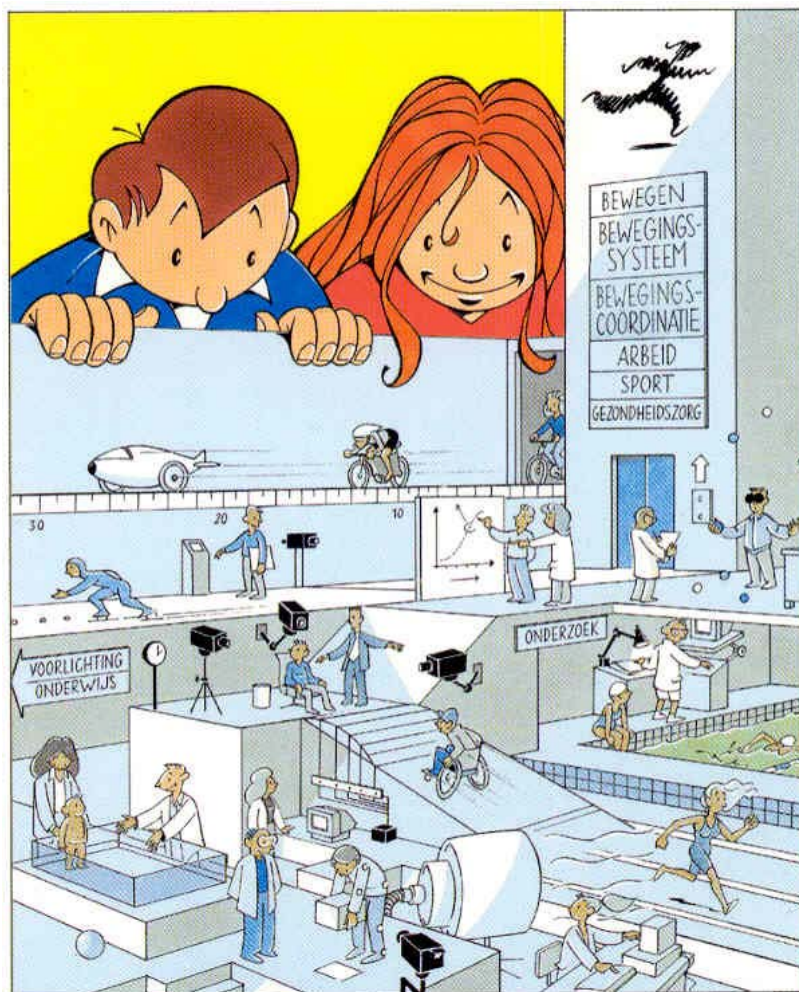


Wiskunde in de Bewegingswetenschappen

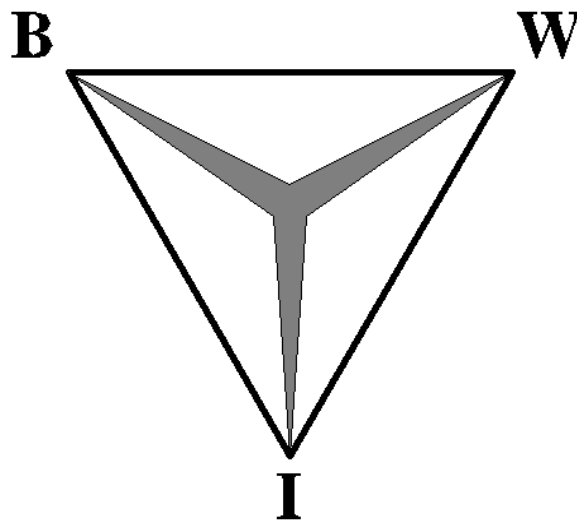


BWI-werkstuk

Annemieke Stoffelsen

Vrije Universiteit, Amsterdam

BWI-werkstuk:
Wiskunde in de Bewegingswetenschappen



Annemieke Stoffelsen

Vrije Universiteit, Amsterdam

November 2005

Begeleiding:

Prof. Dr. R.D. van der Mei

Voorwoord

Een onderdeel van de masteropleiding Business Mathematics and Informatics (BMI) aan de Vrije Universiteit is een werkstuk schrijven aan de hand van een literatuurstudie. Het onderwerp van dit werkstuk is wiskunde in de bewegingswetenschappen. Omdat het laatste jaar van mijn studie veel op het bedrijfsleven gericht was, leek het me leuk nog eens een totaal ander onderwerp op te pakken. Bovendien leek dit me een goede gelegenheid om na te gaan of er in deze sector misschien een toekomst voor mij ligt.

Graag wil ik Rob van der Mei bedanken voor het begeleiden van mijn onderzoek.

Annemieke Stoffelsen
November 2005

Samenvatting

Binnen de bewegingswetenschappen houdt men zich voornamelijk bezig met het onderzoeken van bewegingen van de mens. De kennis die hierbij opgedaan wordt kan toegepast worden om bewegingsprocessen (bijv lopen fietsen etc.) te verbeteren. Bij het analyseren van deze bewegingen wordt veel gebruik gemaakt van wiskundige modellen. Maar op welke manier gebeurt dat? En wat voor soort wiskunde komt daar bij kijken? Om hier antwoord op te krijgen, heb ik er voor gekozen een aantal onderzoeken uit de bewegingswetenschappen te behandelen:

1. De klapschaats
2. Sprongprestaties
3. Rolstoelrijden

Deze voorbeelden laten naar mijn mening duidelijk de toepassing van wiskunde binnen de bewegingswetenschappen zien.

Inhoudsopgave

Voorwoord	4
Samenvatting	5
1 Inleiding	7
1.1 Bewegingswetenschappen	7
1.2 Wiskunde toepassingen	8
1.3 Overzicht van dit werkstuk	8
2 De Klipschaats	9
2.1 Inleiding	9
2.2 De klipschaats	9
2.3 Onderzoek	10
2.4 Resultaten	13
2.5 Conclusie	14
3 Sprongonderzoek	15
3.1 Inleiding	15
3.2 Relatie spronghoogte en gewicht	15
3.3 Opstellen sprongmodel	17
3.4 Conclusie	21
4 Effectieve benutting van krachten bij rolstoelrijden	22
4.1 Inleiding	22
4.2 Geometrische modellering van de krachten	22
4.3 Bepaling optimale richting van kracht	25
4.4 Conclusie	27
Conclusie	28
Referenties	29

1 Inleiding

1.1 Bewegingswetenschappen

Beweging speelt een belangrijke rol in ieders leven. Mensen beginnen al met bewegen voordat ze geboren zijn en gaan hier over het algemeen mee door totdat ze sterven. Tijdens het leven zijn deze bewegingen nogal verschillend, bij een kind enorm energiek, maar naar mate we wat ouder worden, worden de bewegingen wat beheerster en soms ook wat lastiger zodat er wat assistentie vereist is om de bewegingen te kunnen uitvoeren. Ook communiceren doen we met behulp van bewegingen. In essentie is beweging nodig bij alle activiteiten die we doen. Biomechanische, fysiologische en psychologische processen beïnvloeden elkaar en spelen een rol bij beweging van de mens. Bij bewegingswetenschappen probeert men inzicht te verkrijgen in deze processen en hun interactie, zodat eventueel aspecten kunnen worden aangepast om de beweging te verbeteren.

Binnen de bewegingswetenschappen worden 6 verschillende onderzoekscategorieën onderscheiden:

- Bewegen
- Bewegingssystemen
- Bewegingscoördinatie
- Arbeid
- Sport
- Gezondheidszorg



Figuur 1.1 Voorbeelden van toepassingsgebieden binnen de bewegingswetenschappen.

Toepassingsgebieden waarin onderzoek naar gedaan wordt binnen de bewegingswetenschappen zijn bijvoorbeeld: fietsen, schaatsen, zwemmen, hardlopen, jongleren, RSI-onderzoek, babyonderzoek, tilprojecten en rolstoelprojecten (zie figuur 1.1).

