

# Voorraadbeheer

bij de  etos

**Amanda van der Geer**

BWI werkstuk

Vrije Universiteit, Amsterdam  
Faculteit der Exacte Wetenschappen  
Studierichting Bedrijfswiskunde en informatica  
De Boelelaan 1081a  
1081 HV Amsterdam

bedrijf:  
Etos Gelderlandplein  
Gelderlandplein 157  
1082 LW Amsterdam

Begeleider: Marco Bijvank

Amsterdam, maart 2007



# Inhoudsopgave

Voorwoord	i
Management Samenvatting	iii
1 Inleiding	1
2 Huidig bevoorradingsproces	3
2.1 Huidige bevoorrading	3
2.2 Waarde analyse	4
3 Knelpunten huidige situatie	7
3.1 Ondoorzichtige bestelprocedure	7
3.2 Schommelingen in bestelhoeveelheden	8
3.3 Afwijking tussen bestelling en levering	10
3.4 Conclusie	10
4 Voorraad model	13
4.1 Karakteristieken van model	13
4.2 $(R,S)$ model	14
4.3 Serviceniveau	16
4.4 Doelstelling	17
4.5 Voorbeeld	18
5 Conclusies en adviezen	25
Bibliografie	27
Bijlage	29
A Notatie	29
B Programma code	31



# Voorwoord

Een onderdeel van de master van de studie Bedrijfswiskunde en informatica aan de Vrije Universiteit te Amsterdam is het schrijven van een BWI werkstuk. Het doel hiervan staat als volgt vermeld: 'de student beschrijft voor een deskundige manager op een heldere wijze (beknopt en zakelijk) een probleem' [1]. In het BWI werkstuk moet zowel het bedrijfsgerichte aspect als het wiskundige en/of informatica aspect naar voren komen.

Mijn afstudeerrichting is Optimalisatie van Bedrijfsprocessen en daarom ging ik in die richting op zoek naar een geschikt onderwerp. Ik werkte al jaren bij de Etos op het Gelderlandplein te Amsterdam en daarom leek het me leuk daar wat mee te doen. Mijn BWI werkstuk heeft dus betrekking op het voorraadbeheer bij deze Etos vestiging, maar kan ook voor andere vestigingen worden gebruikt. In de retail is efficiency van het voorraadbeheer en maximale klanttevredenheid erg belangrijk. De klant is tevreden als er voldoende voorraad van de producten is en de klant dus niet misgrijpt. Een klant grijpt mis als een product dat de klant wil kopen niet op voorraad is en de klant dit dus niet kan kopen. In dit werkstuk neem ik aan de hand van een model het voorraadbeheer onder de loep. Ik analyseer de huidige situatie en kijk hierbij ook naar data over de verkoop, voorraad en bestellingen bij deze vestiging. Vervolgens pas ik een voorraadmodel op de data toe, wat leidt tot een verbeterd voorraadbeheer proces en een hogere klanttevredenheid.

Hierbij wil ik graag Marco Bijvank van de Vrije Universiteit bedanken voor het begeleiden van mijn BWI werkstuk en de goede adviezen. Daarnaast wil ik Naomi Aferiat, de winkelmanager van de Etos op het Gelderlandplein, bedanken voor haar medewerking en het beschikbaar stellen van data. Ook wil ik graag R. Ozinga en R. Bisscheroux van het Etos hoofdkantoor bedanken voor het beschikbaar stellen van de data.

Amanda van der Geer  
maart 2007



## Management Samenvatting

Voorraadtechnisch is het niet mogelijk dat een klant ten alle tijden alles uit de winkel kan krijgen en dit is ook niet rendabel. De doelstelling van dit werkstuk is het bestelproces onder handen te nemen om zo de efficiency en daarmee de klanttevredenheid te verbeteren. De klanttevredenheid wordt uitgedrukt in een serviceniveau gedefinieerd als de vraag waaraan direct kan worden voldaan met de voorraad in het filiaal (winkel en magazijn).

In de huidige situatie komen de volgende knelpunten naar voren:

- ondoorzichtige bestelprocedure
- schommelingen in bestelhoeveelheden, waardoor er te veel of te weinig voorraad is
- afwijking tussen bestelde en geleverde hoeveelheden

De knelpunten kunnen worden aangepakt door een maximum voorraad  $S$  in te stellen. De waarde hiervan wordt door het  $(R,S)$  model bepaald. De  $R$  geeft de review periode aan, dus de tijd die tussen twee bestelmomenten zit. Er wordt wekelijks besteld en geleverd vanuit één distributiecentrum. Op het bestelmoment wordt de huidige voorraad in het filiaal aangevuld tot voorraadmiveau  $S$ . Een Markov keten kan gebruikt worden om specifieke parameters voor het  $(R,S)$  model door te rekenen. De doelfunctie is het minimaliseren van het maximum bestelniveau  $S$  onder de voorwaarde dat de klanttevredenheid groter of gelijk is aan 98%. Onder deze doelfunctie wordt voorkomen dat er onnodig veel voorraad wordt aan gehouden. Gedurende de review periode kan dus aan maximaal 2% van de vraag niet worden voldaan.

De knelpunten zijn met het model aangepakt. Er zijn door het instellen van een vast maximum voorraadmiveau minder extreme schommelingen in de bestellingen. Het distributiecentrum weet daardoor beter waar het aan toe is. Ook is er nu voldoende voorraad en er is geen onnodig grote voorraad. Er kan slechts aan 2% van de vraag niet worden voldaan, dus de klanttevredenheid is hoog. Elke medewerker bestelt nu tot dezelfde maximum hoeveelheid en niet meer op basis van eigen intuïtie en ervaring. Bovendien wordt er gebruik gemaakt van historische gegevens. Het bestellen kost minder tijd omdat het duidelijk is hoeveel er besteld moet worden. De efficiency en de klanttevredenheid zijn dus verbeterd.

Om niet elke keer het programma te moeten gebruiken, is het advies om een tabel te maken met het optimale maximum voorraadmiveau  $S$  bij verschillende waarden voor de gemiddelde verkoop per week. Zo hoeft slechts de tabel geraadpleegd te worden en kost het niet veel tijd door het programma te laten draaien. Verder kan er nog gekeken worden naar de actieproducten en seizoensinvloeden als uitbreiding.





## **1 Inleiding**

Een klant wil ten alle tijden alles uit de winkel kunnen krijgen. Dit is echter voorraadtechnisch niet mogelijk en ook niet rendabel. Daarom kan er sprake zijn van misgrijpen, oftewel de klant kan niet kopen wat hij wil kopen. Klantentevredenheid wordt gerelateerd aan het aantal misgrijpen. In de retail is efficiency van het voorraadbeheer en maximale klantentevredenheid erg belangrijk. De doelstelling van dit werkstuk is het bestelproces onder handen te nemen om zo de efficiency en daarmee de klantentevredenheid te verbeteren.

In Hoofdstuk 2 wordt het huidige bevoorradingsproces van de Etos op het Gelderlandplein besproken. In Hoofdstuk 3 staan de knelpunten in de huidige situatie vermeld. Hoofdstuk 4 maakt de vertaalslag van praktijk en gewenste situatie naar een model. Dit wordt door middel van data ondersteund. Hoofdstuk 5 komt met conclusies en adviezen. In Bijlage A wordt de gebruikte notatie samengevat weer gegeven. En in Bijlage B wordt de code van het programma gegeven waarmee de berekeningen zijn uitgevoerd.

