laatste tijdstip dat een kassa geopend werd	
t_{del}	laatste tijdstip dat een kassa gesloten werd	

Op basis van deze variabelen zal bepaald worden wanneer een kassa geopend of gesloten moet worden. Dat zal op de volgende manier gebeuren: als de ruimte bij alle geopende kassa’s (r_t) groter is dan een bepaalde waarde, kan een kassa gesloten worden. De ruimte moet in ieder geval groter zijn dan de limiet. Als deze kleiner is dan de limiet, zouden waarschijnlijk klanten verloren gaan als een kassa gesloten wordt. Dus als de ruimte min de limiet groter is dan een bepaalde waarde, wordt een kassa gesloten. Aangezien informatie beschikbaar is over het aantal klanten in de supermarkt, kunnen we dit gebruiken, dus we stellen dat de ruimte in de wachtrijen verminderd met het limiet van een wachtrij groter of gelijk moet zijn aan het aantal klanten in de supermarkt verminderd met een parameter (c_2). De voorwaarde om een kassa te openen is dat de ruimte in de wachtrijen kleiner moet zijn dan een bepaalde waarde, namelijk kleiner dan het aantal mensen in de supermarkt verminderd met een andere parameter (c_1).

Bijvoorbeeld: er zijn 3 kassa’s open. Dat betekent dat er totaal 12 klanten in de rij zouden kunnen staan, omdat in elke rij maximaal 4 klanten kunnen staan. Het totaal aantal klanten in de wachtrij is 8, waardoor er nog ruimte is voor 4 klanten. Stel dat er 4 klanten in de supermarkt zijn. Moet er dan een kassa gesloten worden of niet? Dat hangt af van c_2. Als $c_2=0$ dan sluit je inderdaad en kassa. Als je c_2 verlaagt, zorgt dit ervoor dat de ruimte in de rijen groter moet zijn (en wel c_2 groter) dan het aantal klanten in de supermarkt. Daar verminder je dus de kans mee dat een klant verloren gaat, omdat minder snel een kassa gesloten wordt. Een verlaging van c_1 zorgt (net als een verlaging van c_2) waarschijnlijk voor minder verloren klanten, aangezien in dit geval eerder besloten wordt een kassa te openen dan bij een hogere c_1.

Als je een kassa wilt sluiten, wordt verder nog rekening gehouden met de tijd dat het geleden is dat iemand een kassa geopend heeft en wordt pas de rij weggewerkt minimaal $t_{mintimecashier}$ minuten na het openen. Bij het openen van een kassa geldt hetzelfde; als t_{open} de tijdsduur is dat het duurt voor een caissière een kassa geopend heeft (trekking uit exponentiële verdeling) dan wordt het openen van een kassa gepland op max{t_{del} + $t_{mintimecashier}$, t + t_{open}}. Verder moet nog genoemd worden dat als een kassa aan het openen of sluiten is, er geen beslissing over nog een kassa openen of sluiten genomen kan worden.

De vraag is verder welke waardes voor c_1 en c_2 onderzocht moeten worden. De restrictie op c_1 en c_2 is dat de waardes niet zo kunnen worden gekozen dat er zowel geldt dat er een kassa gesloten als een kassa geopend moet worden en dit betekent dat er moet gelden: $c_1 + l > c_2$.

Invloed aankomstsnelheid op optimale waardes parameters

In Tabel 7 is te zien hoeveel gemiddelde kosten verwacht worden met de zojuist besproken strategie voor verschillende combinaties van de parameters bij gemiddeld 1 aankomst per minuut en 4 kassa's op een doordeweekse dag. De aankomsten zijn volgens een homogeen proces aangezien getest gaat worden wat de verandering van de aankomstsnelheid doet voor de optimale waardes van c_1 en c_2. De minimale load per kassa, in het geval dat alle kassa's open zijn, is 0,37. Er is getest voor een groot aantal mogelijke combinaties van c_1 en c_2. Een deel van deze resultaten is in deze tabel te zien, namelijk alleen deze waarbij de kosten laag waren. De rode getallen laten de minimum kosten uit die bepaalde rij zien (waarbij c_1 dus constant is en c_2 varieert) en de dikgedrukte getallen laten de minimum kosten uit de kolom zien. Het valt meteen op dat c_1=4 en c_2=-3 zorgen voor lage kosten en het minimum bevindt zich op de combinatie van deze twee parameters. De overige resultaten voor de strategie gebaseerd op deze parameters zijn weergegeven in Tabel 8. Wat ook opvalt is dat er een samenwerking is tussen de parameters. Als c_2 groter wordt, is het beter om c_1 kleiner te kiezen en andersom. Dit heeft ermee te maken dat als er eerder besloten wordt een kassa te sluiten (bij een grotere beschikbare ruimte), ook eerder besloten moet worden een kassa te openen. De keuze is dus of er snel gereageerd moet worden op veranderingen door zowel het openen en sluiten van kassa's of minder snel.

λ=1, k_{max}=4, d=1, $load_{min}$=0,37, $t_{mintimecashier}$=10					
(c_1,c_2)	-5	-4	-3	-2	-1
1	339,07	326,47	316,76	318,52	344,13
2	325,25	312,71	303,50	303,81	335,49
3	313,00	299,65	291,11	294,06	**325,10**
4	303,90	292,21	**285,27**	**292,49**	329,75
5	**299,97**	**290,37**	294,38	313,51	373,23
6	310,92	302,81	328,68	382,01	470,59
7	349,35	346,97	401,84	531,70	684,57

Tabel 7: Gemiddelde kosten strategie 1 voor 1 aankomst per minuut en 4 kassa's bij gegeven parameters.

Optimale (c_1,c_2)	**Gem. kosten**	**Percentage klanten verloren**	**Gem. aantal kassa-veranderingen**	**Gemiddelde wachttijd**	**Gemiddeld kassa's open**
(4,-3)	285,27 [283,57;286,97]	0,16%	24	1,969 [1,965;1,973]	2,238 [2,231;2,246]

Tabel 8: Resultaten voor strategie gebaseerd op optimale parameters, verkregen uit Tabel 7.

Aangezien het inzetten van alle vier kassa's minstens € 480 kost, kan geconcludeerd worden dat in dit geval de strategie kostenbesparend is, ongeveer 41% kan bespaard worden als de strategie op de juiste manier wordt uitgevoerd. De vraag is echter wat er gebeurt als de load hoger wordt. Om dit te testen is de aankomstsnelheid opgehoogd naar 2 klanten per minuut waarbij de minimale load per kassa 0,74 is.

$\lambda=2$, $k_{max}=4$, $d=1$, $load_{min}=0{,}74$, $t_{mintimecashier}=10$					
(c_1,c_2)	-4	-3	-2	-1	0
4	475,16	469,85	466,39	473,37	499,80
5	473,47	466,30	466,30	471,68	498,52
6	471,45	466,47	460,16	**465,26**	**487,42**
7	**470,99**	**462,95**	**457,68**	466,37	493,92
8	472,80	467,25	462,23	470,40	496,22
9	482,57	476,68	479,48	486,13	521,27
10	505,85	505,33	512,59	528,45	571,57

Tabel 9: Gemiddelde kosten voor 2 aankomsten per minuut en 4 kassa's bij gegeven parameters.

Optimale (c_1,c_2)	Gem. kosten	Percentage klanten verloren	Gem. aantal kassa-veranderingen	Gemiddelde wachttijd	Gemiddeld kassa's open
(7,-2)	457,68 [455,19;460,18]	0,20%	28	2,265 [2,258;2,273]	3,509 [3,502;3,515]

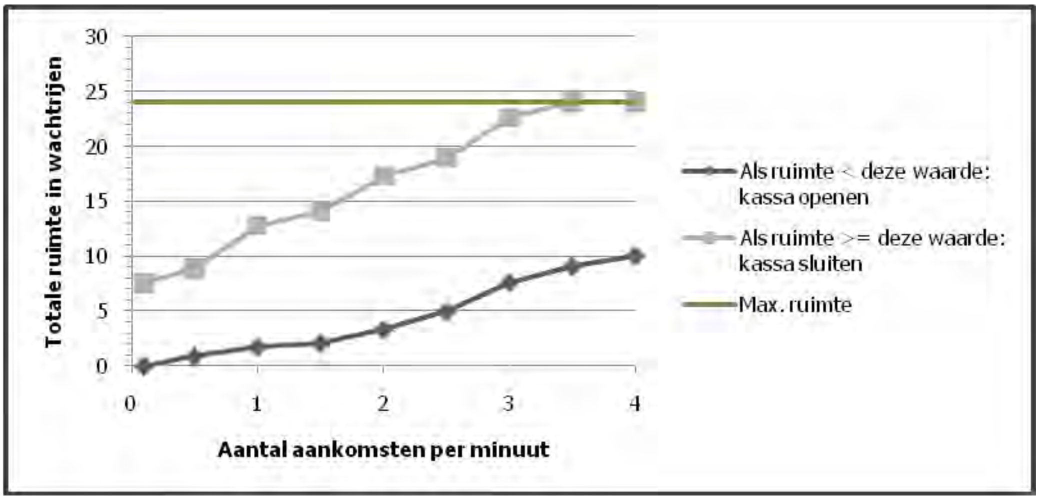
Tabel 10: Resultaten voor strategie gebaseerd op optimale parameters, verkregen uit Tabel 9.