1.2 Wiskunde toepassingen

Bij veel onderzoeksgebieden in de bewegingswetenschappen komt wiskunde voor. Vooral op het vlak biomechanica en mechanica wordt veel wiskunde gebruikt. Om wat meer inzicht te verkrijgen in de manier waarop wiskunde bij dit soort onderzoeken voorkomt en hoe daar gebruik van gemaakt wordt, heb ik een aantal onderzoeken uit de bewegingswetenschappen bestudeerd. Bij elk van deze onderzoeken ben ik wiskunde tegengekomen. In de volgende hoofdstukken vindt u samenvattingen van deze onderzoeken. Natuurlijk zijn er nog veel andere gebieden binnen de bewegingswetenschappen waar gebruik gemaakt wordt van wiskunde. De onderwerpen die behandeld worden in dit werkstuk zijn slechts een paar voorbeelden. In deze voorbeelden is naar mijn mening duidelijk te zien dat veel wiskunde voorkomt binnen de bewegingswetenschappen.

1.3 Overzicht van dit werkstuk

In dit werkstuk worden drie onderwerpen uit de bewegingswetenschappen behandeld. Daarbij wordt eerst een inleiding over het onderwerp gegeven waarbij ook een vraagstelling wordt geformuleerd. Vervolgens wordt een model opgesteld waarmee de vraag kan worden beantwoord en worden eventuele resultaten weergegeven. Tenslotte wordt elk onderwerp afgesloten met een conclusie waarin eventuele resultaten worden besproken en waarin wordt samengevat hoe de wiskunde bij het onderwerp gebruikt is. Na de drie onderwerpen volgt er nog een laatste hoofdstuk 'Conclusies' waarin nog een totaal overzicht van de gebruikte wiskunde wordt gegeven.

2 De Klapschaats

2.1 Inleiding

In de bewegingswetenschappen wordt veel onderzoek gedaan met als doel sportieve prestaties te kunnen verbeteren. Zo is ook veel onderzoek gedaan voor de schaatsport. Er zijn bijvoorbeeld speciale aërodynamische schaatspakken ontwikkeld om de luchtweerstand te verminderen, er is bepaald op wat voor een soort ijs de hoogste snelheid kan worden bereikt en er is een speciale schaats ontwikkeld waarmee een nog hogere snelheid behaald kan worden: de klapschaats. In dit hoofdstuk wordt de klapschaats nader bestudeerd. Allereerst wordt uitgelegd hoe de klapschaats werkt en hoe succesvol deze is gebleken (paragraaf 2.2). Daarna wordt aandacht besteed aan een onderzoek waarin de oorzaak van het succes van de klapschaats bestudeerd wordt (paragraaf 2.3). Vervolgens worden de resultaten van dit onderzoek weergegeven (paragraaf 2.4) en worden de conclusies van het onderzoek behandeld (paragraaf 2.5).

2.2 De klapschaats

Ruim tien jaar geleden is binnen de bewegingswetenschappen uitvoerig onderzoek gedaan naar de schaatsafzet. Uit dit onderzoek is gebleken dat een krachtige enkelstrekking ontbrak bij schaatsen, omdat dit niet mogelijk is met de conventionele schaats. De punt van de schaats zou daarmee namelijk in het ijs steken en dit zou alleen maar tot afremming leiden. Uit verschillende analyses van hardlopen, springen en sprinten is gebleken dat als die enkelstrekking wel gedaan zou kunnen worden, extra kuitspieren worden ingezet en dat de kniestrekking veel langer duurt, zodat een betere en krachtigere afzet verkregen kan worden. Door dit onderzoek is de Nederlandse bewegingswetenschapper Prof. dr. ir. G.J. van Ingen Schenau (Vrije Universiteit) op het idee gekomen om een schaats te ontwikkelen waarmee wel een enkelstrekking gedaan kan worden terwijl de ijzers op het ijs blijven: de klapschaats (zie figuur 2.1).



Figuur 2.1 Voorbeelden van de klapschaats.

De klapschaats verschilt ten opzichte van de conventionele schaats in het feit dat de hak van de schoen niet vast zit aan het ijzer. Er is een scharnierconstructie gemaakt zodat de hak van het ijzer los kan “klappen”, waardoor een eventuele enkelstrekking wel gemaakt kan worden. Het idee is dat het scharnier tijdens de enkelstrekking gedurende korte tijd open gaat (slechts ongeveer 0,05 s). Hierdoor blijft het glij-ijzer langere tijd op het ijs dan bij een normale schaats. Het klapmechanisme stelt de rijder in staat om de kniestrekkers en kuitspieren meer arbeid te laten leveren dan op noren. Deze extra arbeid moet de schaatser echter wel kunnen opbrengen.

Wereldrecords lange baan schaatsen vrouwen.					
Jaar\afstand	500m	1000m	1500m	3000m	5000m
1992 (conventionele schaats)	39.05	1.17.05	1.59.30	4.10.80	7.13.29
1996 (conventionele schaats)	38.69	1.16.23	1.58.47	4.08.61	7.09.54
2000 (klapschaats)	37.45	1.14.58	1.54.38	4.00.51	6.56.84

Tabel 2.1 Wereldrecords vrouwen. Verbetering van de records in 4 jaar tijd voor en na invoer van de klapschaats. Tot en met 1996 werd er op de conventionele schaats gereden. Vanaf 1997 werd er op de klapschaats gereden.

Wereldrecords lange baan schaatsen mannen.					
Jaar\afstand	500m	1000m	1500m	3000m	5000m
1992 (conventionele schaats)	36.41	1.12.54	1.51.60	6.38.77	13.43.54
1996 (conventionele schaats)	35.39	1.11.67	1.50.61	6.30.63	13.30.55
2000 (klapschaats)	34.32	1.08.35	1.45.56	6.18.72	13.03.40

Tabel 2.2 Wereldrecords mannen. Verbetering van de records in 4 jaar tijd voor en na invoer van de klapschaats. Tot en met 1996 werd er op de conventionele schaats gereden. Vanaf 1997 werd er op de klapschaats gereden.

Uit de praktijk is gebleken dat de klapschaats inderdaad leidt tot betere resultaten bij het schaatsen. De overstap van de conventionele schaats naar de klapschaats ging voor veel schaatsers gepaard met enorme progressie in persoonlijke records. Tabel 2.1 en 2.2 geven de wereldrecords voor respectievelijk mannen en vrouwen. Na 1996 is de klapschaats ingevoerd. Te zien is dat er tussen de wereldrecords van 2000 en 1996 een veel groter verschil zit dan tussen de wereldrecords van 1996 en 1992. Het blijkt dat de klapschaats voor een behoorlijke toename van de schaatssnelheid heeft gezorgd.

2.3 Onderzoek

Het is gebleken dat de klapschaats leidt tot een toename van de schaatssnelheid. Een interessante vraag hierbij is:

Komt de vermogenstoename wel door de enkelstrekking of zijn er andere aspecten die door de klapschaats veranderen waardoor het vermogen toeneemt?

In de bewegingswetenschappen is onderzoek gedaan naar de verschillen in afzetmechanica op de conventionele en de klapschaats. Het onderzoek had tot doel inzicht te verwerven in de manier waarop de vermogenstoename bij de klapschaats tot stand komt. Aan de hand van de resultaten van dit onderzoek kan een antwoord gevonden worden op bovenstaande vraag.

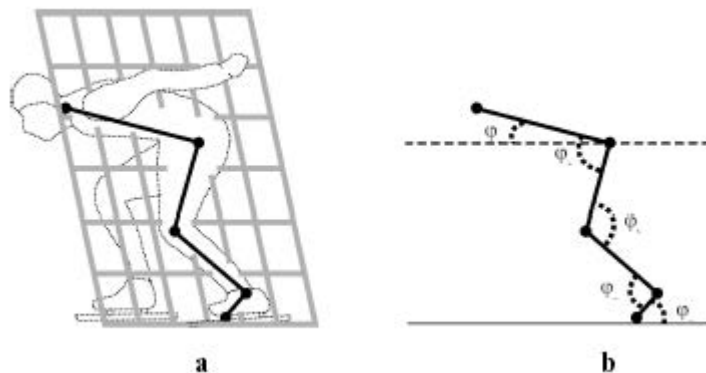
De klapschaats is tijdens een groot deel van de schaatsslag (0,5 - 0,8 s) dicht en gedraagt zich dan als een normale schaats. Alleen tijdens de afzetprocedure gaat het scharnier open en zouden er dus verschillen kunnen worden waargenomen. Om het afzetproces te kunnen analyseren zijn er een aantal gegevens nodig:

1. Beelden van het afzetproces voor zowel de afzet op de conventionele als voor de afzet op de klapschaats, waarin duidelijk is hoe de verschillende gewrichten zich ten opzichte van elkaar bevinden. Deze beelden zijn met behulp van speciale apparatuur en technieken ontwikkeld.
2. De snelheid van de schaatser. Deze werd gevonden na het filteren en differentiëren van de coördinaten van de heupmarker.