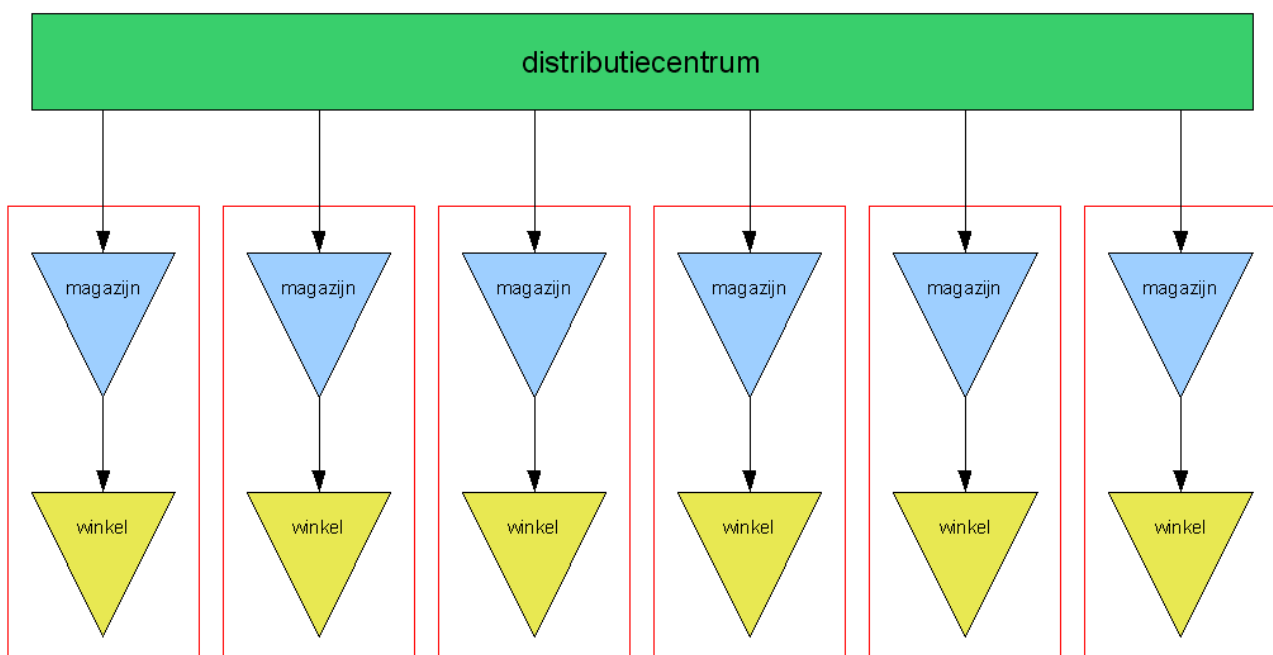


## 2 Huidig bevoorradingsproces

In dit hoofdstuk wordt de huidige situatie van het Etos filiaal op het Gelderlandplein beschreven. In Sectie 2.1 wordt een beeld geschept van de huidige manier van bevoorraden in de winkel. In Sectie 2.2 wordt gekeken naar de waarde van de verkoop, inkoop en voorraad van dit filiaal om een idee te krijgen van de omvang van het voorraadbeheer.

### 2.1 Huidige bevoorrading

Het Etos filiaal op het Gelderlandplein wordt door één centraal distributiecentrum bevoorrad. Dit distributiecentrum bevoorradt daarnaast nog andere Etos filialen. In eerste instantie komt de voorraad in het magazijn van het filiaal binnen en vervolgens komen de producten in de winkel te liggen voor de verkoop. Met voorraad in een filiaal wordt de totale voorraad van het magazijn en de winkel bedoeld. In Figuur 1 is dit visueel weergegeven. Een rood blok geeft een filiaal aan.



*Figuur 1: huidige bevoorrading*

De Etos op het Gelderlandplein heeft ongeveer 15000 verschillende producten in het assortiment. Deze kunnen alleen op woensdag besteld worden bij het distributiecentrum van Etos. De levering naar een magazijn van een filiaal vindt dan plaats op de maandagmiddag daarop. De geleverde producten kunnen dan op dinsdag in de winkel geplaatst worden. Daarnaast wordt er bijna dagelijks gekeken of er producten in het magazijn staan die in de winkel geplaatst kunnen worden.

In een filiaal worden producten besteld bij het distributiecentrum met een handcomputer. Hierin staat de huidige voorraad van het filiaal vermeld en wat de minimale voorraad moet zijn. Een medewerker loopt dan producten in de winkel handmatig af om te kijken of er besteld moet worden. De medewerker bepaalt zelf of er besteld wordt en zo nodig ook de hoeveelheid. Dit wordt gedaan door de barcode van het product te scannen en aan te geven hoeveel er besteld moet worden. Er wordt door verschillende medewerkers besteld met ieder zijn eigen inbreng in en opvattingen over het bestelproces.

Daarnaast zijn er wekelijks actieproducten die extra besteld moeten worden. Het is voordeliger om een groot aantal actieproducten te bestellen van producten die vast in het assortiment zitten, omdat deze zo goedkoper worden ingekocht. De hoeveelheid die extra besteld wordt, wordt ook bepaald door een medewerker zelf. Ik neem actieproducten niet mee in dit werkstuk. Actieproducten hebben immers een andere vraagverdeling en deze producten behoeven dus een andere analyse.

## **2.2 Waarde analyse**

[.....]

### 3 Knelpunten huidige situatie

Voor het vinden van de knelpunten in de huidige situatie, worden een aantal producten uit het gehele assortiment nader bekeken. Het meest verkochte product in 2005 is Etos paracetamol 500 milligram 48 stuks. De jaarafzet van de top 10 meest verkochte producten van deze Etos in 2005 zijn:

[.....]

Paracetamol wordt het meeste verkocht en zal in de volgende secties nader bekeken worden. Voor de overige producten uit het assortiment zijn dezelfde problemen waarneembaar. Sectie 3.1 behandelt de ondoorzichtige bestelprocedure zoals die nu in het filiaal gebruikt wordt. In Sectie 3.2 bekijken we de schommelingen in de bestelhoeveelheden. In Sectie 3.3 wordt gekeken naar de afwijking tussen de bestelde en geleverde hoeveelheid producten. Tenslotte wordt in Sectie 3.4 een conclusie gegeven.

#### 3.1 Ondoorzichtige bestelprocedure

Doordat meerdere medewerkers bestellen kan het voorkomen dat een bepaald product elke week door iemand anders besteld wordt. Aangezien de communicatie tussen de medewerkers over de bestellingen niet optimaal is, gaat het bestellen van producten niet efficiënt. En efficiency is juist heel belangrijk in de retail. Bestellen kost nu ook veel tijd, omdat er goed bekeken moet worden hoeveel er besteld moet worden. Er is geen voorraadniveau gegeven hoeveel besteld moet worden. Een medewerker bestelt op basis van zijn eigen intuïtie. Er wordt dus niet gekeken naar historische gegevens. Het is voor de medewerkers dus onduidelijk hoeveel er besteld moet worden.

#### 3.2 Schommelingen in bestelhoeveelheden

Er wordt door verschillende medewerkers besteld, zonder veel onderlinge communicatie over de bestellingen. Zo kan het voorkomen dat een medewerker een grote hoeveelheid besteld, omdat deze denkt dat er weinig voorraad is. Maar het kan dat de week ervoor juist door een andere medewerker veel van dit product besteld is en er dus wel veel voorraad in het magazijn staat. Of dat er van dat product wel veel besteld is, maar dat deze hoeveelheid door het distributiecentrum niet geleverd kon worden. Zo ontstaan er veel schommelingen in de hoeveelheid voorraad met als gevolg dat er soms een tekort en soms een overvloed aan een product ontstaat. Een voorbeeld hiervan is het Etos merk paracetamol (24 stuks). De voorraad, verkoop en geleverde hoeveelheid hiervan zijn per week in Figuur .. weergegeven.

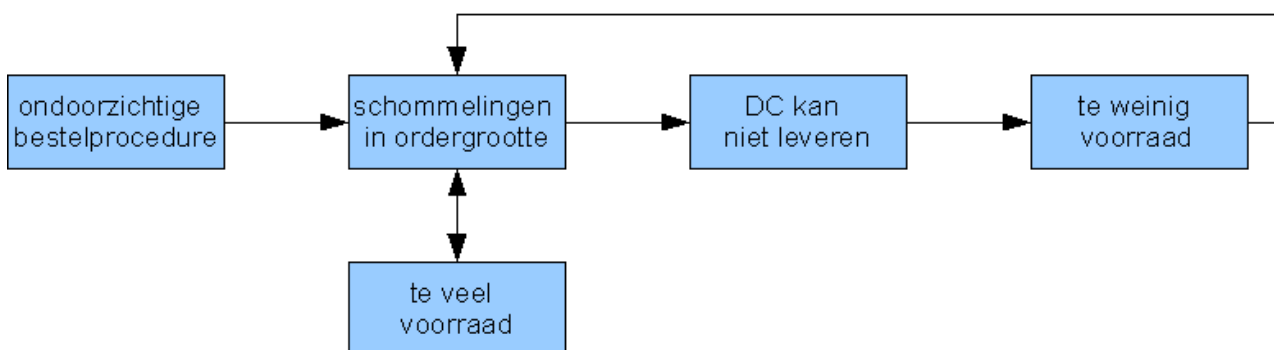
[.....]