De resultaten, weergeven in Tabel 9, geven blijk van minder variatie tussen de gemiddelde kosten bij verschillende waardes voor de parameters dan in het geval van een lage load. Mogelijk kan, door de hogere load, niet evenveel bespaard worden door het verstandig inzetten van kassa's door het kiezen van de juiste parameters.

Ondanks de hogere load, kunnen toch nog kosten bespaard worden door deze strategie toe te passen in vergelijking met het inzetten van het maximale aantal kassa's. Het verschilt echter niet veel (ongeveer 5%) met de kosten van het inzetten van alle kassa's. Als de load nog iets hoger ligt, is het verstandiger om alle kassa's in te zetten.

Ook voor een andere waarde voor het maximaal beschikbare kassa's geldt hetzelfde. Bij een lage load kan veel bespaard worden door de waardes van c_1 en c_2 juist te kiezen. De resultaten liggen voor de hand. Bij een lage load kan veel bespaard worden door het strategisch inzetten van kassa's, bij een hogere load valt daar een stuk minder op te besparen aangezien het al snel beter is om alle kassa's open te houden zodat het verliezen van klanten voorkomen wordt.

Wat betreft de optimale waardes van de parameters als het aantal aankomsten per minuut hoger wordt geldt dat zowel c_1 als c_2 wordt verhoogd. Dit heeft ermee te maken dat de strategie rekening houdt met het aantal mensen in de supermarkt, en als dat aantal hoger ligt (door een hoger aantal aankomsten per minuut) dan zullen de parameters ook hoger liggen. Het blijkt dat als het aantal aankomsten hoger wordt, het beter is om sneller, d.w.z. bij een lager aantal klanten in de rij, de beslissing te nemen een kassa te openen en minder snel een kassa te sluiten. Deze uitkomsten zijn niet verassend. In Figuur 10 is weergegeven voor verschillende aantal aankomsten per minuut in welke situatie een beslissing genomen wordt om een kassa te openen en op welk moment een kassa wordt gesloten, uitgaande van de berekende optimale strategie. Hierbij is aangenomen dat het aantal klanten in de supermarkt het door de simulatie berekende gemiddelde aantal aanwezige klanten is. Het blijkt uit de grafiek dat als er meer aankomsten zijn bij een supermarkt, de ruimte in de wachtrijen groter moet zijn voor een kassa gesloten wordt en een kassa geopend wordt met nog een grotere ruimte in de wachtrijen beschikbaar. Bij 3,5 aankomsten per minuut wordt er een kassa gesloten als de ruimte groter of gelijk is aan 24, terwijl dat de maximale ruimte is in de wachtrijen. Waarschijnlijk wordt er in dit geval dus nooit een kassa gesloten. De lijn betreffende het sluiten van een kassa stijgt sneller dan de andere. Dit is waarschijnlijk het geval omdat als het drukker in de supermarkt is, het met name belangrijk is om een kassa niet te snel te sluiten. Als kassa's niet te snel gesloten worden, is het openen van kassa's minder van belang.



Figuur 10: Totale ruimte in de rij bij 6 kassa's waarop een beslissing wordt genomen over het openen of sluiten van een kassa als functie van aantal aankomsten per minuut.

De ruimte die in de wachtrijen moet zijn voor de beslissing wordt genomen een kassa te sluiten lijkt in een lineair verband te staan met het aantal aankomsten per minuut. Dit geldt niet alleen voor dit aantal kassa's, maar er is ook onderzocht voor 5, 7 en 8 kassa's beschikbaar. Hier blijkt hetzelfde uit.

Invloed maximum aantal kassa's op optimale waardes parameters

De volgende vraag is wat er gebeurt met de optimale waardes van de parameters als het maximum aantal kassa's verhoogd wordt. Dit is getest met een aankomstsnelheid van 1 aankomst per minuut en het aantal kassa's variërend van 2 tot 5. De resultaten hiervan zijn te zien in Tabel 11.

$\lambda=1$, $d=1$, $t_{mintimecashier}=10$						
k_{max}	Optimale (c_1,c_2)	Gem. kosten	Percentage klanten verloren	Gem. aantal kassa-veranderingen	Gemiddelde wachttijd	Gemiddeld kassa's open
2	(2,-3)	241,09 [240,34;241,84]	0,05%	5	2,720 [2,696;2,745]	1,953 [1,951;1,954]
3	(4,-3)	282,78 [281,11;284,44]	0,15%	22	1,987 [1,983; 1,992]	2,224 [2,217; 2,231]
4	(4,-3)	285,27 [283,57;286,97]	0,16%	24	1,969 [1,965;1,973]	2,238 [2,231;2,246]
5	(4,-3)	284,99 [283,30;286,69]	0,16%	24	1,973 [1,969;1,977]	2,236 [2,229;2,244]

Tabel 11: Resultaten voor een variërend aantal kassa's, met 1 aankomst per minuut.

Het blijkt dat het aantal kassa's geen invloed heeft op de optimale waardes van de parameters, tenminste niet vanaf een bepaald aantal beschikbare kassa's. De optimale strategie is blijkbaar niet afhankelijk van het aantal kassa's, alleen van het aantal aankomsten per tijdseenheid. In deze voorbeelden is het gemiddeld aantal kassa's dat open is ongeveer 2,2. Dit ligt lager dan het maximaal aantal kassa's en daarom zijn de optimale strategieën gelijk. Als echter het aantal kassa's lager ligt dan deze waardes (bij 2 kassa's beschikbaar) is de optimale waarde van c_1 lager, dat betekent dat eerder de beslissing genomen wordt om een kassa te openen. Om deze resultaten te kunnen verwerken in een dynamische strategie met veranderende λ zou bepaald moeten worden wat de optimale strategie voor elke λ is en hoe hoog het aantal kassa's daarbij minimaal moet zijn.

Invloed minimum tijdsduur medewerker achter kassa

Voor een aantal situaties is getest of het invloed zou hebben als de minimum tijdsduur, die een medewerker achter de kassa moet blijven of moet wachten om weer terug te keren na een kassa gesloten te hebben, omlaag zou gaan. De gemiddelde kosten en aantal kassaveranderingen zijn getoond in Tabel 12 voor een aantal scenario's bij 5 kassa's beschikbaar, op basis van de strategie met de optimale parameters voor c_1 en c_2. De optimale parameters zijn anders voor andere waardes van de minimum tijdsduur, aangezien in een vroeger stadium gereageerd moet worden door het openen en sluiten van kassa's als de minimum tijdsduur langer is.

λ	Gemiddelde kosten voor verschillende $t_{mintimecashier}$			Optimale parameters (c_1,c_2)			Aantal kassaveranderingen voor verschillende $t_{mintimecashier}$			Percentage kostenvermindering van 10 naar 0 min.
	10	5	0	10	5	0	10	5	0	
1	284,99	271,68	256,27	(4,-3)	(3,-1)	(1,1)	24,3	56,3	285,5	10,08%
2	476,50	443,63	432,84	(8,-2)	(7,0)	(5,2)	37,7	63,8	147,4	9,16%
3	636,25	580,67	576,25	(10,-1)	(8,1)	(8,2)	20,7	34,0	55,3	9,43%

Tabel 12: Gemiddelde kosten voor verschillende minimum tijdsduren voor medewerkers achter kassa bij 5 kassa's beschikbaar.

Het blijkt dat het verlagen van de minimum tijdsduur wel voor kostenbesparing kan zorgen, zoals ook de verwachting was. In het geval waar er helemaal geen restrictie is op de tijdsduur kunnen de kosten met 10% verlaagd worden ten opzichte van een minimum tijdsduur van 10 minuten. Het gemiddelde aantal kassaveranderingen op een dag gaat echter omhoog. Met name als het aantal aankomsten per minuut laag is, groeit het aantal kassaveranderingen heel snel. Het is misschien kostenbesparend maar heel onpraktisch als zo vaak een kassa geopend en gesloten moet worden. Daarom zal de minimum tijdsduur vanaf nu vastgesteld worden op 10 minuten.

Inhomogeen aankomstproces

De bedoeling was om eerst de optimale strategieën te onderzoeken op basis van een homogeen aankomstproces voor verschillende combinaties van parameters, met name voor verschillende waardes van de load, en dan op basis daarvan een dynamische strategie te ontwikkelen. Deze dynamische strategie zal besproken worden in paragraaf 4.4.2. Eerst zal een andere statistische strategie besproken worden en vergeleken met de zojuist besproken strategie.

4.3.2 Gebaseerd op klanten in rij (Strategie 2)

De strategie die is beschreven en getest in de vorige paragraaf leveren redelijke resultaten op. De vraag bestaat echter nog wel of het winstgevend is voor een supermarkt om een klantenteller te installeren. Het zou kunnen dat de informatie over het aantal klanten in de wachtrijen al voldoende is, en er geen winst meer valt te behalen uit de informatie over het aantal klanten in de supermarkt. Om het antwoord op deze vraag te weten te komen is er ook een strategie getest die gebaseerd is enkel op het aantal klanten in de rij. Dit werkt op ongeveer dezelfde wijze als de andere strategie. Op de volgende manier wordt besloten of er een kassa gesloten of geopend moet worden: net zoals bij de eerste strategie wordt de totale ruimte in alle wachtrijen bepaald. Als deze ruimte verminderd met de limiet van een wachtrij groter of gelijk is aan een parameter (j_2), dan wordt een kassa gesloten als er meer dan 1 kassa geopend is. Indien de ruimte kleiner is dan een andere parameter (j_1), dan wordt de beslissing genomen om een kassa te openen als nog niet het maximale aantal kassa's geopend is. Ook bij deze strategie kunnen de parameters niet alle mogelijke waardes aannemen. De parameter j_1 kan maximaal de limietwaarde vermenigvuldigd met het aantal beschikbare kassa's aannemen en j_2 maximaal de limietwaarde vermenigvuldigd met het aantal beschikbare kassa's verminderd met één.