3. De afzetkracht die de schaatser levert. Deze werd gemeten met een speciaal ontwikkelde geïnstrumenteerde schaats. Hiervan is een conventionele variant en een klapschaats variant ontwikkeld, in beide gevallen de krachten gemeten konden worden.
4. De electromyografie van 10 beenspieren, aan de hand hiervan kan de timing en de mate van spieractiviteit worden afgeleid. De elektrische activiteit van de beenspieren werd opgenomen met behulp van oppervlakte elektroden.

Door de gegevens uit de filmanalyse en meetschaats aan elkaar te koppelen kunnen de netto gewrichtsmomenten en de arbeid geleverd rond ieder gewricht worden berekend. Deze analyse wordt uitgevoerd in het vlak dat kan worden geconstrueerd door enkel, knie en heup. De analyse bevat de volgende stappen:

- 1) Uit de projectie van de lichaamsmarkers in dit vlak worden de gewrichtshoeken berekend en wordt de hoeksnelheid van de gewrichten bepaald.



Figuur 2.2 a) filmanalyse, b) bepaling van de hoeken van de gewrichten

Uit afbeelding a is afbeelding b gemaakt, daarin zijn alle hoeken van de verschillende gewrichten te bepalen.

- 2) Door middel van een inverse dynamische analyse worden uit de gewrichtshoeken en afzetkracht de netto gewrichtsmomenten bepaald. De volgende formule is daarbij gebruikt:

$$M_g = L_{g,k} \cdot \vec{F}_g \quad (2.1)$$

Waarbij:

M_g : Het gewrichtsmoment van gewricht g uitgedrukt in Newton-meter.

$L_{g,k}$: De afstand die er is tussen het gewricht g en het punt waar de kracht uitgeoefend wordt (punt k) uitgedrukt in meters.

\vec{F}_g : De effectieve kracht die bijdraagt aan het moment uitgedrukt in Newton. Met andere woorden: de geleverde kracht in de richting van het moment M_g .

- 3) Het product van netto gewrichtsmoment en hoeksnelheid geeft het instantaan vermogen dat in het gewricht wordt ontwikkeld.

$$P_g = M_g \cdot \omega_g = L_{g,k} \cdot \vec{F}_g \cdot \omega_g \quad (2.2)$$

Waarbij:

P_g : Het geleverde vermogen door gewricht g uitgedrukt in watt.

M_g : Het gewrichtsmoment van gewricht g uitgedrukt in Newton-meter (2.1).

ω_g : De hoeksnelheid van het gewricht g, uitgedrukt in rad/sec.

- 4) De integraal van het gewrichtsvermogen levert de arbeid die tijdens de afzet wordt geleverd.

$$\text{Vermogen} = \frac{\text{arbeid}}{\text{tijdsduur}} \rightarrow P_g = \frac{\partial E_g}{\partial t} \quad (2.3)$$

De geleverde arbeid per afzet wordt daarom:

$$E_g = \int_{\text{afzetduur}} P_g dt = \int_{\text{afzetduur}} L_{g,k} \cdot \vec{F}_g \cdot \omega_g dt \quad (2.4)$$

Waarbij:

E_g : De geleverde arbeid door gewricht g uitgedrukt in joules.

P_g : Het geleverde vermogen door gewricht g uitgedrukt in watt (2.2).

t : De tijdsduur van de waarin de kracht geleverd wordt uitgedrukt in seconden.

- 5) De som van deze vermogens of arbeid geeft uiteindelijk het totale vermogen of de totale arbeid per afzet.

$$P_{tot} = \sum_{i=1}^n P_{g_i} = \sum_{i=1}^n L_{g_i,k} \cdot \vec{F}_{g_i} \cdot \omega_{g_i} \quad (2.5)$$

$$E_{tot} = \sum_{i=1}^n E_{g_i} = \sum_{i=1}^n \int_{\text{afzetduur}} L_{g_i,k} \cdot \vec{F}_{g_i} \cdot \omega_{g_i} dt \quad (2.6)$$

Waarbij:

P_{tot} : Het totale vermogen.

P_g : Het geleverde vermogen door gewricht g uitgedrukt in watt (2.2).

E_{tot} : De totale arbeid per afzet.

E_{g_i} : De arbeid geleverd door gewricht i (2.4).

n : Het totaal aantal gewrichten waarvoor de arbeid berekend wordt.

De gegevens over de afzetbeweging en afzetmechanica worden uiteindelijk gemiddeld over de proefpersonen voor de afzet op de conventionele schaats en klapschaats. Er kan aan de hand van bovenstaande berekeningen een vergelijk gemaakt worden tussen de conventionele schaats en de klapschaats voor:

- Het geleverde vermogen per gewricht (2.3).
- De arbeid per gewricht per afzet (2.4).
- Het totale geleverde vermogen (2.5)
- De totale arbeid per afzet (2.6).

Daarnaast kan er ook vergelijk gemaakt worden tussen de slagfrequentie. Dit kan uit de metingen bepaald worden.

2.4 Resultaten

Uit dit onderzoek is gebleken dat alle schaatsers sneller zijn op de klapschaats dan op de conventionele schaats. Ook blijkt dat dit verschil in snelheid volledig kan worden verklaard uit de toename van het uitwendige vermogen dat de schaatser levert. Met de in de vorige paragraaf beschreven analyse kunnen de arbeid per afzet en het vermogen bepaald worden. Daarnaast kan met behulp van de metingen ook de slagfrequentie bepaald worden. De resultaten hiervan worden gegeven in tabel 2.3.

	snelheid (m/s)	Slagfreq. (per sec)	arbeid per afzet (J)	vermogen (W)
Conv. Schaats	11.23	1.294	161.83	209.56
Klapschaats	11.86	1.354	173.10	234.38

Tabel 2.3 Resultaten van het onderzoek voor zowel de conventionele schaats als de klapschaats. Te zien is dat naast een toename in arbeid per afzet de klapschaats ook een toename in slagfrequentie oplevert ten opzichte van de conventionele schaats.

Het vermogen is toegenomen met:

$$(234.38 - 209.56) = 24.82$$

De arbeid per afzet is toegenomen met:

$$(173.10 - 161.83) = 11.27$$

De vermogenstoename die door de arbeidstoename tot stand komt is:

$$(173.10 - 161.83) \cdot 1.294 = 14.59$$

De vermogenstoename die door de toename in slagfrequentie tot stand komt is:

$$(1.354 - 1.294) \cdot 173.10 = 10.23$$

Uit de analyse blijkt dat de toename in vermogen niet volledig wordt verklaard door de toename van de hoeveelheid arbeid per afzet, zoals waarvan wordt uitgegaan in de theorie achter de klapschaats. Het blijkt dat de toename in hoeveelheid arbeid slechts voor ongeveer 3/5 verantwoordelijk is voor de toename van het uitwendige vermogen. De overige toename wordt verklaard door een verhoging van de slagfrequentie.

Wanneer de schaatsbeweging op de conventionele en klapschaats vergeleken worden, zijn er weinig verschillen te zien. Alleen in het laatste gedeelte van de afzet (50 ms) wordt er een verschil waargenomen. Bij de klapschaats klapt de schaatser, door de voet te roteren rond het scharnier van de schaats terwijl bij de conventionele schaats een soort van klapbeweging gemaakt wordt door de voet te roteren rond de voorste punt van het ijzer van de schaats. Bij het bestuderen van het spiergebruik van de schaatser op zowel de conventionele als de klapschaats, blijkt dat er geen verschil bestaat tussen het spiergebruik van de schaatser op de verschillende schaatsen.