### 3.3 Afwijking tussen bestelling en levering

Zoals in Hoofdstuk 1 al staat is het voor een retail winkel belangrijk voldoende voorraad te hebben om aan de vraag te kunnen voldoen en om misgrijpen te voorkomen. Hoe minder misgrijpen, hoe hoger immers de klantentevredenheid. Te weinig voorraad kan komen doordat er te weinig besteld is of doordat het distributiecentrum niet de gewenste hoeveelheid kan leveren. Voor de tissues is in Tabel 1 weergegeven hoeveel er besteld is en hoeveel er daadwerkelijk geleverd is in de weken dat deze niet gelijk zijn aan elkaar.

### 3.4 Conclusie

De drie knelpunten in de huidige situatie zijn een ondoorzichtige bestelprocedure, schommelingen in de bestelhoeveelheden en afwijking tussen bestelling en levering. Figuur 2 vat de drie oorzaken van te veel of te weinig voorraad samen.



*Figuur 2: overzicht knelpunten huidige situatie*

Om te zorgen dat er niet te weinig voorraad aanwezig is, kan het voor het filiaal voordelig zijn om een vast maximum bestelniveau te hanteren. Er moet dan iedere woensdag besteld worden tot het maximum voorraadniveau. Deze maximum waarden moeten aan de hand van historische data bepaald worden. Dit maximum voorraadniveau zorgt er ook voor dat er niet te veel voorraad is.

Waarom er soms niet vanuit het distributiecentrum (DC) kan worden geleverd, is moeilijk vast te stellen. Wellicht dat er te veel vraag is door de winkels en het DC daardoor niet kan leveren of slechts gedeeltelijk kan leveren. Als de bestelde hoeveelheden van de winkels meer constant zouden zijn over de weken, weet het DC beter waar het aan toe is. Zo zouden ze weten hoeveel de winkels ongeveer bij elkaar per week bestellen en hoeveel producten het DC dus op voorraad moet hebben. Het DC kan hier dan op tijd op inspelen en een voldoende voorraad aanleggen. Als er dus een maximum voorraadniveau is tot waar elke week moet worden besteld, leidt dit tot een meer constante bestelhoeveelheid van de winkels aan het DC. Dan kan het DC meestal aan de bestellingen voldoen en zijn er dus minder misgrijpen en dus een hogere klantentevredenheid.

Er moet dus een model komen waarin een maximum voorraadniveau verwerkt zit tot welk niveau telkens besteld moet worden. Zo is snel duidelijk hoeveel er van een product besteld moet worden en gaat het bestellen efficiënter. Het maakt dan niet meer uit dat meerdere medewerkers bestellen, want het maximum voorraadniveau staat vast en dus is de bestelde hoeveelheid niet meer afhankelijk van het inzicht van een medewerker. Grote schommelingen in de bestelde hoeveelheid zullen dan niet meer voorkomen. Bovendien wordt er bij de bepaling van het maximum voorraadniveau gekeken naar historische data. In het volgende hoofdstuk wordt een model behandeld dat het maximum voorraadniveau berekent.





## 4 Voorraad model

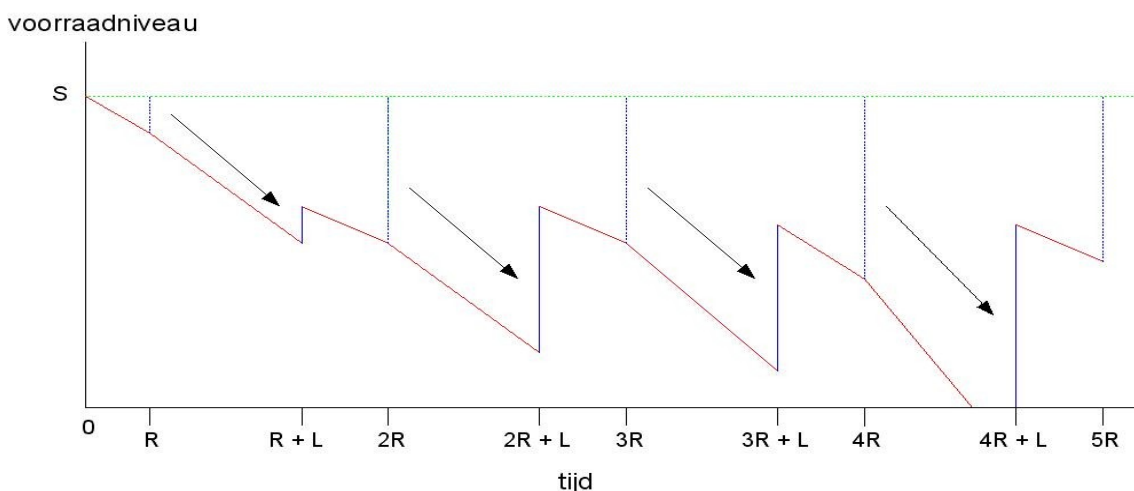
De knelpunten die in het vorige hoofdstuk aan bod zijn gekomen, kunnen worden opgelost door een maximum voorraadniveau in te stellen. In dit hoofdstuk wordt een model behandeld om dit maximum voorraadniveau te bepalen. In Sectie 4.1 worden de karakteristieken van dit model gegeven en in Sectie 4.2 wordt het model beschreven. Sectie 4.3 gaat over het serviceniveau, wat de klantentevredenheid aangeeft. Sectie 4.4 geeft een voorbeeld van het model met data van het Etos filiaal op het Gelderlandplein.

### 4.1 Karakteristieken van model

De karakteristieken van het model zijn:

- Er is sprake van periodiek bestellen.
- Er wordt besteld tot een maximum niveau.
- Er kan sprake zijn van misgrijpen en er zijn geen naleveringen.
- De levertijd ( $L$ ) is kleiner dan de review periode ( $R$ ). Bij dit Etos filiaal is de levertijd 5 dagen en de review periode 6 dagen.
- De vraag is discreet verdeeld.

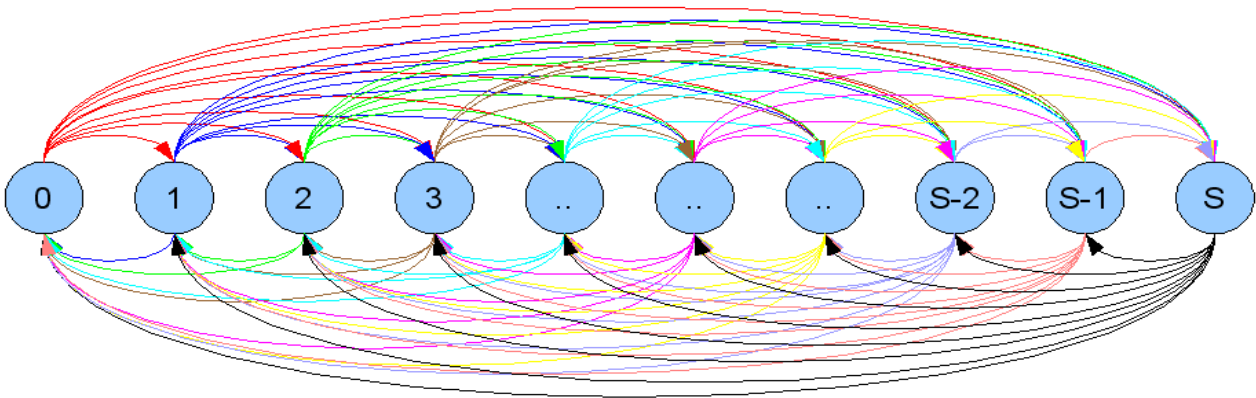
Het  $(R,S)$  voorraadmodel houdt in dat er periodiek besteld wordt en dan het huidige voorraadniveau aangevuld wordt tot niveau  $S$ . De  $R$  geeft de review periode aan, dus de tijd die tussen twee bestelmomenten zit. In dit geval is dat 6 dagen, zoals in Sectie 2.2 beschreven staat. Er wordt namelijk elke woensdag besteld, maar de zondag wordt niet meegenomen, omdat de winkel dan gesloten is. Het optimale niveau  $S$  wordt door middel van dit model bepaald. Het  $(R,S)$  model wordt in Figuur 3 visueel weergegeven.