Net zoals voor voorgaande strategie is getest, zal worden nagegaan welke invloed de aankomstsnelheid en het aantal beschikbare kassa's op de optimale waardes van de parameters j_1 en j_2 hebben. We zullen opnieuw het voorbeeld nemen met 4 beschikbare kassa's en gemiddeld 1 aankomst per minuut. De gemiddelde kosten zijn weergegeven in Tabel 13 en een aantal andere resultaten van de combinatie van parameters met de laagste gemiddelde kosten zijn weergegeven in Tabel 14.

λ=1, k_{max}=4, d=1, $load_{min}$=0,37, $t_{mintimecashier}$=10					
j_1/j_2	5	6	7	8	9
1	293,85	292,75	289,45	291,43	**349,49**
2	**277,15**	**276,68**	**274,97**	**278,51**	352,24
3	288,22	284,81	282,54	285,42	356,36
4	308,97	303,44	301,39	303,74	358,94
5	330,02	327,12	321,21	324,55	362,62

Tabel 13: Gemiddelde kosten strategie 2 voor 1 aankomst per minuut en 4 kassa's bij gegeven parameters.

Optimale (j_1,j_2)	Gem. kosten	Percentage klanten verloren	Gem. aantal kassa-veranderingen	Gemiddelde wachttijd	Gemiddeld kassa's open
(2,7)	274,97 [272.81;277,13]	0,96%	20	2,226 [2,219;2,232]	2,122 [2,120;2,125]

Tabel 14: Resultaten voor strategie gebaseerd op optimale parameters, verkregen uit Tabel 13.

Het blijkt dat de combinatie j_1=2 en j_2=7 resulteert in de laagste gemiddelde kosten. Dit betekent dat als de totale ruimte in alle wachtrijen gecombineerd kleiner is dan 2, er een kassa geopend zal worden. Een kassa zal gesloten worden als de ruimte groter of gelijk aan 11 (7+limiet) is. Er zal dus niet snel een kassa gesloten worden, aangezien de maximale ruimte voor 4 kassa's 16 klanten is, en het waarschijnlijk niet vaak zal voorkomen dat de beschikbare ruimte 11 is.

Ook bij deze strategie is getest wat er gebeurt met de optimale waardes voor de parameters als de minimale load op het systeem hoger wordt, oftewel: als het aantal aankomsten per minuut hoger wordt en het aantal kassa's gelijk blijft. Tabel 15 toont de gemiddelde kosten voor 2 aankomsten per minuut op basis van verschillende waardes van de parameters en opnieuw zijn een aantal andere resultaten weergegeven voor de optimale parameters in Tabel 16.

λ=2, k_{max}=4, d=1, $load_{min}$=0,74, $t_{mintimecashier}$=10					
j_1/j_2	10	11	12	13	14
1	580,85	580,59	564,50	512,50	514,31
2	517,45	513,14	503,32	497,81	497,07
3	**502,48**	**495,24**	**488,62**	496,26	497,42
4	506,56	502,31	499,49	**495,79**	**495,26**
5	524,19	506,87	505,13	497,70	496,21

Tabel 15: Gemiddelde kosten strategie 2 voor 2 aankomsten per minuut en 4 kassa's bij gegeven parameters.

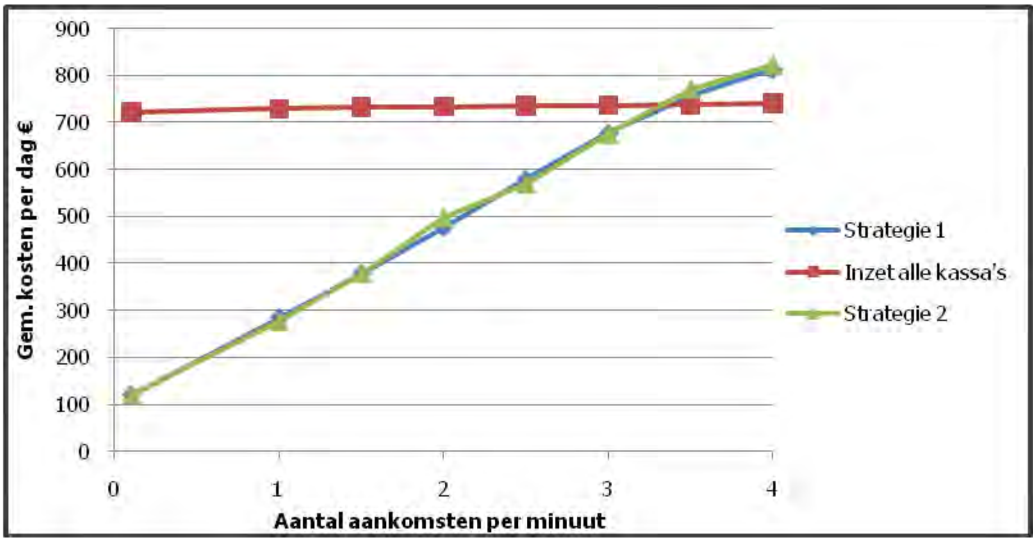
Optimale (j_1,j_2)	Gem. kosten	Percentage klanten verloren	Gem. aantal kassa-veranderingen	Gemiddelde wachttijd	Gemiddeld kassa's open
(12,3)	488,62 [483,47;493,78]	0,33%	28	2,557 [2,255;2,257]	3,465 [3,460;3,471]

Tabel 16: Resultaten voor strategie gebaseerd op optimale parameters, verkregen uit Tabel 15.

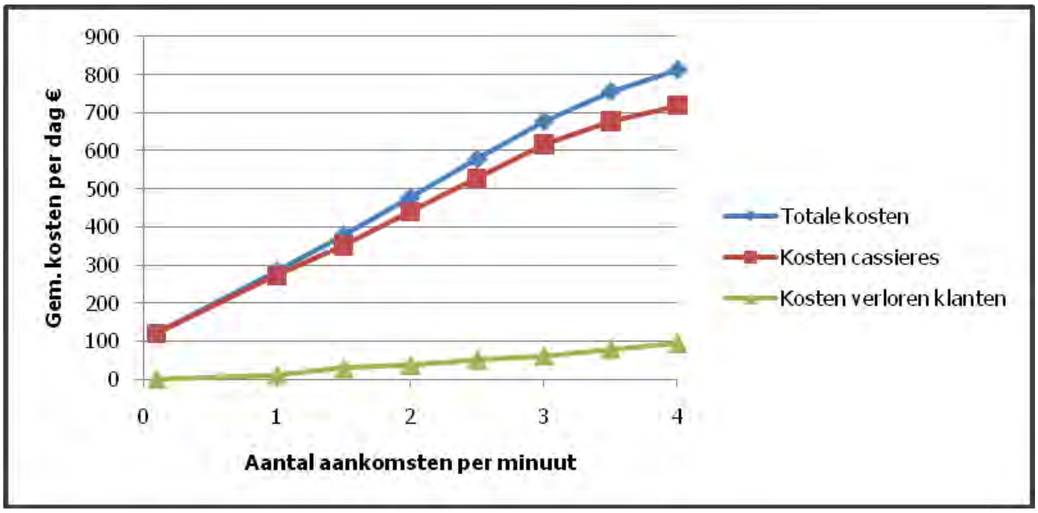
Net als bij de eerste besproken strategie geldt ook bij deze strategie dat de gemiddelde kosten minder variëren voor verschillende waardes van de parameters. Als j_2 hoger dan 12 is en j_1 hoger dan 2, liggen de gemiddelde kosten heel dicht bij elkaar. Dit is het geval omdat bij zulke hoge waardes voor de parameters bijna alle kassa's ingezet worden. De optimale waardes voor j_1 en j_2 resulteren in gemiddelde kosten van ongeveer € 489. Dit is niet lager dan de kosten voor het inzetten van het maximaal aantal kassa's gedurende de gehele dag (€480). De conclusie is dat bij een hoge minimale load per kassa het verstandiger is om alle kassa's in te zetten dan te werken met deze strategie.

Vergelijking strategieën

De verwachting was dat de beschikbare informatie over het aantal klanten aanwezig in de supermarkt zou leiden tot kostenvermindering. Uit de resultaten verkregen door veel testen te doen blijkt echter dat de gemiddelde kosten voor beide besproken strategieën ongeveer gelijk zijn. Figuur 11 toont de gemiddelde kosten voor verschillende scenario's als er 6 kassa's beschikbaar zijn in de supermarkt. Vreemd genoeg lijkt het alsof er een lineair verband bestaat tussen het aantal aankomsten per minuut en de totale kosten van zowel strategie 1 als 2, tenminste tot een bepaald punt. Om dit verband te onderzoeken zijn de kosten opgedeeld in de kosten voor het inzetten van caissières en de kosten die gemaakt worden door het verliezen van klanten. In Figuur 12 is deze opdeling grafisch weergegeven voor strategie 1. Strategie 2 toont ongeveer hetzelfde beeld. De kosten voor het inzetten van caissières stijgen ongeveer lineair met als beginpunt 120 euro's (het inzetten van één kassa gedurende de hele dag). Deze kosten blijven echter niet lineair groeien als het aantal aankomsten per minuut nog hoger wordt omdat de maximale kosten voor de inzet van alle 6 kassa's gedurende een hele dag 720 euro. Er is te zien dat de groei van de kosten bij 3,5 aankomsten per minuut al iets afneemt. Voor de kosten voor het verliezen van klanten geldt dat deze sneller gaat stijgen naarmate het aantal aankomsten per minuut hoger wordt, alhoewel dat nauwelijks te zien is in de grafiek. Deze kosten zullen heel groot worden als het aantal aankomsten nog hoger zal worden dan 4 per minuut.