2.5 Conclusie

De toename van het vermogen wordt slechts deels veroorzaakt door de toename in arbeid per afzet, de overige toename wordt veroorzaakt door een verhoging van de slagfrequentie. Het spiergebruik op de conventionele- en klapschaats blijkt geen verschillen te vertonen. Daardoor kan geconcludeerd worden dat de verschillen in arbeid niet primair de gevolgen zijn van spieractivatie en dus van de enkelstrekking zoals verwacht, maar dat deze ergens anders door veroorzaakt worden. Het blijkt dat deze veroorzaakt worden door het verschil in mechanische factoren, namelijk het verschil in draaipunt van de voet. Het blijkt dat wanneer het draaipunt van de voet bij de punt van de schoen ligt er een groter vermogen bereikt kan worden dan wanneer het draaipunt bij de voorste punt van het ijzer ligt.

Bij de bepaling van de hoeveelheid vermogen die geleverd wordt tijdens de afzet zijn veel natuurkundige formules gebruikt. Om deze te kunnen gebruiken, is ook kennis van wiskunde nodig. Bij dit onderwerp is duidelijk te zien dat kennis van wiskunde voor dit soort onderzoek noodzakelijk is.

3 Sprongonderzoek

3.1 Inleiding

In de bewegingswetenschappen wordt onder andere onderzoek gedaan naar de relatie tussen bepaalde eigenschappen en een prestatie. Er zijn veel eigenschappen bij het springen die invloed op de hoogte hebben. Voor elk van deze eigenschappen kan er onderzocht worden hoe de invloed hiervan op de spronghoogte is. In dit hoofdstuk zal aandacht besteed worden aan de relatie tussen spronghoogte en gewicht (paragraaf 3.2). Daarna zal een sprongmodel opgesteld worden voor een tweebeinig wezen zodat de invloed van de van beginstand van het wezen, de massa, en de kracht op de spronghoogte kan worden bepaald (paragraaf 3.3).

3.2 Relatie spronghoogte en gewicht

Vele eigenschappen hebben invloed op de spronghoogte. Dat de eigenschap gewicht invloed zal hebben op de spronghoogte is duidelijk. Des te zwaarder het wezen, des te meer kracht er nodig is om een bepaalde hoogte te bepalen. Maar in welke mate deze eigenschap invloed heeft op de spronghoogte is niet eenvoudig vast te stellen. Een interessante onderzoeksvraag is daarom:

Moet de kracht recht evenredig toenemen met het gewicht om een bepaalde hoogte te bereiken? Met andere woorden: springen grote en kleine wezens even hoog als de geleverde hoeveelheid kracht per eenheid gewicht hetzelfde is?

De gedachte die hierover bestond voordat er onderzoek werd uitgevoerd was de volgende:

- De sprongprestatie is onafhankelijk van de grootte van het wezen wanneer er geen luchtweerstand is. Met andere woorden alle wezens die gelijkvormig zijn, zouden dezelfde spronghoogte bereiken (hiermee wordt bedoeld het hoogste punt dat bereikt wordt tijdens de sprong door het zwaartepunt van het wezen) als ze dezelfde hoeveelheid arbeid per kilogram lichaam zouden leveren bij de sprong.
- Wanneer er wel luchtweerstand aanwezig is, springen kleinere wezens minder hoog dan grote wezens bij gelijke arbeid per kilogram gewicht. Dit komt omdat kleinere wezens relatief meer energie verspillen aan de luchtweerstand vanwege hun grotere verhouding oppervlakte/volume.

Een sprong is in feite een gevecht tussen de zwaartekracht en de geleverde sprongkracht. Het tegengaan van de zwaartekracht is gemakkelijker voor kleinere wezens omdat het zwaartekrachtmoment sneller daalt dan het spiermoment (respectievelijk L^4 en L^3 , waarbij L een schalingsfactor is voor de lengte). Er is onderzoek gedaan naar hoe dit mechanische voordeel (dus het kleiner zijn) zich in dynamische situaties gedraagt en hoe het een sprong beïnvloed.

Voor geometrisch gelijke springers met een massapunt en gewichtsloze benen kan analytisch worden aangetoond dat de eerste van bovengenoemde veronderstellingen onjuist is. Op basis van de wet van behoud van energie kan namelijk de volgende formule opgesteld worden:

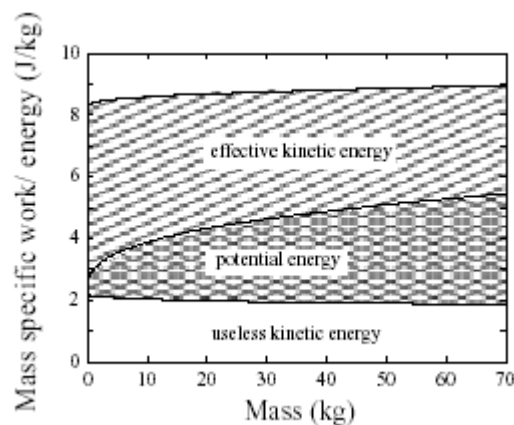
$$v_{\text{vertrek}} = \sqrt{2(W_m - Lg\Delta h)} \quad (3.1)$$

Waarbij geldt:

- v_{vertrek} : de vertreksnelheid.
- W_m : de arbeid per kilogram lichaamsgewicht.
- g : de versnelling die tot stand komt door de zwaartekracht.
- Δh : de vooraf verwachte hoogte die bereikt wordt
- L : de schalingsfactor voor de lengte.

Te zien is dus hoe kleiner de springer (hoe kleiner L), hoe groter de vertreksnelheid en dus hoe hoger de sprong.

In de praktijk is deze theorie getest en blijkt het inderdaad dat kleine springers hoger springen dan grotere springers. In figuur 3.1 wordt de energie geleverd door de springer afgezet tegen het gewicht van de springer. Te zien is dat de totale hoeveelheid bij licht springers zelfs iets minder is dan bij zwaardere. Maar omdat lichtere springers een grotere fractie van de geleverde energie omzetten in effectieve kinetische energie in vergelijking tot zwaardere springers, springen lichtere springers hoger. Met andere woorden, lichtere springers, bereiken een hogere vertrek snelheid dan zwaardere springers vanwege een hogere doeltreffendheid.



Figuur 3.1 Het gebruik van de geleverde energie per kilogram gewicht afgezet tegen het lichaamsgewicht.

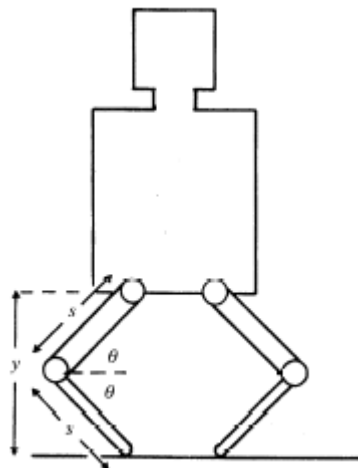
3.3 Opstellen sprongmodel

Om te onderzoeken hoe bepaalde eigenschappen invloed hebben op de spronghoogte, is het gebruikelijk een sprongmodel op te stellen. Dit kan zeer uitgebreid gedaan worden om bijvoorbeeld te onderzoeken hoe bepaalde spieren invloed hebben op de spronghoogte, maar kan ook zeer eenvoudig gedaan worden om bijvoorbeeld de invloed van de geleverde kracht op de spronghoogte te bepalen. In dit werkstuk wordt een sprongmodel opgesteld om de volgende onderzoeksvraag te beantwoorden:

Hoe kan de spronghoogte van een tweebenig wezen bepaald worden?

Natuurlijk zijn er enorm veel factoren die invloed hebben op de spronghoogte. Bij modelleren moeten altijd keuzes gemaakt worden over welke factoren er in het model meegenomen worden. Dit gebeurt ook in onderstaand sprongmodel. Factoren die worden meegenomen in het model zijn: massa, sprongkracht, hoek in de stand van de benen en beenlengte.