Figuur 3:  $(R,S)$  model

## 4.2 (R,S) model

Voor deze sectie is gebruik gemaakt van Tijms (2002) en Koole (2007). Het verloop van het voorraadniveau kan worden beschreven met een Markov keten. Hierin zijn de toestanden de hoeveelheid voorraad die aanwezig is op het moment van bestellen. Het is mogelijk om vanuit elke toestand naar elke andere toestand te gaan door middel van éénstapsovergangen. Je kan immers van elk voorraadniveau naar elk willekeurig voorraadniveau tussen 0 en  $S$  gaan met verkopen en bestellen. Dit wordt in Figuur 4 schematisch weergegeven.



Figuur 4: Markov keten

De specifieke Markov-eigenschap houdt daarbij in dat als het systeem zich in een bepaalde toestand bevindt, het toekomstige gedrag van het systeem, dus de komende overgangen, slechts afhangen van de huidige toestand en niet van de weg waarlangs deze toestand tot stand is gekomen. Dus alleen de huidige toestand is bepalend voor het verdere verloop van het systeem en het is dus niet relevant welke toestanden in het verleden door het systeem zijn aangenomen. Aan de Markov eigenschap wordt voldaan, want de toekomstige voorraad (toekomstige toestand) gegeven de huidige voorraad (huidige toestand) hangt niet af van de voorraad in het verleden (toestanden in het verleden), maar alleen van de huidige voorraad. Er zijn nooit openstaande orders die nog geleverd moeten worden ten tijde van een nieuwe bestelling.

Daarbij hebben we overgangskansen  $p_{ij}$  die de kans geven dat het systeem naar toestand  $j$  (voorraadniveau is  $j$  eenheden) gaat gegeven dat het systeem zich nu in toestand  $i$  (voorraadniveau is nu  $i$  eenheden) bevindt. Als de huidige toestand wordt aangeduid met  $X_n$ , is dit in formulevorm  $p_{ij} = \mathbb{P}(X_{n+1} = j | X_n = i)$ . We introduceren  $D_L$  als de vraag gedurende de levertijd. Deze is Poisson verdeeld met verwachting  $\lambda_L$ . Evenzo voor  $D_R$  waar de  $R$  staat voor de review periode en  $D_{R-L}$  voor de review periode min de levertijd. We hebben de volgende overgangskansen.

$$p_{ij} = \begin{cases} \sum_{k=0}^{\min\{i, S-j\}} \mathbb{P}(D_L = k) \mathbb{P}(D_{R-L} = S - j - k) + \mathbb{P}(D_L > i) \mathbb{P}(D_{R-L} = S - i - j) & j > 0 \\ \sum_{k=0}^i \mathbb{P}(D_L = k) \mathbb{P}(D_{R-L} \geq S - k) + \mathbb{P}(D_L > i) \mathbb{P}(D_{R-L} \geq S - i) & j = 0 \end{cases}$$

Voor de overgang  $p_{ij}$  met  $j > 0$ , dus de toekomstige toestand (voorraad) is groter dan nul, wordt de som genomen van de volgende kansen:

- $\mathbb{P}(D_L = k) \mathbb{P}(D_{R-L} = S - j - k)$  Hierin geeft  $k$  de vraag gedurende de levertijd. Deze mag niet groter zijn dan  $i$  (de huidige toestand en dus voorraad) zodat er geen misgrijpen is. En deze mag ook niet groter zijn dan  $S - j$ , zodat de uiteindelijke toestand  $j$  zou kunnen zijn (dus een voorraad van  $j$  eenheden). Vandaar dat de sommatie loopt van  $k = 0$  tot het minimum van deze twee waarden.  $\mathbb{P}(D_L = k)$  geeft de kans dat de vraag gedurende de levertijd ( $D_L$ ) gelijk is aan  $k$ . Om dan uiteindelijk in toestand  $j$  te eindigen, moet de vraag gedurende de review periode min de levertijd ( $D_{R-L}$ ) nog  $S - j - k$  eenheden zijn. De kans hierop wordt gegeven door  $\mathbb{P}(D_{R-L} = S - j - k)$ . Deze twee kansen worden met elkaar vermenigvuldigd in verband met onafhankelijkheid.
- $\mathbb{P}(D_L > i) \mathbb{P}(D_{R-L} = S - i - j)$  De vraag gedurende de levertijd kan ook groter zijn dan de huidige voorraad  $i$ . Er is dan sprake van misgrijpen. De kans hierop wordt gegeven door  $\mathbb{P}(D_L > i)$ . Om uiteindelijk weer in toestand  $j$  te eindigen, moet de vraag gedurende de review periode min de levertijd ( $D_{R-L}$ ) nog  $S - i - j$  eenheden zijn. De kans hierop wordt gegeven door  $\mathbb{P}(D_{R-L} = S - i - j)$ . Deze twee kansen worden met elkaar vermenigvuldigd.

Als de toekomstige toestand  $j$  gelijk aan nul is (dus de voorraad is nul), kan er sprake zijn van misgrijpen. Dan wordt de som genomen over de volgende twee kansen:

- $\mathbb{P}(D_L = k) \mathbb{P}(D_{R-L} \geq S - k)$  De vraag gedurende de levertijd kan maximaal de huidige voorraad  $i$  (huidige toestand) zijn als er geen misgrijpen mag zijn. Vandaar dat de sommatie loopt van  $k = 0$  tot  $i$ .  $\mathbb{P}(D_L = k)$  geeft de kans dat de vraag gedurende de levertijd ( $D_L$ ) gelijk is aan  $k$ . Om dan uiteindelijk in toestand  $j < 0$  te eindigen, moet de vraag gedurende de review periode min de levertijd ( $D_{R-L}$ ) gelijk zijn aan  $S - k$  eenheden of groter dan  $S - k$  eenheden, maar dan is er sprake van misgrijpen. De kans hierop wordt gegeven door  $\mathbb{P}(D_{R-L} \geq S - k)$ . Deze twee kansen worden met elkaar vermenigvuldigd.
- $\mathbb{P}(D_L > i) \mathbb{P}(D_{R-L} \geq S - i)$  De vraag gedurende de levertijd kan ook groter zijn dan de huidige voorraad  $i$ . Er is dan sprake van misgrijpen. Deze kans wordt gegeven door  $\mathbb{P}(D_L > i)$ . Om uiteindelijk weer in toestand  $j < 0$  te eindigen, moet de vraag gedurende de review periode min de levertijd ( $D_{R-L}$ ) groter of gelijk zijn aan  $S - i$  eenheden. De kans hierop wordt gegeven door  $\mathbb{P}(D_{R-L} \geq S - i)$ . Deze twee kansen worden met elkaar vermenigvuldigd.

De matrix  $P$  bestaat uit  $S+1$  rijen en  $S+1$  kolommen met op rij  $i$ , kolom  $j$  de waarde  $p_{ij}$ . Dit is de matrix met de overgangskansen. Bij de overgangsmatrix  $P$  hoort een evenwichtsvector  $\Pi$ , waarvoor geldt  $\Pi = P \cdot \Pi$ . Deze vector geeft de gemiddelde verdeling van de voorraadstanden op de lange termijn. Dus  $\sum_i p_{ij}^{(n)}$  voor  $n \rightarrow \infty$ . Er bestaat alleen een evenwichtsvector als je van iedere toestand  $i$  naar iedere andere toestand  $j$  kan komen (Koole (2007)). Het is aannemelijk dat als je voorraadniveau  $i+1$  kan hebben je ook voorraadniveau  $i$  kan bereiken. Als voor toestand 1 de evenwichtsvector 0,214 geeft, houdt dat in dat in 21,4% van de tijd het systeem zich in toestand 1 (dus een voorraad van 1) bevindt op een review moment.