Figuur 11: Gemiddelde kosten per dag als functie van het aantal aankomsten per minuut bij 6 kassa's beschikbaar.



Figuur 12: Kosten strategie 1 opgedeeld in kosten caissières en kosten verloren klanten.

Behalve het 'lineaire' verband toont Figuur 11 ook aan dat de totale kosten bij gebruik van strategie 1 ongeveer gelijk zijn aan de kosten bij gebruik van strategie 2. Dit geeft het idee dat het tellen van klanten niet zorgt voor het verminderen van de kosten. Een mogelijke verklaring voor het feit dat er niet wordt bespaard door het tellen van klanten in deze situatie is dat er een homogeen aankomstproces is gesimuleerd om deze resultaten te verkrijgen. Omdat het aantal aankomsten per tijdseenheid bij de kassa vrij constant is kan goed vastgesteld worden bij welk aantal klanten in de rij er een kassa geopend of gesloten moet worden. De informatie over het aantal klanten aanwezig in de supermarkt voegt daardoor niet veel toe.

Er is geconcludeerd dat, als klanten aan zouden komen volgens een homogeen proces, het tellen van klanten niks toevoegt. In de realiteit gebeurt dit echter niet. Als de optimale strategie wordt bepaald en de gemiddelde kosten worden berekend over een inhomogeen proces, blijkt dat informatie over het aantal klanten in de supermarkt wel degelijk iets toevoegt. In Tabel 17 zijn de resultaten weergegeven van de optimale gemiddelde kosten van zowel strategie 1 als 2, geoptimaliseerd aan de hand van een inhomogeen aankomstproces. Ook het percentage kosten dat bespaard kan worden door het toepassen van strategie 1 in plaats van 2 is weergegeven. In Tabel 18 zijn de gemiddelde kosten naast elkaar gezet van de strategieën geoptimaliseerd over het homogene proces en vervolgens uitgevoerd op het inhomogene proces en de strategieën geoptimaliseerd en uitgevoerd over het inhomogene proces.

4 kassa's			
λ_{gem}	Opt. Strategie 1 (inhomogeen)	Opt. Strategie 2 (inhomogeen)	Percentage besparing
1	290,10	320,67	10,54%
1,5	378,09	395,59	4,63%
2	432,84	456,21	5,40%
2,5	483,33	488,31	1,03%

Tabel 17: Vergelijking gemiddelde kosten strategie 1 en 2.

4 kassa's						
λ_{gem}	Opt. Strategie 1 (inhomogeen)	Opt. Strategie 1 (homogeen)	Percentage besparing	Opt. Strategie 2 (inhomogeen)	Opt. Strategie 2 (homogeen)	Percentage besparing
1	290,10	291,25	0,40%	320,67	332,43	3,54%
1,5	378,09	401,09	5,74%	395,59	406,15	2,60%
2	432,84	479,82	9,79%	456,21	463,72	1,62%
2,5	483,33	534,86	9,63%	488,31	489,53	0,25%

Tabel 18: Vergelijking gemiddelde kosten geoptimaliseerd en uitgevoerd over een inhomogeen proces en gemiddelde kosten geoptimaliseerd over een homogeen proces en uitgevoerd over een inhomogeen proces

Uit Tabel 18 blijkt dat voor strategie 1 geldt dat bij een laag aantal aankomsten het niet veel uitmaakt voor de gemiddelde kosten of er geoptimaliseerd wordt over het homogeen proces of het inhomogeen proces. De optimale parameters liggen in dat geval dicht bij elkaar. Als het aantal aankomsten hoger wordt, wordt de variatie in het aantal klanten aanwezig in de supermarkt absoluut gezien ook groter en zullen de optimale parameters voor een inhomogeen proces anders liggen dan voor een homogeen proces. Het percentage dat bespaard kan worden door het optimaliseren over een inhomogeen in plaats van een homogeen proces is dus met name afhankelijk van λ_{gem}.
Bij strategie 2 blijkt het anders te liggen. Het percentage dat bespaard kan worden ligt over het algemeen lager dan voor strategie 1. Dit laat blijken dat strategie 2 robuuster is. De gemiddelde kosten kunnen geoptimaliseerd worden over een homogeen aankomstproces zonder dat daar veel extra kosten uit voortvloeien.

Er blijkt ook uit de resultaten, dat als aankomsten volgens een inhomogeen proces plaatsvinden, het wel degelijk uitmaakt of de informatie beschikbaar is over het aantal klanten in de supermarkt. Hoe lager het aantal aankomsten, hoe meer bespaard kan worden door het uitvoeren van strategie 1 in plaats van strategie 2. Bij 1 aankomst per minuut, als er 4 kassa's beschikbaar zijn, kan ongeveer 10% bespaard worden. De conclusie is dat het loont om een klantenteller te installeren. Als het aantal kassa's groter is dan vier zoals het geval is in het besproken voorbeeld, kan minder bespaard worden door het tellen van klanten, mogelijk doordat de situatie minder kritiek is als er meer kassa's beschikbaar zijn.

In de volgende paragraaf wordt een dynamische strategie besproken. Wij zullen de dynamische variant van strategie 1, op basis van klanten in de supermarkt en klanten in de rij, met deze andere dynamische strategie vergelijken. We zullen de strategie alleen gebaseerd op klanten in de wachtrijen achterwege laten, aangezien deze minder goede resultaten oplevert. Een dynamische variant zal waarschijnlijk niet betere resultaten opleveren dan de dynamische variant van strategie 1.

4.4 Dynamische strategie

Met name in het geval van aankomsten volgens een inhomogeen Poisson proces, werken vaste strategieën niet optimaal. Hiervoor moeten dynamische strategieën ontwikkeld worden. Deze strategieën zullen in dit hoofdstuk beschreven worden.

4.4.1 Gebaseerd op maximale load en blocking (Strategie 3)

Zoals besproken is in paragraaf 4.2 bestaat er een waarde waarbij geldt dat als de minimale load per kassa kleiner of gelijk is aan die waarde nauwelijks of geen klanten verloren gaan. Met nauwelijks of geen bedoelen we hier: de kans dat een klant verloren gaat ligt onder een bepaald percentage. Deze waarde is uniek voor een bepaald aantal geopende kassa's k (waarbij het aantal geopende kassa's kleiner is dan het aantal beschikbare kassa's) en we noemen deze α_k. Gebaseerd op deze waarde is ook een strategie ontwikkeld. Eerst wordt het kleinste aantal kassa's bepaald waarbij geldt dat de load per kassa kleiner of gelijk aan α_k is:

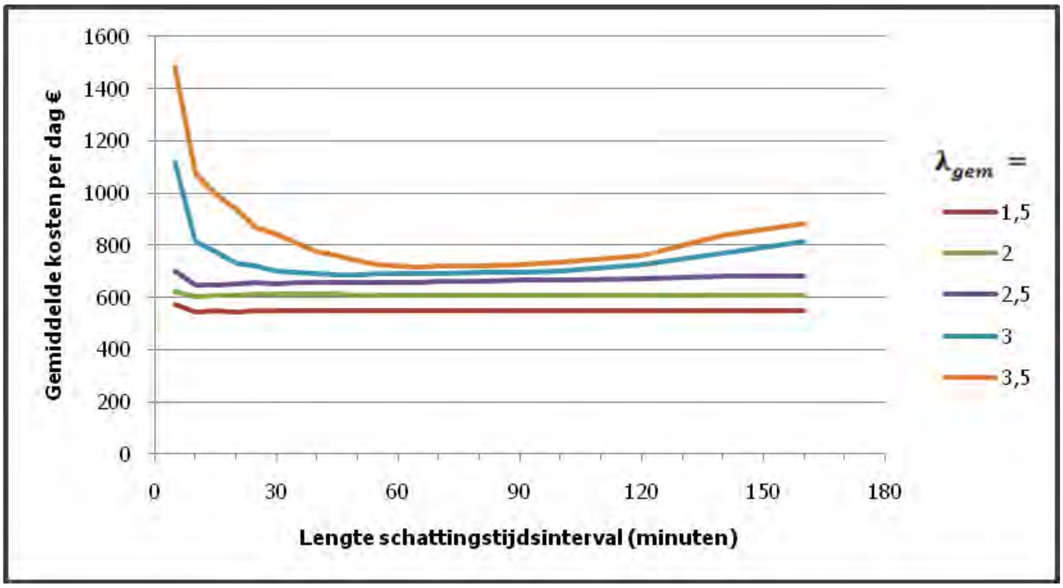
$$\min_{k<k_{max}} k \text{ waarvoor geldt: } \frac{\lambda\beta}{k} < \alpha_k$$

Indien er een waarde voor k gevonden wordt, zal deze vergeleken worden met het huidige aantal geopende kassa's. Dan zal op de zelfde manier als in de eerder besproken strategieën besloten worden of er een kassa gesloten of geopend moet worden. Het is niet mogelijk een beslissing te nemen om meerdere kassa's te openen of te sluiten.