De sprong die gemodelleerd wordt, is weergegeven in figuur 3.2. Voor de sprong worden de benen gebogen, waarna de benen uitgestrekt kunnen worden om de sprong in te zetten.



Figuur 3.2 Modelling van een verticale sprong van een tweebenig wezen, ter verduidelijking van de hieronder genoemde aannames.

De volgende aannames worden gemaakt:

1. Het model is symmetrisch en daardoor is de sprong verticaal.
2. Elk been bestaat uit twee gelijke delen met lengte s .
3. Het punt van contact met de grond ligt recht onder de bijbehorende heup.
4. In de startpositie ($t=0$) is de hoek van elke knie 2θ .
5. De heupen zitten op hoogte y .
6. De knieën liggen zijwaarts op x afstand van de heupen.

Bij deze aannames kunnen de volgende formules opgesteld worden:

$$y = 2s \cdot \sin \theta \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = 2s \cos \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.3)$$

$$x = s \cdot \cos \theta \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -s \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.5)$$

Uit (3.2) volgt:

$$1. \quad s \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{-1}{2 \cos \theta} \frac{\partial y}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial x}{\partial t} = -s \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{1}{2} \tan \theta \frac{\partial y}{\partial t} \quad (3.6)$$

$$2. \quad 2 \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\sec \theta}{s} \frac{\partial y}{\partial t}, \quad \text{want} \left(\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} \right) \quad (3.7)$$

Vanwege de wet van behoud van energie moet de arbeid verricht door de knieën gelijk staan aan de som van de toename van potentiële energie (P) en kinetische energie (K). In de startpositie ($t=0$) oefenen de kniespieren momenten T uit op de knie welke toenemen met 'rate' $2 \frac{\partial \theta}{\partial t}$.

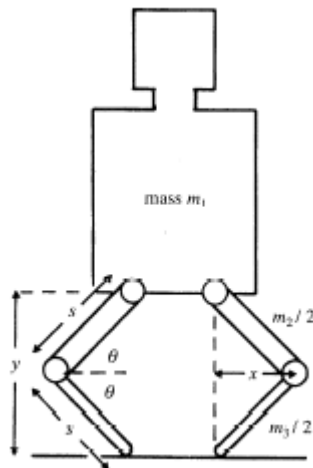
Daarom geldt de volgende vergelijking:

$$4T \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial K}{\partial t} \quad (3.8)$$

Het gewicht van de romp noemen we m_1 , het gewicht van de twee bovenste delen van de benen noemen we tezamen m_2 en van de onderste twee delen m_3 (zie figuur 3.3). Daarnaast wordt aangenomen dat de zwaartepunten van de beendelen allemaal precies in het midden liggen. Dit betekent dat de zwaartepunten van de onderbenen op hoogte $y/4$ liggen en van de bovenbenen op $3y/4$. De potentiële energie wordt dan:

$$P = \text{massa} \cdot g \cdot \text{hoogte} = \frac{gy}{4} (4m_1 + 3m_2 + m_3) \quad (g: \text{gravitatieversnelling}) \quad (3.9)$$

Deze vergelijking gaat ervan uit dat het zwaartepunt van de romp ter hoogte van de heupen ligt, hetgeen niet erg voor de hand ligt. Deze aanname heeft verder geen invloed op de analyse omdat er gewerkt wordt met de afgeleide van de potentiële energie en niet met de potentiële energie zelf.



Figuur 3.3 Modelling van een verticale sprong van een tweebenig wezen ter verduidelijking van de genoemde aannames met betrekking tot de massa.

De romp beweegt verticaal met snelheid $\frac{\partial y}{\partial t}$. De zwaartepunten van de boven- en onderbenen

hebben verticale snelheden van respectievelijk $\frac{3}{4} \frac{\partial y}{\partial t}$ en $\frac{\partial y}{4\partial t}$ en horizontale snelheden

van $\pm \frac{\partial x}{2\partial t}$.

Elk bovenbeen heeft een traagheidsmoment van: $\frac{m_2 s^2}{24}$ en een hoeksnelheid van: $\pm \frac{\partial \theta}{\partial t}$.

Elk onderbeen heeft een traagheidsmoment van: $\frac{m_3 s^2}{24}$ en een hoeksnelheid van: $\pm \frac{\partial \theta}{\partial t}$.

De totale kinetische energie wordt daarom:

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{1}{2} \cdot \text{massa} \cdot (\text{snelheid})^2 = \\
 &= \frac{1}{32} (16m_1 + 9m_2 + m_3) \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{8} (m_2 + m_3) \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 + \frac{s^2}{24} (m_2 + m_3) \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2
 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Vanwege (3.3) en (3.4) geldt:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\frac{1}{2} \tan \theta \frac{\partial y}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{4} \tan^2 \theta \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \quad \text{en} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{2s} \sec \theta \frac{\partial y}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{4s^2} \sec^2 \theta \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \quad (3.12)$$

Vergelijking (3.10) kan nu omgeschreven worden tot:

$$\begin{aligned}
 K &= \frac{1}{32}(16m_1 + 9m_2 + m_3)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{8}(m_2 + m_3)\frac{1}{4}\tan^2 \theta\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \\
 &+ \frac{s^2}{24}(m_2 + m_3)\frac{1}{4s^2}(1 + \tan^2 \theta)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \\
 &= \frac{1}{24}\left[12m_1 + 7m_2 + m_3 + \tan^2 \theta(m_2 + m_3)\right]\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Voor de notatie voeren we in:

$$m_4 = m_2 + m_3 \tag{3.14}$$

$$m_5 = 4m_1 + 3m_2 + m_3 \tag{3.15}$$

$$m_6 = 12m_1 + 7m_2 + m_3 \tag{3.16}$$

De potentiële en kinetische energie kunnen dan als volgt geformuleerd worden:

$$P = \frac{g \cdot y \cdot m_5}{4} \tag{3.17}$$

$$K = \frac{1}{24}(m_6 + m_4 \tan^2 \theta)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \tag{3.18}$$

Differentiëren naar t (tijd) levert:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{g \cdot m_5}{4} \frac{\partial y}{\partial t} \tag{3.19}$$

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{2}{24}(m_6 + m_4 \tan^2 \theta)\frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{1}{24}\left(2m_4 \tan \theta \sec^2 \theta \frac{\partial \theta}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \tag{3.20}$$

Nu kunnen we de oorspronkelijke vergelijking (3.7) invullen:

$$\begin{aligned}
 4T \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial K}{\partial t} \\
 \frac{2T \sec \theta}{s} \frac{\partial y}{\partial t} &= \frac{gm_5}{4} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{12}(m_6 + m_4 \tan^2 \theta)\frac{\partial y}{\partial t} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{2m_4}{24}(\tan \theta \sec^2 \theta)\left(\frac{1}{2s} \sec \theta \frac{\partial y}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \\
 \frac{2T \sec \theta}{s} &= \frac{gm_5}{4} + \frac{1}{12}(m_6 + m_4 \tan^2 \theta)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{m_4}{24s}(\tan \theta \sec^3 \theta)\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 \quad \rightarrow \\
 \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= \frac{48T \sec \theta - 6m_5 g \cdot s - m_4 \tan \theta \sec^3 \theta \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2}{2 \cdot s(m_6 + m_4 \tan^2 \theta)}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Deze laatste vergelijking wordt gebruikt om de beweging van het gemodelleerde te berekenen tijdens de sprong. De hoogte van de heupen (y) kan berekend worden door numeriek integratie en daaruit kan ook de kniehoek (2θ) bepaald worden.