### 4.3 Serviceniveau

In Axsäter (2000) worden drie definities voor het serviceniveau gegeven, namelijk

$S_1$  = kans op geen voorraad per order cyclus

$S_2$  = “fill rate”: fractie van de vraag die onmiddellijk uit de voorraad kan worden voldaan

$S_3$  = “ready rate”: fractie tijd dat de voorraad positief is

Verder worden de volgende notatie gebruikt:

- $IL$ : Inventory Level: voorraadvniveau
- $L$ : levertijd, deze is constant
- $s$ : orderpunt
- $Q$ : batch hoeveelheid
- $f_k$ : kansverdeling van vraag  $k$

Voor de “fill rate” wordt de volgende formule gegeven 
$$S_2 = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \min(j, k) \cdot f_k \cdot \mathbb{P}(IL=j)}{\sum_{k=1}^{\infty} k \cdot f_k}$$

Als de positieve vraag  $k$  is en het positieve voorraadvniveau  $j$ , is de geleverde hoeveelheid  $\min(j,k)$ . De “fill rate” is de verhouding tussen de gemiddelde geleverde hoeveelheid en de gemiddelde vraag. Als de vraag Poisson verdeeld is, geldt als speciaal geval  $f_1 = 1$ . In de formule valt  $f_k$  dus weg als de vraag Poisson verdeeld is. De formule wordt dan  $S_2 = \mathbb{P}(IL > 0)$  wat gelijk is aan  $S_3$ .

Verder geldt  $\mathbb{P}(IL=j) = \frac{1}{S} \sum_{k=\max\{s+1, j\}}^{s+Q} \mathbb{P}(D(L)=k-j)$  met  $j \leq s+Q$ .

Deze literatuur gaat over het continue review  $(s, Q)$  model waarbij er besteld wordt als het voorraadvniveau op of onder het orderpunt  $s$  komt. Er worden dan  $Q$  (batch hoeveelheid) eenheden besteld als dit voldoende is om het voorraadvniveau groter dan  $s$  te krijgen. Anders wordt er een zo klein mogelijke hoeveelheid batches besteld zodat het voorraadvniveau wel boven  $s$  komt. Als de kansverdeling van de vraag  $k$  gelijk is aan 1 (dus  $f_k = 1$ ) hebben we te maken met een puur Poisson verdeelde vraag. Volgens Silver e.a (1998) is dit een analoog met het  $(R, S)$  model waarbij

$(s, Q)$	$(R, S)$
$s$	$S$
$Q$	$D$
$L$	$R + L$

In Graves e.a. (1993) wordt er gesproken over twee typen serviceniveaus. Type 1 is de proportie perioden waarin aan alle vraag is voldaan en type 2 de proportie vraag die direct uit de voorraad kan worden voldaan.

$n(S)$  wordt gedefinieerd als  $n(S) = E \max[(D-S), 0] = \int_S^{\infty} (x-S) f(x) dx$  dus de verwachte vraag die niet voldaan is aan het einde van een periode wanneer er besteld wordt tot niveau  $S$ . Hierin is  $D$  de vraag gedurende één periode. Als de verwachte vraag per periode  $\lambda$  is, dan is  $n(S)/\lambda$  de verwachte fractie vraag die niet kan worden voldaan in één periode. Omdat  $\beta(S)$  de gemiddelde fractie vraag is waaraan wel kan worden voldaan in één periode, volgt hieruit dat  $n(S)/\lambda = 1 - \beta(S)$ .

In het model wat ik gebruik definieer ik het serviceniveau  $\beta(S)$  als de vraag waaraan direct kan worden voldaan met de voorraad in het filiaal (de winkel en het magazijn). Het periodieke serviceniveau  $\beta_i(S)$  is het serviceniveau gedurende een review periode, gegeven dat er  $i$  eenheden in het filiaal aanwezig zijn aan het begin van de periode. In formule vorm geeft dit

$$\beta_i(S) = \frac{\text{vraag waaraan direct kan worden voldaan gedurende review periode} \mid \text{voorraadniveau aan begin review periode} = i}{\text{totale vraag gedurende review periode}}$$

$$\beta_i(S) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} P(D_L = j) P(D_{R-L} = k) \frac{\min\{i, j\} + \min\{\max\{i-j, 0\} + S - i, k\}}{j+k}$$

en  $\beta(S) = \sum_{i=0}^S \pi_i \beta_i(S)$

$\beta_i(S)$  is de sommatie van de kans op elke mogelijke hoeveelheid vraag gedurende de levertijd, dus de som van  $j = 0$  tot oneindig vermenigvuldigd met de sommatie van de kans op elke mogelijke hoeveelheid vraag gedurende de review periode min de levertijd, dus de som van  $k = 0$  tot oneindig. En dit wordt vermenigvuldigd met de breuk die aangeeft aan welke percentage van de vraag direct kan worden voldaan. De teller wordt gegeven door het minimum van  $i$  en  $j$ , dus de vraag waaraan maximaal kan worden voldaan gedurende de levertijd plus de vraag waaraan maximaal kan worden voldaan gedurende de review periode min de levertijd. Dit laatste wordt gegeven door  $\min\{\max\{i-j, 0\} + S - i, k\}$ , want er worden  $S - i$  eenheden geleverd. De noemer van de breuk is de totale mogelijke vraag gedurende de levertijd ( $j$ ) plus de totaal mogelijke vraag gedurende de review periode min de levertijd ( $k$ ). Het algehele serviceniveau is dan de sommatie van  $i = 0$  tot  $S$  van de evenwichtsvector maal het bijbehorende serviceniveau  $\beta(S)$ .

Deze definitie komt dus overeen met de definitie voor de “fill rate”  $S_2$  in Axsäter (2000) en type 2 in Graves e.a. (1993).

### 4.4 Doelstelling

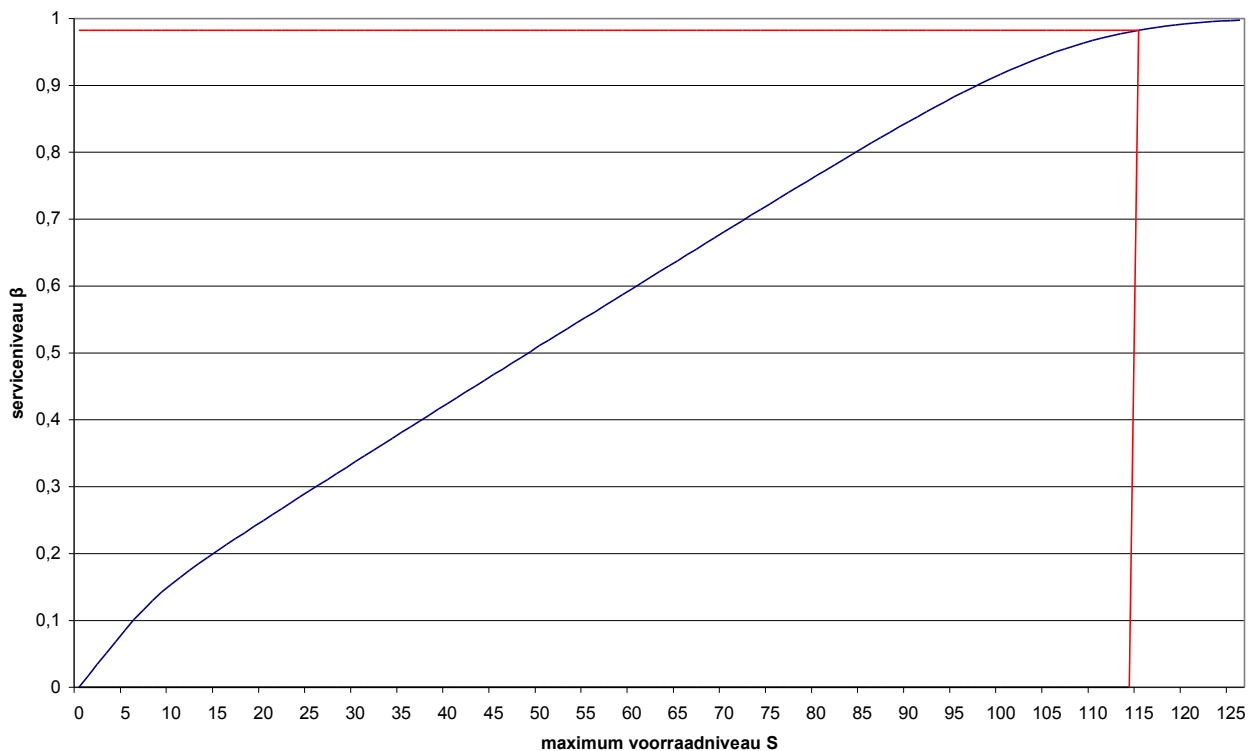
Zoals in Hoofdstuk 1 al is aangegeven wil een klant ten alle tijden alles uit de winkel kunnen krijgen. Er moet dus voldoende voorraad zijn om altijd aan alle vraag te kunnen voldoen. Maar dit is niet rendabel. Daarom is het minimum serviceniveau op 0.98 gesteld. Dus mag er in een review periode aan maximaal 2% van de vraag niet worden voldaan en is er dus sprake van misgrijpen. Het doel is om de kleinste waarde voor  $S$  te vinden waarvoor het serviceniveau groter of gelijk is aan 0.98. Je wilt immers niet meer voorraad hebben dan nodig, omdat daar in de winkel en het magazijn geen ruimte voor is. Het doel is dus  $\min\{S \mid \beta(S) \geq 0,98\}$ .