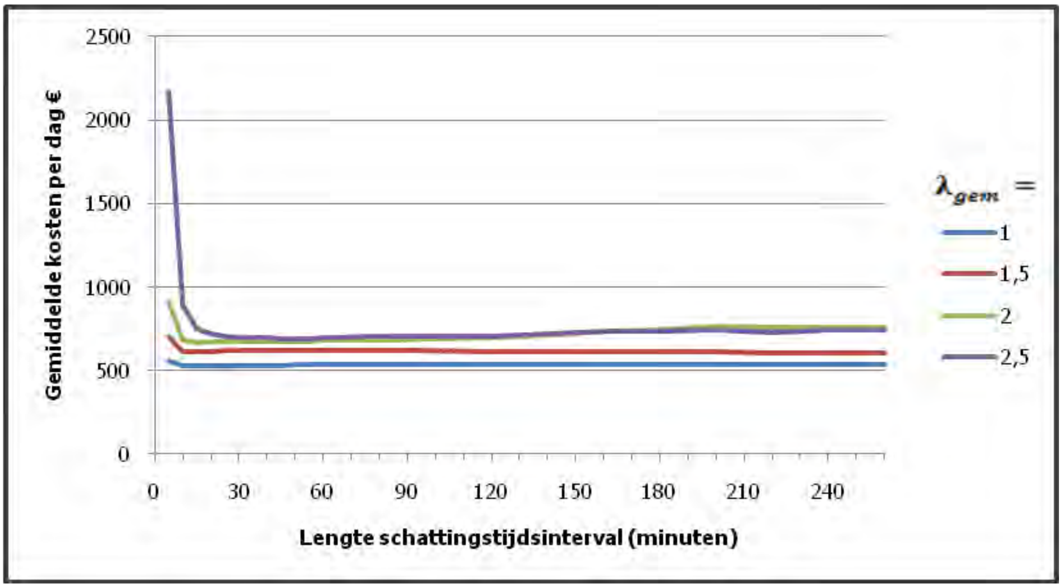
Indien er geen waarde voor k gevonden wordt, betekent het dat de load te groot is voor minder dan het maximaal aantal beschikbare kassa's en moeten alle kassa's ingezet worden; in dat geval gaan uiteraard ook geen klanten verloren.

Schatten van aankomstsnelheid

De aankomstsnelheid (λ) wordt bepaald door een schatting te maken op basis van de aankomsten in het verleden door middel van een klantenteller. Hier zijn verschillende mogelijkheden voor. Ten eerste is er de keuze of het gemiddelde aantal aankomsten bij de kassa wordt gebruikt als schatting of het gemiddelde aantal aankomsten bij de supermarkt. Dit is getest en het is gebleken dat de schatting gebaseerd op het aantal aankomsten bij de supermarkt een betere methode is en zorgt voor lagere kosten. Aankomsten bij de supermarkt zeggen uiteraard ook meer over de toekomstige aankomsten bij de kassa's. Verder moet de lengte van het tijdsinterval waarover geschat gaat worden bepaald worden. Het tijdsinterval moet aan de ene kant niet te kort zijn omdat anders het gemiddelde niet erg betrouwbaar is. Aan de andere kant moet het tijdsinterval niet te lang zijn, aangezien we hebben te maken met een inhomogeen aankomstproces en we willen weten wat de actuele aankomstsnelheid is.
Er is getest wat de gemiddelde kosten zijn voor verschillende lengtes van tijdsintervallen ten opzichte van de aankomstsnelheid met 6 kassa's beschikbaar. De resultaten zijn grafisch weergegeven in Figuur 13 voor een doordeweekse dag en in Figuur 14 voor een zaterdag.



Figuur 13: Gemiddelde kosten als functie van het schattingstijdsinterval op een doordeweekse dag met 6 beschikbare kassa's.



Figuur 14: Gemiddelde kosten als functie van het schattingstijdsinterval op een zaterdag met 6 beschikbare kassa's.

Uit de grafieken kan geconcludeerd worden dat de invloed van de schatting van λ afhankelijk van de aankomstsnelheid is. Bij een laag aantal aankomsten per minuut maakt het voor de gemiddelde kosten niet veel verschil welk tijdsinterval wordt gebruikt. De load is dan zo klein dat het minder belangrijk is om de juiste schatting te maken. Toch is een kleine daling te zien in de gemiddelde kosten tot het punt waar de lengte ongeveer 10 minuten is, zowel voor een doordeweekse dag als een zaterdag. Blijkbaar is een tijdsinterval van 5 minuten te kort. Het aantal kassaveranderingen kan wel verminderd worden door een over een langer tijdsinterval te schatten in plaats over een korter tijdsinterval. Voor een hoog aantal aankomsten geldt dat de gemiddelde kosten per dag dalen tot het punt waar de lengte van het tijdsinterval ongeveer 60 minuten is. Na dit punt is weer een langzame stijging in kosten te zien. Hier is het schatten van de aankomsten belangrijker en kunnen meer kosten bespaard worden door de juiste inschatting te maken. Met een laag aantal aankomsten per minuut is het inschatten niet zo kritiek, terwijl dit bij een hoger aantal aankomsten wel zo is, en moet sneller een juiste inschatting gemaakt worden zodat daar op tijd op kan worden ingespeeld. Als gekeken wordt naar het gemiddelde over de verschillende aankomstsnelheden kan geconcludeerd worden dat 60 minuten zorgt voor gemiddeld de laagste kosten.
Verder is nog te concluderen uit de grafieken dat op een zaterdag geldt, dat ondanks eenzelfde aantal aankomsten per minuut als op een doordeweekse dag, het tijdsinterval belangrijker is. Dit is het geval omdat de minimale load per kassa hoger ligt, aangezien een klant meer producten koopt en dus een langere bedieningstijd nodig heeft. Door de verhoging van de minimale load wordt het inschatten van de aankomstsnelheid belangrijker en kan meer bespaard worden door het tijdsinterval verstandig te kiezen.

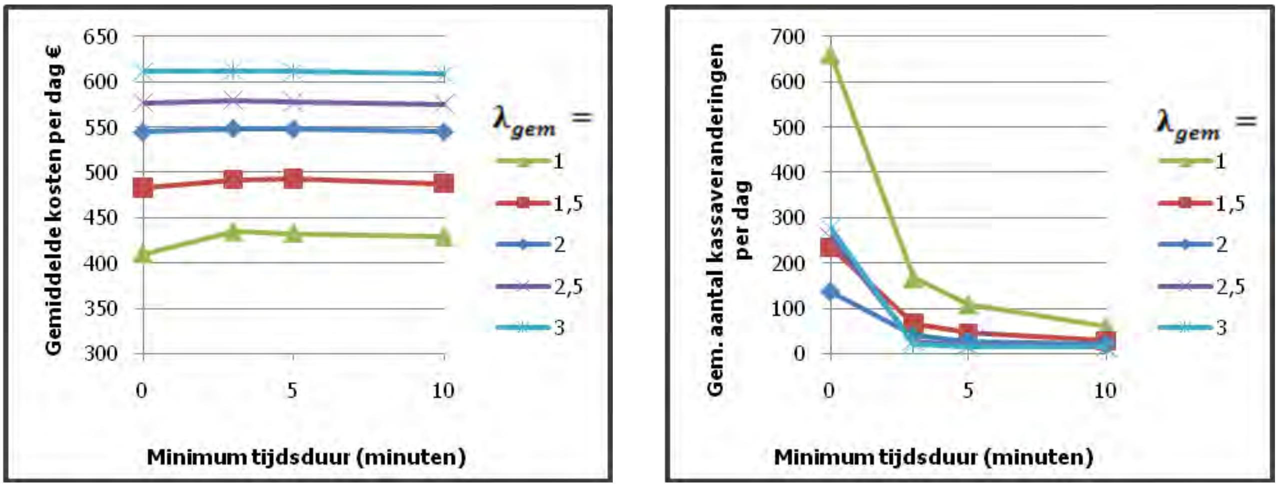
De lengte van het tijdsinterval, die zorgt voor de laagste gemiddelde kosten, is afhankelijk van een aantal factoren. Ten eerste blijkt het afhankelijk te zijn van de gemiddelde tijdsduur die een klant in de supermarkt doorbrengt. Als deze tijdsduur langer is, is het ook beter een langer tijdsinterval te gebruiken om het gemiddeld aantal aankomsten bij de kassa's te schatten. Ook is het afhankelijk van het aankomstenpatroon over een dag. Als er meer variatie in het aankomstenpatroon zou zijn, zou de verwachting zijn dat een kort tijdsinterval beter is om te zorgen dat pieken en dalen in het patroon niet worden uitgemiddeld.
Er moet van tevoren en tijdsinterval worden vastgesteld waarin de aankomstsnelheid geschat wordt. Zoals is besproken moet een afweging gemaakt worden: als een lang tijdsinterval wordt gebruikt is het gemiddelde betrouwbaarder, maar aan de andere kant ook minder actueel. Door een groot tijdsinterval te nemen worden pieken en dalen in de aankomstsnelheid mogelijk uitgevaagd. Vanaf nu zullen we de lengte van het schattingstijdsinterval vaststellen op 60 minuten, aangezien deze tijdsduur resulteert in lage gemiddelde kosten over de verschillende aankomstsnelheden voor zowel een doordeweekse dag als een zaterdag als de verblijfsduur in de supermarkt vastgesteld wordt op 0,4 minuten per product.