Wanneer $y > 2s$ of $F_g < 0$ dan is het wezen van de grond af; $y=y_{off}$ en $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial y_{off}}{\partial t}$. Het zwaartepunt van het totale wezen stijgt dan met:

$$\frac{1}{(m_1 + m_2 + m_3)g} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{m_5}{4(m_1 + m_2 + m_3)} \frac{\partial y_{off}}{\partial t} \quad (3.22)$$

Van een object dat recht omhoog wordt geschoten wordt met een snelheid v is bekend dat deze stijgt tot een hoogte van $\frac{v^2}{2g}$. Het zwaartepunt van het wezen stijgt daarom tot:

$$\frac{v^2}{2g} = \left(\frac{m_5}{4(m_1 + m_2 + m_3)} \frac{\partial y_{off}}{\partial t} \right)^2 / 2g = \frac{m_5^2}{32(m_1 + m_2 + m_3)^2 g} \left(\frac{\partial y_{off}}{\partial t} \right)^2 \quad (3.23)$$

Aan de hand van deze formule kan bepaald worden hoe hoog een tweebeinig wezen springt.

3.4 Conclusie

Ook bij dit onderwerp hebben we weer kunnen zien dat dit onderzoek zonder kennis van wiskunde onmogelijk was geweest. Het modelleren en daarmee het voorspellen van een sprong vereist toepassingen van zowel natuurkundige als wiskundige technieken. Onderwerpen uit de wiskunde die bij dit onderzoek aan bod kwamen zijn: goniometrie, differentiëren, integreren.

4 Effectieve benutting van krachten bij rolstoelrijden

4.1 Inleiding

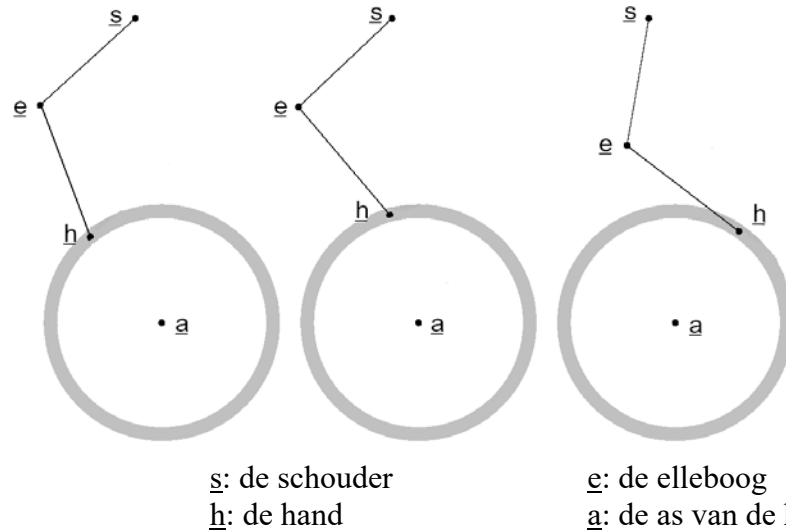
Een ander onderwerp wat binnen de bewegingswetenschappen vaak tot onderzoek doet bewegen is het rolstoelrijden waarbij de inzittende zich handmatig voortbeweegt. In dit hoofdstuk zal ingegaan worden op de richting waarin de inzittende zijn kracht geeft om de rolstoel vooruit te duwen. Bij bewegingswetenschappen wordt al een aantal jaar onderzoek gedaan naar de efficiëntie van het huidige proces van het voortbewegen in een rolstoel en naar de belasting van de spieren die daarbij gebruikt worden. Interessante vragen hierbij zijn:

- 1) Is de effectiviteit van de geleverde krachten wel optimaal bij rolstoelrijden?**
- 2) Wat is de meest optimale duwrichting bij het rolstoelrijden?**

Om antwoord te vinden op deze vragen wordt eerst ingegaan op het huidige rolstoel-proces en wordt dit proces gemodelleerd (paragraaf 4.2). Daarna worden doelfuncties opgesteld om de optimale doelrichting te bepalen (paragraaf 4.3). Als laatste zullen de conclusies over de opgestelde modellen worden besproken (paragraaf 4.4).

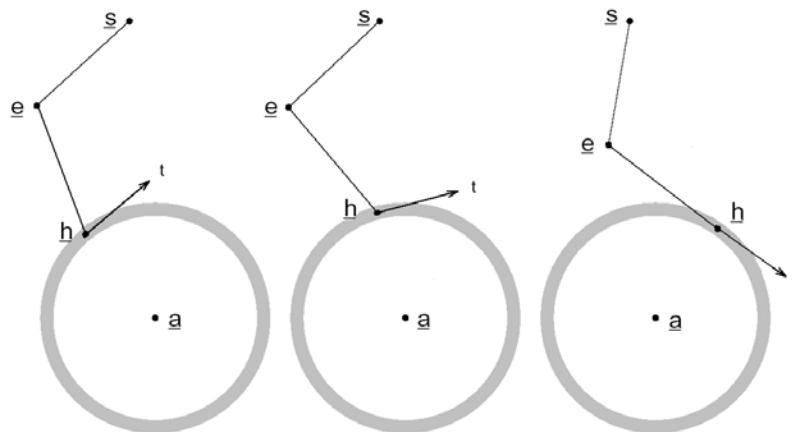
4.2 Geometrische modellering van de krachten

Tegenwoordig zien rolstoelen er vaak een stuk flitsender uit dan vroeger. Vooral de sportieve vormgeving doet ons geloven dat de rolstoelen veel gemakkelijker te berijden zijn dan een aantal jaar geleden. Natuurlijk zijn er behoorlijk wat aanpassingen gedaan aan de rolstoel waardoor het rijden ermee een stuk lichter is geworden. Toch blijft het een betrekkelijk onhandige en zware vorm van voortbewegen. Dit is vanwege het feit dat enkel de armen gebruikt kunnen worden. Daarom is het zeer belangrijk dat de krachten die geleverd worden zo optimaal mogelijk benut worden. Bij de meeste rolstoelen vindt de aandrijving plaats via zogenaamde hoepels die op de wielen zijn gemonteerd. Van de rolstoelrijder wordt daarbij een nauwkeurige en herhaalde duwbeweging gevraagd, waarbij de hand de draaiende hoepel moet grijpen en versnellen. Deze duwbeweging is vanwege de verschillende standen van het lichaam ten opzichte van de rolstoel opgedeeld in drie fases: het begin van het proces, het midden en het einde van het proces. Deze drie fases worden gemodelleerd. Hierbij wordt ervan uitgegaan dat alleen de schouders, ellebogen en handen van de persoon in de rolstoel invloed hebben op het duwproces (zie figuur 4.1).



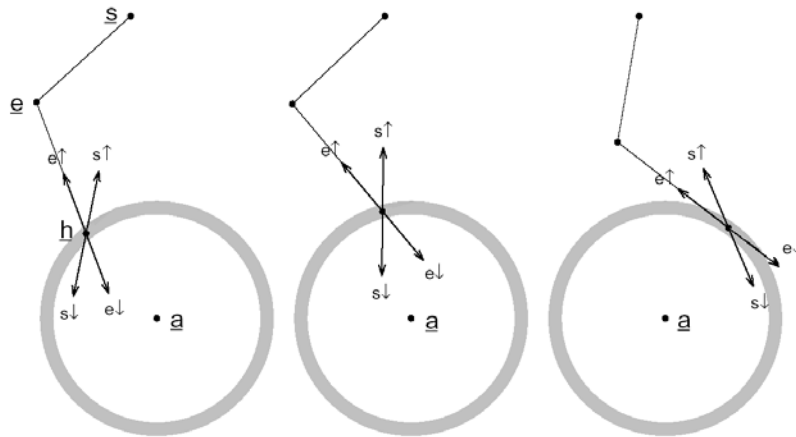
Figuur 4.1 Modelling van de drie fases die onderscheiden worden bij het rolstoelduwen.

Wanneer nu gekeken wordt naar de meest effectieve richting van de krachten zijn er twee aspecten die bekeken moeten worden. Allereerst moet er gekeken worden naar de mechanische meest effectieve richting, dat wil zeggen de richting waarbij de kracht de rolstoel het meest vooruit zal duwen. Deze richting wordt weergegeven in onderstaande figuur met t (*tangential*).



Figuur 4.2 Modelling van de mechanische meest effectieve krachtrichting (t) bij rolstoelduwen.