## 4.5 Voorbeeld

Om het model te kunnen gebruiken, moeten we de verdeling van de vraag weten. De vraag tussen producten onderling is onafhankelijk. De verschillende toestanden zijn onderling onafhankelijk, zoals in Sectie 4.2 vermeld staat, en er kunnen geen twee toestanden tegelijk optreden. We kunnen dus gebruik maken van de Poisson verdeling, volgens Koole (2007). De Poisson verdeling wordt gegeven door  $\mathbb{P}(D_R=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$  met  $\mathbb{E}(D_R) = \lambda$ .

De waarde voor  $\lambda$  wordt bepaald op basis van de historische gegevens en is dus de gemiddelde vraag gedurende een review periode. De gemiddelde vraag in een review periode is voor Etos merk paracetamol 24 stuks 59,08 eenheden en voor 48 stuks 98,92 eenheden. Dit geeft dus respectievelijk  $\lambda = 59,08$  en  $\lambda = 98,92$ .

Ik heb een programma in Matlab geschreven dat het serviceniveau  $\beta(S)$  bij verschillende waarden voor  $S$  berekent. De resultaten hiervan voor Etos merk paracetamol 24 stuks staan in Figuur 5.



Figuur 5: Etos merk paracetamol 24 stuks

De optimale  $S$  waarvoor geldt  $\min\{S \mid \beta(S) \geq 0,98\}$  is  $S = 115$ , waarbij  $\beta(115) = 0,982467$  (zoals te zien is aan de rode lijn in Figuur 5). Deze waarde voor  $S$  lijkt in eerste instantie hoog, want de gemiddelde verkoop in een review periode is 59,08 eenheden. Daarom wordt het gemiddeld voorraadniveau ( $I$ ) berekend. Deze wordt gegeven door de volgende formule:

$$I = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^S \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \mathbb{P}(D_L=j) \mathbb{P}(D_R=k) \pi_i [\{\max\{[i-j], 0\} + (S-i)\} \cdot 2 - k]$$

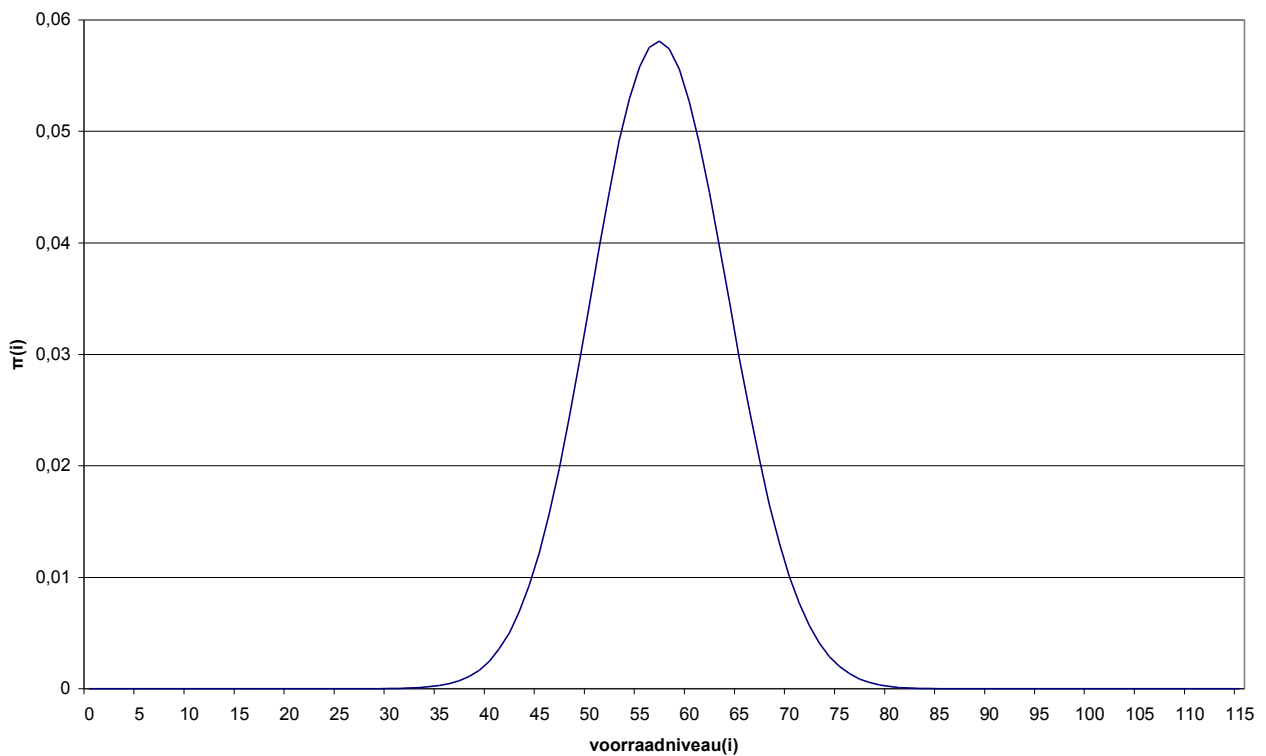
Hierin is  $j$  de vraag gedurende de levertijd en  $k$  de vraag gedurende de review periode min de levertijd.  $\max\{[i-j], 0\} + (S-i)$  geeft het hoogste punt op het moment van levering.  $\max\{\{\max\{[i-j], 0\} + (S-i)\} - k, 0\}$  geeft het laagste punt voor de levering daarop. Voor het gemiddeld voorraadniveau wordt het gemiddelde berekend over deze twee punten. Daarvoor worden deze twee punten bij elkaar opgeteld en vermenigvuldigd met  $\frac{1}{2}$ . Dit geeft  $\frac{1}{2} [\{\max\{[i-j], 0\} + (S-i)\} \cdot 2 - k]$ .

Op basis van gemiddelden kan het gemiddeld voorraadniveau intuïtief berekend worden. Stel dat de gemiddelde vraag gedurende de levertijd  $5/6 \cdot 59,08 = 49,23$  eenheden is. Op het moment van levering wil je dan meer hebben liggen dan deze gemiddelde vraag om aan de vraag gedurende de levertijd te kunnen voldoen. Dus bijvoorbeeld 55 eenheden. Dan bestel je op dat moment  $115 - 55 = 60$  eenheden en dat komt ongeveer overeen met de gemiddelde vraag in een week van 59,08 eenheden. Het gemiddelde voorraadniveau wordt dan ongeveer

$$I = \frac{1}{2} [\{\max\{[55 - 49,23], 0\} + (115 - 55)\} \cdot 2 - 59,08] = \frac{1}{2} [(5,77 + 60) \cdot 2 - 59,08] = \frac{1}{2} \cdot 72,46 = 36,23$$

De werkelijke waarde die door het programma wordt berekend voor het gemiddelde voorraadniveau  $I$  is 37,41 eenheden.

Op het review moment (dus op het moment van bestellen) moet er voldoende voorraad liggen om aan de vraag gedurende de levertijd te kunnen voldoen. Deze vraag is gemiddeld  $5/6 \cdot 59,08 = 49,23$  eenheden. Het evenwichtsniveau  $\pi_i$  geeft per voorraadniveau  $i$  aan hoe vaak je in die toestand bent. Dus  $\pi_i = 0,05$  geeft aan dat je 5% van de tijd voorraadniveau  $i$  hebt op het moment van bestelling. Figuur 6 geeft de evenwichtsvector  $\pi_i$  voor elk mogelijk voorraadniveau  $i$  tussen 0 en  $S$  op het review moment.