Invloed minimum tijdsduur medewerker achter kassa

Net zoals bij een andere strategie getest is, is ook bij deze strategie onderzocht welke invloed de minimum tijdsduur die is vastgesteld voor medewerkers om achter een kassa te blijven en weg te blijven na een kassa gesloten te hebben. De verwachting was dat het mogelijk de kosten zou verminderen om geen restrictie hierop te hebben. Tabel 19 laat zien voor verschillende aantallen aankomsten per minuut hoe de gemiddelde kosten, het gemiddeld aantal kassaveranderingen en het gemiddeld aantal geopende kassa's zich verhouden tot de minimum tijdsduur die een medewerker achter een kassa doorbrengt, waarbij 5 kassa's beschikbaar zijn. Figuur 15 toont nog een keer de gemiddelde kosten en Figuur 16 het gemiddeld aantal kassaveranderingen op een dag.

5 kassa's									
	$t_{mintimecashier}=10$			$t_{mintimecashier}=5$			$t_{mintimecashier}=0$		
λ_{gem}	Gem. kosten	Kassa veranderingen	Gem. kassa's open	Gem. kosten	Kassa veranderingen	Gem. kassa's open	Gem. kosten	Kassa veranderingen	Gem. kassa's open
1	429,06	61	3,53	432,66	109	3,57	410,09	662	3,39
1,5	487,84	28	4,00	492,54	45	4,04	483,27	235	3,98
2	544,73	20	4,45	547,70	27	4,49	544,52	136	4,46
2,5	575,58	15	4,68	578,10	19	4,74	577,02	257	4,72
3	608,44	14	4,74	611,22	16	4,79	611,09	277	4,80

Tabel 19: Resultaten bij verschillende minimum tijdsduren en 5 kassa's beschikbaar.



Figuren 15 & 16: Gemiddelde kosten en gemiddeld aantal kassaveranderingen als functie van minimum tijdsduur achter kassa.

Het blijkt uit de resultaten dat het verlagen van de tijdsduur niet zorgt voor veel vermindering van kosten en wel zorgt voor een onrealistisch aantal kassaveranderingen. Voor een laag aantal aankomsten per minuut kan nog het meest bespaard worden door het verlagen van de minimum tijdsduur. Dit was te verwachten aangezien met een hoger aantal aankomsten het vaak verstandiger is om een kassa open te houden terwijl bij een laag aantal aankomsten hierin meer kan worden gevarieerd. Het opvallende van de resultaten is dat wanneer de minimum tijdsduur verlaagd wordt van 10 naar 5 minuten de kosten een klein beetje stijgen. In dit geval is het blijkbaar zelfs beter om een hogere minimum tijdsduur te eisen. Mogelijk omdat op deze manier op personeelskosten bespaard wordt en er niet meer klanten verloren gaan. Vanaf nu zal de minimum tijdsduur tussen kassaveranderingen vastgezet worden op 10 minuten, aangezien dit een realistisch aantal kassaveranderingen geeft en niet veel hogere kosten dan bij een lagere tijdsduur.

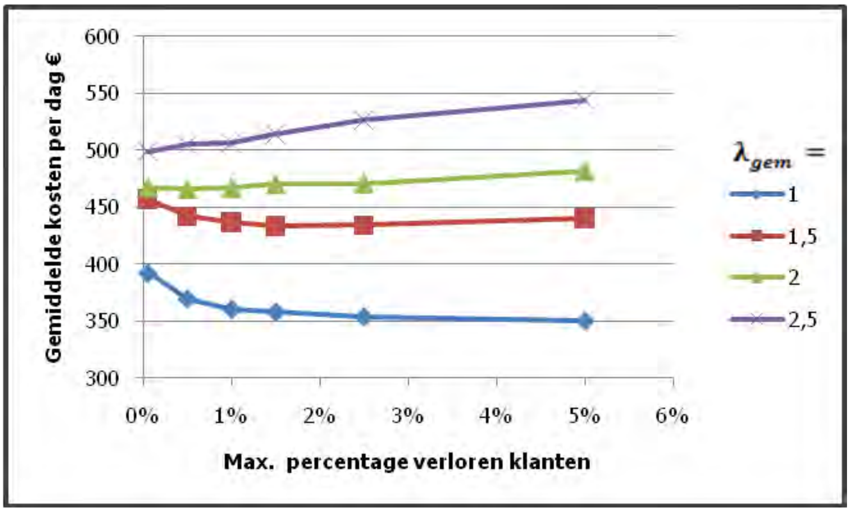
Invloed maximaal percentage verloren klanten

De dynamische strategie is getest voor een aantal verschillende waardes voor het maximaal percentage verloren klanten variërend van 0,05% tot 5%. De maximale load per kassa, specifiek voor het aantal kassa's, waarbij het percentage verloren klanten onder deze waardes ligt is voor een aantal percentages gegeven in Tabel 6 (paragraaf 4.2). Een lagere maximale blokkeringskans zorgt voor minder verloren klanten maar zou kunnen resulteren in hogere kosten door de extra ingezette caissières. De resultaten zijn naast elkaar gelegd voor een supermarkt met 4 kassa's beschikbaar en verschillende aankomstsnelheden met een maximale blokkeringskans van 1% en 0,05% in Tabel 20.

4 kassa's						
λ_{gem}	Gem. kosten		Gem. aantal kassa's ingezet		Gem. wachttijd per klant	
	blokkering <1%	blokkering <0,05%	blokkering <1%	blokkering <0,05%	blokkering <1%	blokkering <0,05%
1	360,56	392,64	2,95	3,24	1,79	1,67
1,5	437,15	457,18	3,51	3,76	2,01	1,92
2	467,43	467,52	3,76	3,83	4,76	4,73
2,5	506,82	499,17	3,80	3,84	18,43	18,36

Tabel 20: Resultaten voor verschillende blokkeringskansen bij standaard gemiddelde bonprijs.

De dynamische strategie waarbij de maximale blokkeringskans 1% is, levert gemiddeld betere resultaten dan de strategie gebaseerd op een maximale blokkeringskans van 0,05% in het geval van 4 kassa's. Dit geldt voor de gemiddelde kosten, maar het gemiddelde aantal ingezette kassa's en de gemiddelde wachttijd liggen wel hoger voor de hogere maximale blokkeringskans. Dit was te verwachten aangezien er met een hogere maximale blokkeringskans sneller de beslissing wordt genomen een kassa te sluiten. In Figuur 17 zijn de resultaten te zien voor meer waardes van de maximale blokkeringskans. Bij een hoog aantal aankomsten per minuut zou het maximale percentage verloren klanten laag gehouden moeten worden om de gemiddelde kosten laag te houden en bij een lager aantal aankomsten kan het percentage hoger gekozen worden. Dit heeft er waarschijnlijk mee te maken dat hoe hoger het aantal aankomsten per minuut is, hoe hoger het absolute aantal verloren klanten is. Bij een hoger aantal aankomsten zal het dus goedkoper zijn in verhouding om meer kassa's in te zetten dan een hoger percentage klanten te verliezen. Hetzelfde geldt ook voor supermarkten met meer dan vier kassa's beschikbaar. Er moet echter in gedachten worden dat bij een hoog aantal aankomsten per minuut het waarschijnlijk sowieso beter is om alle kassa's ingezet te houden. We zien dat als er gemiddelde 2,5 aankomsten per minuut plaatsvinden in een supermarkt met vier kassa's, zelfs met maximaal 0,05% klanten die verloren gaan, de gemiddelde kosten boven de € 480 liggen. Maximale inzet van kassa's zou € 480 kosten.



Figuur 17: Gemiddelde kosten per dag als functie van het max. percentage verloren klanten met 4 kassa's beschikbaar.

Deze resultaten hangen onder andere af van de verhouding tussen de kosten van caissières en kosten van verloren klanten. Als de kosten van verloren klanten hoger zouden liggen in verhouding met de kosten van caissières zou waarschijnlijk beter zijn om een lagere blokkeringskans in te stellen zodat mogelijk meer kassa's worden ingezet, maar niet te veel klanten verloren gaan. We hebben daarom hetzelfde getest met een hogere productprijs, zodat de gemiddelde bonprijs hoger ligt. Het blijkt inderdaad het geval te zijn dat het afhangt van de verhouding tussen de kosten voor een verloren klant en de kosten voor een caissière welk maximale percentage verloren klanten zorgt voor de laagste gemiddelde kosten. Vooral bij een hoge load heeft een verandering van deze verhouding invloed op de gemiddelde kosten. Bij een hogere productprijs is een lager maximaal percentage beter en bij hogere kosten voor een caissière is een hoger maximaal percentage beter.

In de volgende paragraaf zal een andere dynamische strategie besproken worden.

4.4.2 Gebaseerd op klanten in supermarkten en klanten in rij (Strategie 1)

In paragraaf 4.3.1 is een statische strategie besproken waarvan de bedoeling was deze uit te werken tot een dynamische strategie die toegepast kan worden op een inhomogeen aankomstproces. Als bijvoorbeeld ontdekt zou worden dat bij een hogere load de waarde van een parameter verlaagd moet worden, dan zou deze aangepast kunnen worden als het drukker wordt in de supermarkt. Het is gebleken dat bij een lage load, de optimale strategie alleen afhangt van λ. Deze optimale strategieën zijn bepaald voor verschillende waardes van λ, waarvan de resultaten te zien zijn in Tabel 21.