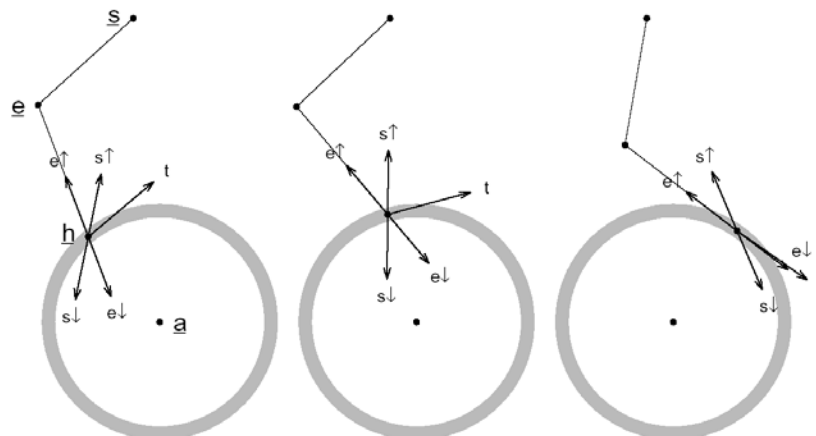
Daarnaast zal er ook rekening gehouden dienen te worden met de biomechanische meest effectieve richting, dat wil zeggen de richting waarbij er zo min mogelijk belasting op het schouder-arm systeem wordt uitgevoerd. Dit is de richting waarbij het elleboogmoment en het schoudermoment zo klein mogelijk zijn (zie figuur 4.3).



Figuur 4.3 Modelleren van de biomechanisch meest effectieve krachtrichtingen bij rolstoelduwen voor de schouder (s_{\downarrow} , s_{\uparrow}) en de elleboog (e_{\downarrow} , e_{\uparrow}).

e_{\downarrow} , e_{\uparrow} , s_{\downarrow} en s_{\uparrow} zijn de richtingen waarbij respectievelijk het elleboogmoment en het schoudermoment nul zijn. De biomechanische optimale richting zal ergens tussen s_{\downarrow} en e_{\downarrow} of tussen e_{\uparrow} en s_{\uparrow} liggen.

Wanneer we deze verschillende richtingen in 1 figuur modelleren zien we het volgende :



Figuur 4.4 Modelleren van beide meest effectieve richtingen.

We zien dat de mechanische en biomechanische meest effectieve richting alleen in de derde fase goed overeenkomen. In deze fase is het dus duidelijk hoe er gehandeld dient te worden. Uit de praktijk blijkt dat dit ook de werkelijke richting is waarin de kracht gegeven wordt in fase 3.

In de andere twee fases zien we dat de gewenste richtingen niet overeen komen. Het blijkt dus dat het rolstoelduw-proces in deze fase niet optimaal is. Wanneer gekozen wordt voor weinig belasting, dan zal de rolstoel bijna niet vooruitkomen, wanneer er voor maximale snelheid gekozen wordt, zal de rijder het niet lang volhouden en zullen schouderklachten ontstaan. Uit de praktijk blijkt dan ook dat er vanwege de twee tegenstrijdige doelen (snel vooruit gaan en weinig belasting van het schouder-arm systeem) de rolstoelrijder een tussenweg neemt voor de richting.

4.3 Bepaling optimale richting van kracht

Voor de eerste en tweede fase zal de optimale richting van het duwen dus ergens tussen de mechanische en biomechanische richting liggen. Maar waar precies ligt dat het optimum van de richting? Dit is niet eenvoudig vast te stellen. Daarvoor moet namelijk vastgesteld worden hoe belangrijk snelheid gevonden wordt en hoe belangrijk zo min mogelijk belasting van het schouder-arm systeem gevonden wordt. Een mogelijkheid om de optimale richting te bepalen is naar mijn idee de volgende:

Er zijn in feite twee doelen; het zo efficiënt mogelijk gebruiken van de krachten (dit noemen we doel 1) en het zo min mogelijk belasten van het schouder-arm systeem (doel 2). Deze doelen kunnen gekwantificeerd worden door het moment. Bij doel 1 is dit het moment dat op de as van de rolstoel wordt uitgevoerd: M_a . Bij doel 2 zijn dit zowel het schouder als het elleboogmoment: M_s en M_e . Deze momenten kunnen als volgt bepaald worden (ter vereenvoudiging worden zwaartekracht en wrijvingskracht buiten beschouwing gelaten):

$$M_a = L_{ah} \cdot \vec{F}_{M_a} = L_{ah} \cdot F \cdot \cos(\varphi) = L_{ah} \cdot F \cdot \cos(|\varphi_t - \varphi_r|) \quad (\text{fig 4.5a}) \quad (4.1)$$

$$M_s = L_{sh} \cdot \vec{F}_{M_s} = L_{sh} \cdot F \cdot \cos(\varphi) = L_{sh} \cdot F \cdot \cos(|(\varphi_{s\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r|) \quad (\text{fig. 4.5b}) \quad (4.2)$$

$$M_e = L_{eh} \cdot \vec{F}_{M_e} = L_{eh} \cdot F \cdot \cos(|(\varphi_{e\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r|) \quad (4.3)$$

Waarbij:

M_x : Het moment op x in Newton-meter

$L_{x,y}$: De afstand tussen x en y in het 2-dimensionale vlak (in meters)

\vec{F}_{M_x} : De kracht die geleverd wordt in de richting van het moment op x (in Newton)

F : De originele geleverde kracht (in Newton)

$\cos(\varphi)$: Cosinus van de hoek tussen de richting van de kracht en de richting voor berekening van het moment.

φ_i : De hoek van de vector i ten opzichte van de x-as.

a : As van het wiel.

s : Schouder van de rolstoelrijder.

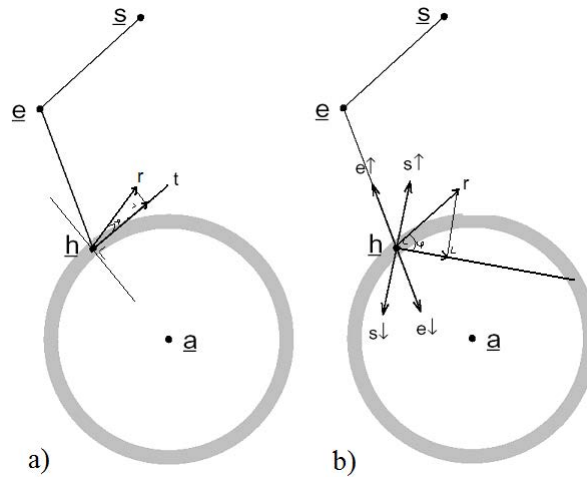
e : Elleboog van de rolstoelrijder.

h : Hand van de rolstoelrijder.

t : Optimale mechanische duwrichting.

$e\downarrow, e\uparrow$: Optimale biomechanische duwrichtingen met betrekking tot de schouder.

$s\downarrow, s\uparrow$: Optimale biomechanische duwrichtingen met betrekking tot de elleboog.



Figuur 4.5 Bepaling van de grootte van de krachten in de rijrichting (a) en in de richting loodrecht op de schouder-hand richting (b).