*Figuur 6: evenwichtsniveau per voorraadniveau*

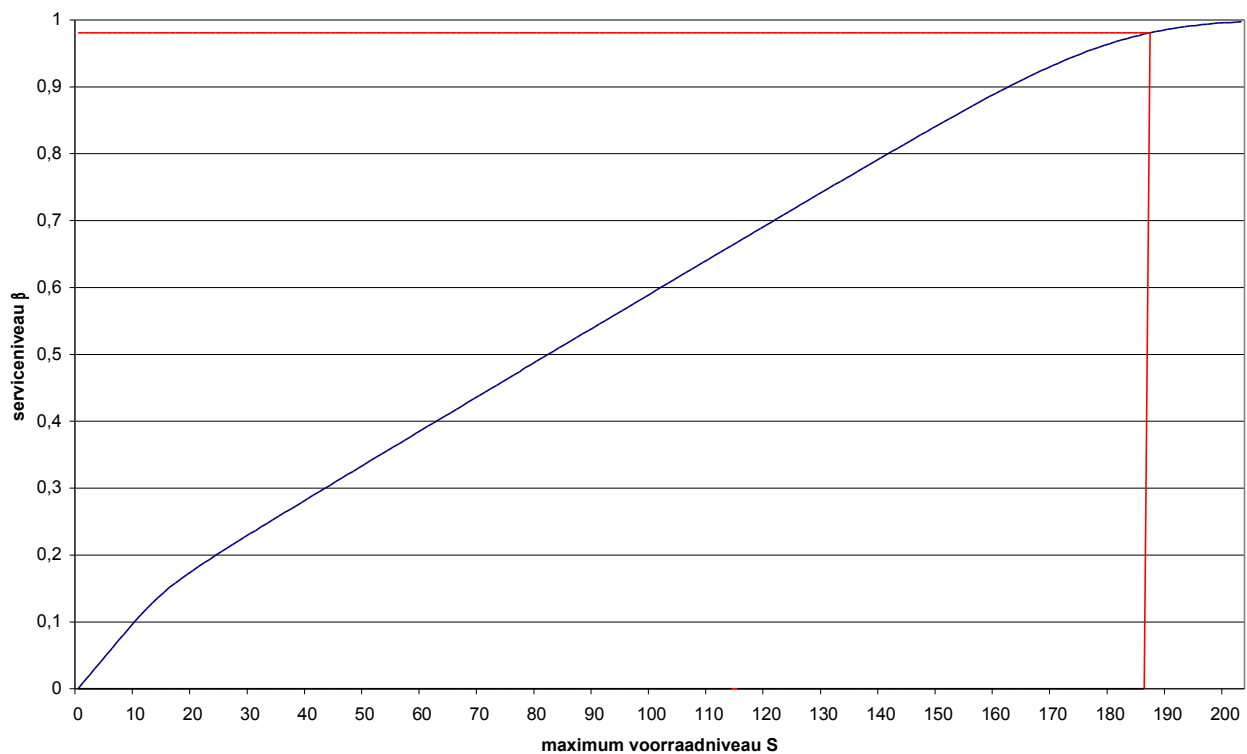
Gemiddeld wordt er evenveel besteld op een review moment als wat nodig is gedurende de review periode. Dus op het review moment heb je gemiddeld  $S - E(D_R) = 115 - 59,08 = 55,92 = 56$  eenheden in het filiaal. De piek van de evenwichtsvector zou dus in een ideale situatie bij 56 liggen, zodat er voldoende voorraad is gedurende de levertijd en ook voldoende besteld wordt. In Figuur 6 ligt de piek rond een voorraadniveau van 56 eenheden en heb je dus het grootste percentage van de tijd een voorraadniveau van 56 eenheden op het review moment.

In Figuur 7 geeft de groene lijn de optimale  $S(115)$  en de rode lijn de gemiddelde verkoop (59,08).

[.....]

De resultaten van het programma voor Etos merk paracetamol 48 stuks staan in Figuur 7 hieronder.



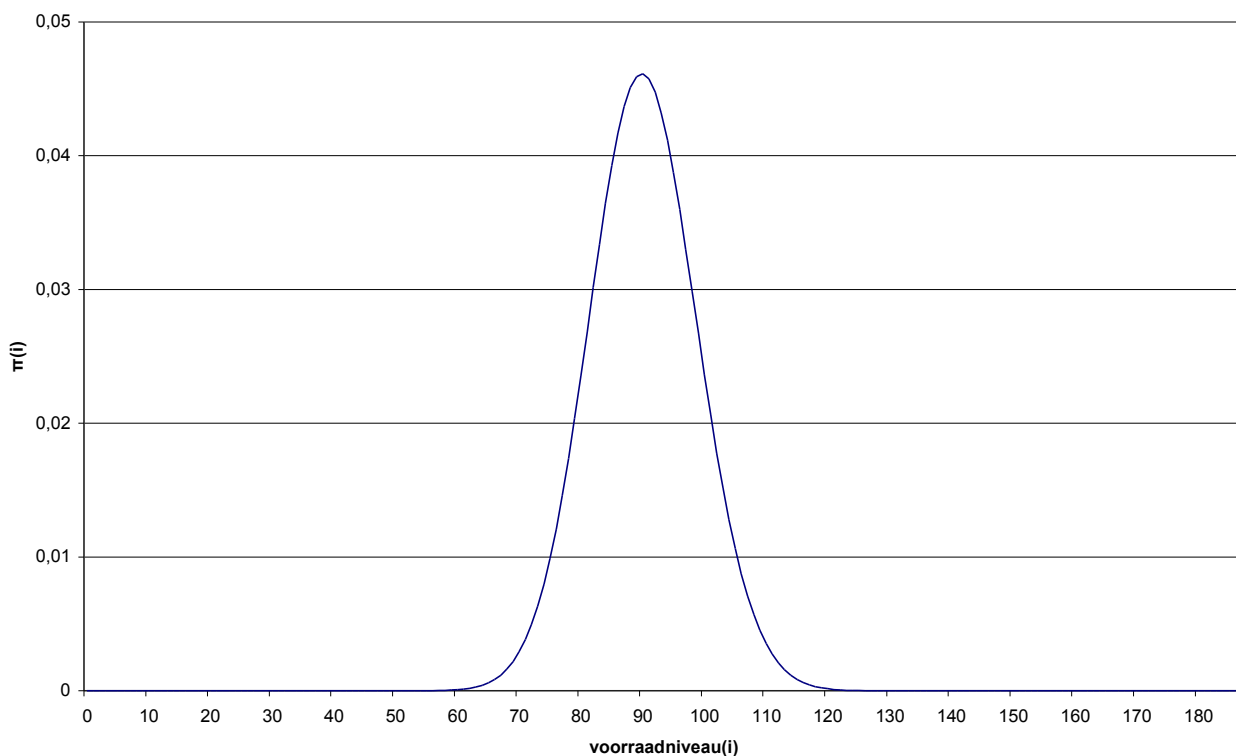


Figuur 7: Etos merk paracetamol 48 stuks

De optimale  $S$  waarvoor geldt  $\min\{S \mid \beta(S) \geq 0,98\}$  is  $S = 187$ , waarbij  $\beta(187) = 0,980866$  (zoals te zien is aan de rode lijn in Figuur 7). Het gemiddeld voorraadniveau ( $I$ ) wordt berekend door:

$$I = \frac{1}{2} [\{\max\{[90 - 82,43], 0\} + (187 - 90)\} \cdot 2 - 98,92] = \frac{1}{2} [(7,57 + 97) \cdot 2 - 98,92] = \frac{1}{2} \cdot 110,22 = 55,11$$

De werkelijke waarde die door het programma wordt berekend voor het gemiddelde voorraadniveau  $I$  is 57,18 eenheden. Figuur 8 geeft de evenwichtsvector  $\pi_i$  voor elk mogelijk voorraadniveau  $i$  tussen 0 en  $S$  op het review moment.



*Figuur 8: evenwichtsniveau per voorraadniveau*

Op het review moment heb je gemiddeld  $187 - 98,92 = 88,08 = 88$  eenheden in het filiaal, waar in een ideale situatie de piek van de evenwichtsvector zou liggen, zodat er voldoende voorraad is gedurende de levertijd en ook voldoende besteld wordt. Dit komt overeen met Figuur 8.

In Figuur 9 geeft de groene lijn de optimale  $S$  (187) en de rode lijn de gemiddelde verkoop (98,92).