λ	Optimale strategie (c_1,c_2)	Gem. aantal klanten in supermarkt E(ns)	E(ns)-c_1 onder deze waarde: kassa openen	E(ns)-c_2+limiet boven deze waarde: kassa sluiten
0,5	(2,-2)	3	1	9
1	(4,-3)	6	2	13
1,5	(6,-2)	8	2	14
2	(8,-2)	11	3	17
2,5	(9,-1)	14	5	19
3	(11,-1)	17	6	22
3,5	(13,0)	20	7	24

Tabel 21: Optimale parameters voor Strategie 1 bij verschillende waardes van λ.

Bij een verhoging van het aantal aankomsten per minuut, worden de optimale waardes voor de parameters ook hoger, blijkt uit de resultaten. Om de resultaten te interpreteren is het gemiddelde aantal klanten in de supermarkt ook getoond. De strategie is onder andere op deze waarde gebaseerd. Als de totale ruimte in de wachtrijen kleiner is dan 2 zou een kassa geopend moeten worden in het geval van één aankomst per minuut. Deze waarde wordt groter naarmate er meer aankomsten per minuut plaatsvinden. Als de totale ruimte in de wachtrijen groter of gelijk is aan 13, wordt een kassa gesloten. Als het aantal aankomsten per minuut groter wordt, moet deze waarde nog hoger liggen zodat minder snel besloten wordt een kassa te sluiten. Het wordt duidelijk dat voor een hoog aantal aankomsten het nodig is om een groot aantal kassa's te hebben om zelfs de beslissing te mogen nemen om de kassa te sluiten. Bijvoorbeeld bij 3 aankomsten per minuut, moet de ruimte minimaal 22 zijn om een kassa te sluiten. Er zijn dus minimaal 6 kassa's nodig hiervoor, en zelfs bij 6 kassa's is het niet erg waarschijnlijk dat er ooit een kassa gesloten zal worden.

De bedoeling is dat, gebaseerd op deze optimale parameters, een dynamische strategie ontwikkeld wordt. Eerst wordt daarvoor het gemiddelde aantal aankomsten bepaald op dezelfde manier als de eerder besproken dynamische strategie. Vervolgens zal gekozen wordt aan de hand van deze schatting welke parameters gebruikt zullen worden en aan de hand van deze parameters zal gecontroleerd worden of het aantal kassa's moet worden aangepast. Dit gebeurt op dezelfde manier als in de statische strategie. De vraag is echter wat te doen als het aantal beschikbare kassa's niet groot genoeg is om de strategie optimaal te laten zijn. Het blijkt dat de parameters dan iets aangepast moeten worden. De parameter c_1 moet verlaagd worden, terwijl de parameter c_2 gelijk kan blijven aan de optimale strategie. De aanpassing van c_1 betekent dat eerder een kassa geopend zal worden. Als het aantal beschikbare kassa's niet groot genoeg is, zal c_1 met één verlaagd worden in onze dynamische strategie om te testen of dit goede resultaten oplevert. Deze strategie blijkt inderdaad redelijk goede resultaten op te leveren. In Tabel 23 in paragraaf 4.5 zijn de resultaten in het overzicht weergegeven. Een nadeel van deze strategie is echter dat niet duidelijk is hoe precies de parameters aangepast zouden moeten worden om te zorgen voor de laagste gemiddelde kosten. Er kleven meer nadelen aan. Aankomsten moeten geteld worden en op basis daarvan wordt een schatting gemaakt van het gemiddelde aantal aankomsten. Deze schatting zal waarschijnlijk niet altijd tot de juiste beslissingen leiden. Het idee van de dynamische strategie is goed, maar deze zou verder uitgewerkt moeten worden om te komen tot een goed onderbouwde strategie.

Er is gebleken in paragraaf 4.3.2 dat een statistische strategie, geoptimaliseerd over een inhomogeen aankomstproces, ook goede resultaten oplevert. Het voordeel van een statistische strategie is dat het simpel is en makkelijk te onthouden voor personeel. Er is wel een klantenteller nodig om te weten hoeveel mensen zich in de supermarkt bevinden, maar er hoeft geen dynamisch systeem aan te pas te komen. Als het aantal mensen aanwezig in de supermarkt en het aantal mensen in de wachtrijen bekend is, kan bij een statische strategie makkelijk bepaald worden of er een kassa geopend op gesloten moet worden. Een nadeel is dat mogelijk niet helemaal in te schatten is hoeveel aankomsten per minuut er zullen zijn. Het patroon van aankomsten over een dag moet ook bekend zijn. Daar wordt immers over geoptimaliseerd. Een ander patroon zorgt ook voor andere waardes voor de optimale parameters van de statische strategie.

Een statistische strategie, geoptimaliseerd over een inhomogeen aankomstproces, levert een heel ander patroon op voor de optimale parameters dan de strategie gebaseerd over een homogeen proces. Wat betreft het sluiten van een kassa niet zozeer, maar wat betreft het openen van een kassa wel. Als uitgegaan wordt van een inhomogeen proces, is het beter om eerder de beslissing te nemen een kassa te openen. Wat ook opvalt is dat de parameters niet erg verschillen voor een ander aantal aankomsten per minuut, het aantal daarbij kassa's gelijk houdend. Dit geeft de indruk dat als het patroon bekend is van de aankomsten over een dag verspreid, het niet eens heel belangrijk is om het gemiddelde aantal te weten. De optimale parameters, voor een bepaald aantal beschikbare kassa's, zijn weergegeven in Tabel 22.

Aantal kassa's	**Optimale strategie (c_1,c_2)**
2	(2,-2)
3	(3,-3)
4	(4,-3)
5	(4,-3)
6	(5,-2)
7	(5,-2)
8	(5,-2)

Tabel 22: Optimale parameters horend bij een aantal kassa's.

Er wordt duidelijk uit de resultaten dat bij een groter aantal kassa's de waarde van zowel c_1 als c_2 hoger komen te liggen. Dit betekent dat bij meer kassa's een beslissing om een kassa te sluiten genomen wordt met een groter verschil tussen het aantal mensen in de supermarkt en de beschikbare ruimte in de wachtrijen. Hier speelt waarschijnlijk het schaalvergrotingseffect weer een rol in. Een groot aantal kassa's kunnen per kassa meer aan dan een klein aantal kassa's. Het betekent ook dat de waarde tussen het aantal mensen aanwezig in de supermarkt en de beschikbare ruimte groter moet zijn voor een kassa geopend wordt. Kassa's worden dus minder snel geopend als er meer kassa's in een supermarkt aanwezig zijn.

In de volgende paragraaf zullen de resultaten van deze en andere besproken strategieën naast elkaar gezet worden.

4.5 Vergelijking strategieën

Verschillende strategieën zijn besproken die gebruikt kunnen worden voor het strategisch inzetten van kassa's. Om aanbevelingen aan een supermarkt te kunnen doen is het van belang om te weten welke strategie het beste werkt in verschillende situaties. Er zijn zowel statische als dynamische strategieën getest waarvan vier naast elkaar gezet zullen worden. Ten eerste de inzet van alle kassa's gedurende de hele dag, ten tweede de statische strategie met parameters geoptimaliseerd over een inhomogeen aankomstproces, ten derde de dynamische variant van strategie 1 die in de vorige paragraaf besproken is en als laatste de dynamische strategie gebaseerd op blokkeringspercentages. In Tabel 23 worden de gemiddelde kosten per dag en het gemiddelde aantal geopende kassa's weergegeven voor de vier strategieën. De getallen die rood zijn gemarkeerd stellen de laagste gemiddelde kosten voor. De dynamische variant van strategie 1 blijkt het in de meeste gevallen het beste te doen. De conclusies zullen in het volgende hoofdstuk besproken worden.

	λ_{gem}	Gem. kosten inzet alle kassa's	Gem. kosten statische Strategie 1		Gem. kosten dynamische Strategie 1		Gem. kosten dynamische Strategie 3 (1% blocking)	
2 kassa's	0,5	241,97	178,95	1,38	190,58	1,51	321,09	1,55
	1	243,22	232,07	1,83	234,41	1,85	308,77	1,86
3 kassa's	1	364,71	279,30	2,25	284,53	2,22	343,57	2,61
	1,5	365,81	330,85	2,68	331,65	2,65	373,90	2,82
4 kassa's	1	486,29	290,10	2,26	291,73	2,29	360,56	2,95
	1,5	487,83	378,09	3,00	371,98	2,95	437,15	3,51
	2	489,00	432,84	3,48	425,29	3,42	467,43	3,76
	2,5	490,47	483,33	3,74	482,59	3,70	506,82	3,80
5 kassa's	1	607,57	294,81	2,27	292,75	2,29	429,06	3,53
	1,5	609,90	393,98	3,14	380,55	3,01	487,84	4,00
	2	611,45	475,82	3,83	457,41	3,65	544,73	4,44
	2,5	612,07	530,85	4,30	518,42	4,16	575,58	4,68
	3	613,68	586,29	4,61	578,65	4,53	608,44	4,73
6 kassa's	1,5	732,37	395,98	2,98	381,52	3,02	548,06	4,50
	2	733,68	493,88	3,83	467,68	3,73	609,51	5,00
	2,5	734,74	570,77	4,51	545,62	4,35	656,89	5,37
	3	736,11	628,62	5,03	610,07	4,90	689,29	5,60
	3,5	736,93	686,19	5,43	676,47	5,33	720,04	5,66
7 kassa's	2	855,46	501,44	3,89	468,74	3,74	672,74	5,52
	2,5	858,34	593,73	4,70	553,17	4,42	730,45	5,97
	3	858,42	666,48	5,34	633,75	5,05	773,45	6,30
	3,5	859,58	726,80	5,84	701,77	5,61	804,65	6,51
	4	860,51	787,44	6,28	769,14	6,12	838,69	6,60
8 kassa's	2,5	979,90	603,76	4,79	554,78	4,44	916,68	7,49
	3	981,34	692,54	5,56	643,21	5,12	931,94	7,59
	3,5	983,03	764,82	6,15	721,54	5,76	943,62	7,68
	4	983,73	827,87	6,67	793,19	6,35	955,71	7,75
	4,5	984,70	891,57	7,13	862,78	6,90	984,68	7,80

Tabel 23: Overzicht resultaten van verschillende strategieën.