Het eerste doel is M_a maximaliseren:

$$\max M_a \quad (4.4)$$

Het tweede doel is M_s en M_e te minimaliseren. Maar wat is daarbij van groter belang? Een kleiner schoudermoment of een kleiner elleboogmoment. Dit hangt af van de grootte van de schouder- en elleboogspieren en van de belasting die de gewrichten aankunnen. In het model wordt dit meegenomen door gewichten aan de momenten toe te voegen. Deze gewichten kunnen zowel constanten zijn als functies van bepaalde variabelen. Het tweede doel wordt daardoor:

$$\min w_s \cdot M_s + w_e \cdot M_e \quad (4.5)$$

Nu de twee aparte doelen bekend zijn, moet er nog een gezamenlijke doelfunctie bepaald worden. Hier geldt weer dat er gewichten toegevoegd moeten worden om de waarde van de doelen in het model te verwerken. Hoe staat een groter as-moment ten opzichte van een kleiner schouder- of elleboogmoment? De totale doelfunctie wordt hiermee de volgende:

$$\begin{aligned} \max \frac{w_{d1} \cdot M_a}{w_{d2} (w_s \cdot M_s + w_e \cdot M_e)} &= \\ \max \frac{w_{d1} \cdot (L_{ah} \cdot F \cdot \cos(|\varphi_t - \varphi_r|))}{w_{d2} w_s (L_{sh} \cdot F \cdot \cos(|(\varphi_{s\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r|)) + w_{d2} w_e (L_{eh} \cdot F \cdot \cos(|(\varphi_{e\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r|))} &= \\ \max \frac{w_{d1} \cdot L_{ah} \cdot \cos(|\varphi_t - \varphi_r|)}{w_{sd2} \cdot L_{sh} \cdot \cos(|(\varphi_{s\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r|) + w_{sd2} \cdot L_{eh} \cdot \cos(|(\varphi_{e\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r|)} & \quad (4.6) \end{aligned}$$

Binnen deze doelfunctie is alleen φ_r een onbekende variabele. De optimale oplossing van dit model is sterk afhankelijk van de gewichten die ingevuld worden. Des te belangrijker het betreffende moment gevonden wordt, des te hoger het bijbehorende gewicht dient te zijn. Voor de hand ligt dat de gewichten functies zijn die afhankelijk zijn van de grootte van het moment. Wanneer het elleboogmoment bijvoorbeeld erg klein is, is het minder erg wanneer dit iets

toeneemt dan wanneer het al erg groot is. Natuurlijk kunnen de gewichtsfuncties ook nog van vele andere variabelen afhangen. Om tot realistische functies te kunnen komen, dient onderzoek in de praktijk te worden gedaan.

Wanneer we de aanname doen dat de gewichten w_{d1} , w_{sd2} , en w_{ed2} constanten zijn. Kan er bepaald worden welke richting de optimale richting is indien alle constanten (w_{d1} , w_{sd2} , w_{ed2} , L_{ah} , L_{sh} , L_{eh} , φ_t , φ_s , φ_e) bekend zijn. Hiervoor zoeken we het optimum van bovenstaande functie. Dit vinden we door de afgeleide van bovenstaande functie gelijk aan nul te stellen:

$$f(\varphi_r) = \frac{w_{d1} \cdot L_{ah} \cdot \cos(\varphi_t - \varphi_r)}{w_{sd2} \cdot L_{sh} \cdot \cos((\varphi_{s\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r) + w_{ed2} \cdot L_{eh} \cdot \cos((\varphi_{e\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r)} \quad (4.7)$$

$$f'(\varphi_r) = \frac{w_{d1} L_{ah} \sin(\varphi_t - \varphi_r)}{[w_{sd2} L_{sh} \cdot \cos((\varphi_{s\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r) + w_{ed2} L_{eh} \cdot \cos((\varphi_{e\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r)]} - \frac{w_{d1} L_{ah} \cos(\varphi_t - \varphi_r) \cdot [w_{sd2} L_{sh} \cos(\varphi_{s\downarrow} - \varphi_r) + w_{ed2} L_{eh} \cos(\varphi_{e\downarrow} - \varphi_r)]}{[w_{sd2} L_{sh} \cdot \cos((\varphi_{s\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r) + w_{ed2} L_{eh} \cdot \cos((\varphi_{e\downarrow} + \pi/2) - \varphi_r)]^2} = 0$$

Helaas is dit niet eenvoudig op te lossen en zal dit met behulp numerieke algoritmes moeten worden bepaald.

4.4 Conclusie

Aan de hand van de modellering van de drie fases is duidelijk te zien dat het rolstoelduw-proces niet optimaal in elkaar zit. Dit dient als basis voor verder onderzoek naar het verbeteringen van het rolstoelproces zodat het de mechanisch en biomechanisch meest effectieve richting meer overeen gaan komen. Hierbij kan gedacht worden aan de plaats van de persoon in de rolstoel, de plaats van waar de persoon kracht dient te zetten etc. Bij dit verdere onderzoek wordt ook de grootte van de krachten meegenomen. Om de krachten op bepaalde spieren te kunnen schatten wordt gebruikt gemaakt van biomechanische rekenmodellen.

Daarnaast is een model opgesteld waarmee de meest optimale duwrichting kan worden bepaald in de huidige situatie. Echter voordat dit model doorgerekend kan worden dienen de gewichtsfuncties bepaald te worden. Deze kunnen op vele manieren ingevuld worden. Om dit op een juiste manier te doen, is meer onderzoek nodig.

Zowel bij het opstellen van de modellen voor het rolstoelduw-proces als voor het opstellen van het model voor de meest optimale richting, is veel wiskunde nodig. Zowel kennis van geometrie als van analyse is noodzakelijk. Daarnaast is een algemeen wiskundig inzicht nodig om te kunnen modelleren.

Conclusie

Het doel van dit werkstuk is om meer te weten te komen over hoe wiskunde toegepast wordt in de bewegingswetenschappen. De methode om tot dit doel te komen was een aantal onderzoeken uit de bewegingswetenschappen te bestuderen en er op die manier achter te komen op welke manier wiskunde wordt toegepast. De drie onderzoeken die in dit werkstuk behandeld zijn geven duidelijk weer dat kennis van wiskunde voor het onderzoek in de bewegingswetenschappen noodzakelijk is. We hebben gezien dat er veel verschillende wiskunde onderwerpen aan bod komen:

- Geometrie
- Goniometrie
- Differentiëren
- Integreren

Daarnaast is ook een algemeen wiskundig inzicht vereist om te kunnen modelleren en te kunnen analyseren. Met dit werkstuk is duidelijk aangetoond dat er bij bewegingswetenschappen veel wiskunde gebruikt wordt. Daarnaast is voor mij ook meer duidelijkheid gekomen over op welke manier er wiskunde gebruikt wordt binnen de bewegingswetenschappen en bij wat voor soort onderzoeken het wordt toegepast. Het staat vast dat wiskundige modellen en oplossingsmethoden een onmisbare schakel vormen in de bewegingswetenschappen.

Referenties

- [1] G.J. van Ingen Schenau, G. de Groot and A.P. Hollander, 1983. *Some Technical, Physiological and Anthropometrical Aspects of Speed Skating*. European Journal of Applied Physiology.
- [2] E.R. de Haan, R.P. Stam, J.J. de Koning en G.J. van Ingen Schenau, 1997. *The Biomechical and Physiological differences between conventional skaters and slap-skaters (BOK-project)*. NOC-NSF.
- [3] H. Houdijk, J.J. de Koning, 1998. *In één klap vooruit (BOK-project)*. NOC NSF.
- [4] G.J. van Ingen Schenau, J.J. de Koning en H. Houdijk, 1998. *Klappen voor wereldrecords*. Natuur en Techniek 66(1), 10-21.
- [5] H. Houdijk., J.J. de Koning, G. de Groot, M.F. Bobbert, and G. J. Van Ingen Schenau, 2000. *Push-off mechanics in speed skating with conventional skates and klapskates*. Medicine & Science in Sports & Exercise., Vol. 32, No. 3, pp. 635–641.
- [6] R. M. Alexander, 1995. *Leg Design and Jumping Technique for Humans, other Vertebrates and Insects*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B: Biological Sciences 347, 235-248.
- [7] M.F. Bobbert, A.J. Van Soest, 2001. *Why do people jump the way they do?* Exercise and Sport Sciences Reviews 29, 95-102.
- [8] H.E.J. Veeger, 1999. *Biomechanics of manual wheelchair propulsion*. Biomedical Aspects of Manual Wheelchair Propulsion: the state of the art II. IOS Press, Amsterdam, pp. 86-95.
- [9] L.A. Rozendaal, H.E.J. Veeger, L.H.V. van der Woude, 2003. *The push force pattern in manual wheelchair propulsion as a balance between cost and effect*. Journal of Biomechanics 36, 239-247.
- [10] W. Hogervorst, 1980. *Basis Natuurkunde*. Vrije Universiteit.
- [11] <http://www.sportsci.com>
- [12] <http://www.fbw.vu.nl>
- [13] <http://nl.wikipedia.org>