5. Conclusies en aanbevelingen

Supermarkten kunnen verschillende methodes toepassen om te zorgen dat wachtrijen en –tijden onder controle worden gehouden terwijl ook de kosten beheerst worden. Veel voorkomende methodes, die volgens onderzoek in veel situaties goed blijken te werken, zijn het introduceren van express wachtrijen en het invoeren van zelfbedieningskassa's. Een aantal andere methodes die gebruikt (kunnen) worden zijn: personeel inzetten die helpen bij het inpakken van tassen, het installeren van een klantenteller bij de ingang van de supermarkt waardoor eerder ingespeeld kan worden op aankomende klanten, het analyseren van het aankomstenpatroon op een dag waardoor voorspellingen gemaakt kunnen worden.

Hoe kan een supermarkt strategisch kassa's inzetten om de kosten zo laag mogelijk te houden? Dat is de vraag die de hoofdrol speelde in dit werkstuk en is onderzocht door het uitvoeren van simulaties. Specifiek is gekeken naar het beleid dat Jumbo voert, waarbij een maximaal aantal klanten in de wachtrij is vastgesteld. Klanten gaan verloren als dit maximum overschreden wordt en er nog kassa's gesloten zijn. Uitgaande van dit beleid is nagegaan of er een strategie ontwikkeld kon worden die zou resulteren in lage kosten.

Om te beginnen is uitgegaan van een homogeen aankomstproces bij de supermarkt en zijn statistische strategieën ontwikkeld, gebaseerd op deze homogeniteit. Een simpele, maar ook kostbare, strategie is om alle kassa's gedurende hele dag in te zetten. Een andere optie is een deel van de kassa's gedurende de hele dag inzetten, maar deze optie is niet aan te raden. Verder zijn een strategie gebaseerd op klanten in de wachtrijen en klanten aanwezig in de supermarkt en een strategie alleen gebaseerd op klanten in de wachtrijen ontwikkeld. Deze strategieën zijn gebaseerd op twee parameters, aan de hand waarvan bepaald moet worden of een kassa geopend of gesloten moet worden. De optimale waardes voor deze parameters zijn bepaald door het zoeken naar de laagste gemiddelde kosten resulterend uit een combinatie van de parameters. Het doel was om te onderzoeken of het installeren van een klantenteller winstgevend is. In het geval van een homogeen aankomstproces bleek dit niet het geval te zijn. Dit was te verklaren. Echter, voor een inhomogeen proces kan geconcludeerd worden dat bespaard kan worden door het installeren van een klantenteller, met name als het een rustige periode in de supermarkt is.

Vervolgens kwamen een tweetal dynamische strategieën aan bod. Aangezien in de praktijk aankomsten bij een supermarkt nooit volgens een homogeen proces verlopen, zouden naar verwachting dynamische strategieën beter moet werken. Eerst wordt een strategie besproken die gebaseerd is op een maximaal percentage klanten dat verloren mag gaan. Hiervoor wordt de maximale load bepaald per kassa, bij een bepaald aantal beschikbare kassa's, om onder een bepaald percentage verloren klanten te komen. Aan de hand van deze maximale load wordt op een dynamische manier gekeken of er een kassa geopend of gesloten moet worden. Een aantal factoren spelen een rol in deze strategie. Ten eerste wordt het aantal aankomsten per tijdseenheid geschat door het tellen van aankomsten de voorafgaande tijd. Hoe lang het tijdsinterval waarover geschat gaat worden moet zijn blijkt onder andere af te hangen van de tijd die een klant doorbrengt in de supermarkt en het aankomstenpatroon over een dag. Ten tweede moet ook bepaald worden op welke waarde het maximale percentage verloren klanten wordt vastgesteld. Het optimale percentage hangt ook af van een aantal factoren. Het hangt onder andere af van het aantal aankomsten per tijdseenheid. Bij een laag aantal aankomsten kan een hoger percentage worden gekozen. Verder speelt ook de verhouding tussen de kosten van verloren klanten (afhankelijk van de gemiddelde bonprijs) en de kosten van caissières een rol. Hoe hoger de kosten van een verloren klant, hoe lager het percentage gekozen zou moeten worden. De resultaten van deze strategie hangen dus af van de mate waarin de strategie is aangepast aan de specifieke supermarkt en situatie.
De andere dynamische strategie is ontwikkeld door de strategie gebaseerd op klanten in supermarkt en wachtrijen dynamisch te maken. Hiervoor moet geanalyseerd worden welke parameters optimaal zijn voor verschillende aankomstsnelheden. Het aantal aankomsten per tijdseenheid wordt vervolgens geschat op dezelfde manier als de vorige besproken strategie en de optimale parameters worden hierbij gezocht waarna de strategie wordt uitgevoerd met deze parameters. Hoe deze parameters precies aangepast zouden moeten worden is echter niet helemaal duidelijk. Ondanks dat deze strategie goede resultaten oplevert zou het verder onderzocht moeten worden om te komen tot een goed onderbouwde strategie.

Wat echter bleek is dat een statistische strategie, wel geoptimaliseerd over het inhomogene aankomstproces, ook goede resultaten oplevert. Bovendien zijn, voor elk aantal kassa's, de optimale parameters te berekenen en blijkt dat deze niet verschillen voor verschillende aankomstsnelheden. Een statische strategie is een stuk makkelijker toe te passen en dat is een groot voordeel.

In Tabel 23 is een vergelijking gegeven tussen de gemiddelde kosten per dag voor een gegeven strategie en situatie en het gemiddeld aantal kassa's dat daarbij is ingezet. Het is duidelijk dat de dynamische variant van de strategie gebaseerd op klanten in de wachtrijen en klanten in de supermarkt de beste resultaten oplevert. Zoals eerder genoemd is, zou deze strategie verder uitgewerkt moeten worden. De statistische strategie, met parameters die geoptimaliseerd zijn over een inhomogeen proces, levert echter niet veel slechtere resultaten op. Deze strategie is ook een stuk beter toe te passen in de praktijk. Er is wel een klantenteller nodig maar geen dynamisch systeem hoeft eraan te pas te komen. Wat betreft de dynamische strategie gebaseerd op een maximale blokkersingkans geldt dat de gemiddelde kosten en gemiddelde kassainzet hoger liggen. Mogelijk, doordat alleen gekeken wordt naar het aantal aankomsten bij de supermarkt en verder niets gedaan wordt met informatie over het aantal klanten in de wachtrijen of supermarkt, kunnen kassa's niet op de meest optimale manier worden ingezet.

Al met al kunnen de volgende aanbevelingen gedaan worden aan supermarkten:

- Het installeren van een klantenteller is aan te raden.
- Het toepassen van een statische strategie, gebaseerd op klanten in de wachtrijen en klanten in de supermarkt, is makkelijker toe te passen en levert goede resultaten op. De optimale parameters van de strategie moeten, om de beste resultaten op te leveren, aangepast worden aan de hand van het aantal kassa's in de supermarkt en het aankomstenpatroon.

6. Literatuurlijst

1. *Optimizing the Number of Cashiers in a Supermarket* (Bai, Yun and Singh, Nandita and Vailjevic, Luma, September 29, 2003).
2. *Analysis of the quality of services for checkout operation in ICA supermarket using queueing theory* (Azmat Nafees and Liwen Liang, December 2006).
3. *Controlling the supermarket service* (José A. Montero Valverde, Luis E. Sucar Succar, September 30, 2010).
4. *Simulation and experimental design applied to sizing supermarket cashiers in Colombia* (Jorge A. Alvarado, Luis M. Pulido, 2008).
5. *The revolution of the checkout area* (Niels Horst, January 5, 2009).
6. *Automatic self-optimizing queue management system* (Stuart Holiday, June 28, 2010).
7. *Checkout lane alert system and method for stores having express checkout lanes* (Ronald G. Frey, Hackensack; John D. Nelson, June 17 1994).
8. *The psychology of waiting queues* (Nico Heuts, September 7 2009).
9. *The Psychology of Waiting Lines* (David H. Maister).
10. *A review of management issues related to express line system* (Noémi Kalló / Tamás Koltai, 2008).
11. *Self-service checkouts 'have not cut supermarket queues'* (Alastair Jamieson, Alex Varley-Winter and Calum Rogers, 21 Aug 2010). (http://www.telegraph.co.uk/finance/newsbysector/retailandconsumer/7957800/Self-service-checkouts-have-not-cut-supermarket-queues.html)