[.....]

## 5 Conclusies en adviezen

De doelstelling van dit werkstuk is het bestelproces onder handen te nemen om zo de efficiency en daarmee de klanttevredenheid te verbeteren. De klanttevredenheid wordt uitgedrukt in een serviceniveau gedefinieerd als de vraag waaraan direct kan worden voldaan met de voorraad in het filiaal (winkel en magazijn).

In de huidige situatie komen de volgende knelpunten naar voren:

- ondoorzichtige bestelprocedure
- schommelingen in bestelhoeveelheden, waardoor er te veel of te weinig voorraad is
- afwijking tussen bestelde en geleverde hoeveelheden

De knelpunten kunnen worden aangepakt door een maximum voorraad  $S$  in te stellen. De waarde hiervan wordt door het  $(R,S)$  model bepaald. De  $R$  geeft de review periode aan, dus de tijd die tussen twee bestelmomenten zit. Er wordt wekelijks besteld en geleverd vanuit één distributiecentrum. Op het bestelmoment wordt er in het filiaal besteld tot voorraadniveau  $S$ . Een Markov keten kan gebruikt worden om specifieke parameters voor het  $(R,S)$  model door te rekenen. De doelfunctie is dat klanttevredenheid groter of gelijk is aan 98% waarbij het maximum bestelniveau  $S$  wordt geminimaliseerd om zo niet onnodig veel voorraad aan te houden. Gedurende de review periode kan dus aan maximaal 2% van de vraag niet worden voldaan.

Er zijn minder extreme schommelingen in de bestellingen door het instellen van een vast maximum voorraadniveau. Het distributiecentrum weet daardoor beter waar het aan toe is. Ook is er nu voldoende voorraad en er is geen onnodig grote voorraad. Er kan slechts aan 2% van de vraag niet worden voldaan, dus de klanttevredenheid is hoog. Elke medewerker bestelt dan tot dezelfde maximum hoeveelheid en niet meer op basis van eigen intuïtie en ervaring. Bovendien wordt er gebruik gemaakt van historische gegevens. Het bestellen kost minder tijd omdat het duidelijk is hoeveel er besteld moet worden. De efficiency en de klanttevredenheid zijn dus verbeterd.

Om het programma werkelijk te gaan gebruiken voor alle producten, kan men er nog voor kiezen om de bepaalde waarden niet telkens opnieuw te berekenen. De rekentijd per product duurt nu te lang (gemiddeld meer dan een uur) om het in de praktijk te gaan gebruiken. Wel is het mogelijk om een tabel te maken met de optimale  $S$  bij verschillende waarden voor de gemiddelde verkoop van een product. Zo hoeft het maximum voorraadniveau  $S$  niet elke keer berekend te worden, maar kan de tabel geraadpleegd worden. Een andere mogelijkheid is om gebruik te maken van een benaderingsmethode. Daarnaast wordt er nu niet gekeken naar actieproducten en seizoensinvloeden. Voor een goede voorspelling van de vraag moet dit wel worden meegenomen. Dit kan men doen door de gemiddelde vraag te nemen in kortere perioden en niet voor een geheel jaar en dan hiermee de optimale waarde voor  $S$  bepalen.



## Bibliografie

- [1] handleiding BWI werkstuk  
(<http://www.few.vu.nl/stagebureau/werkstuk/handl-werkstuk-nl.html>)
- [2] Arnoldo, C.Hax, en Candeia, Dan (1984), *Production and inventory management*, Prentice-Hall, inc., Englewood Cliffs, New Jersey
- [3] Axsäter, Sven (2000), *Inventory control*, Kluwer Academic Publisher Group, Dordrecht
- [4] Graves, S.C., Rinnooy Kan, A.H.G., Zipkin, P.H. (1993), *Logistics of production and inventory control*, Volume 4, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam
- [5] Koole (2007), *Optimization of Business Processes: An introduction to Applied Stochastic Modeling*, version of 20 January 2007, Department of Mathematics, Vrije Universiteit Amsterdam (<http://www.math.vu.nl/~koole/obp/obp.pdf>)
- [6] Silver, Edward A., Pyke, David F., Peterson, Rein (1998), *Inventory management and production planning and scheduling*, Third edition, John Wiley & Sons, Inc. New York
- [7] Tijms, Henk (2002), *Operationele analyse*, Epsilon uitgaven, Utrecht



## Bijlage

### A Notatie

$L$	Levertijd; in dit geval 5 dagen
$R$	Review periode; in dit geval 6 dagen
$C$	Capaciteit van de winkel plus het magazijn
$s$	Orderpunt
$i$	Huidige voorraadniveau op review moment
$j$	Huidige voorraadniveau op eerstvolgende review moment na $i$
$S$	Voorraadniveau tot waar wordt besteld op review moment
$S - s$	Bestelde hoeveelheid
$D_L$	Vraag gedurende de levertijd; Poisson verdeeld met verwachting $\lambda_L$
$D_R$	Vraag gedurende de review periode; Poisson verdeeld met verwachting $\lambda_R$
$D_{R-L}$	Vraag gedurende de review periode min de levertijd; Poisson verdeeld met verwachting $\lambda_{R-L}$
$p_{ij}$	Overgangskans van voorraadniveau $i$ naar niveau $j$
$\beta(S)$	Service niveau; fractie vraag waaraan direct kan worden voldaan met de voorraad in het filiaal (de winkel en het magazijn)
$\beta_i(S)$	Periodiek service niveau; service niveau gedurende een review periode, gegeven dat er $i$ eenheden in het filiaal (de winkel en het magazijn) aanwezig zijn.
$\pi_i$	Evenwichtsvector voor $i$ eenheden





**B Programma code**

```

s = cputime;

S = 0;
SL = 0;
SLS = 0;
average_inventory = 0;
I = 0;
averageDemand = 98.92; %59.08 % average demand during review time
R = 6;
L = 5;

lambda_R = averageDemand;
lambda_L = L*(lambda_R/R);
lambda_RL = (R-L)*(lambda_R/R);

for (i = 0:10000)
    poissonpdf_L(i+1) = poisspdf(i, lambda_L);
    poissonpdf_R(i+1) = poisspdf(i, lambda_R);
    poissonpdf_RL(i+1) = poisspdf(i, lambda_RL);
end

while (SL < 0.98)
    S = S + 1;

    P = zeros(S+1, S+1);
    beta = zeros(S+1,1);
    result = zeros(S+1,1);
    dummy = 0;
    SL = 0;
    average_inventory = 0;

    % calculate transition probabilities for j > 0
    for(i = 0:S)
        for(j = 1:S)
            minimum = min(i, S-j);

            for(k = 0:minimum)
                dummy = dummy + poissonpdf_L(k+1) * poissonpdf_RL(S - j - k + 1);
            end

            if(S - i - j > 0)
                dummy = dummy + ((1 - poisscdf(i, lambda_L)) * poissonpdf_RL(S - i -
j + 1));
            end

            P(i+1, j+1) = dummy;
            dummy = 0;
        end
    end
end

```

```

% calculate transition probabilities for j = 0
for(i = 0:S)
    for(k = 0:i)
        dummy = dummy + (poissonpdf_L(k+1) * (1 - poisscdf(S - k - 1,
lambda_RL)));
    end

    dummy = dummy + ((1 - poisscdf(i, lambda_L)) * (1 - poisscdf(S - i - 1,
lambda_RL)));

    P(i+1, 1) = dummy;
    dummy = 0;
end

% make P transpose: P'
A = P' - eye(S+1);

% replace last equation by \sum_i pi_i = 1
for (i = 1:S+1)
    A(S+1,i) = 1;
end

B = zeros(S+1,1);
B(S+1,1) = 1;

result = inv(A)*B;

% calculate periodic service level
for (i = 0:S)
    previous_sum_k = -1;

    for (j = 0:inf)
        check_j = 0;
        previous_check_j = -1;

        for (k = 0:inf)

            if (j==0 & k==0)
                check = poissonpdf_L(j+1) * poissonpdf_RL(k+1);
            else
                check = poissonpdf_L(j+1) * poissonpdf_RL(k+1) * ((min(i, j)
+ min(max(i - j, 0) + S - i, k)) / (j+k));
            end

            %check k
            if ((previous_check_j > check) && check < 1e-033 && k~=0)
                break
            end

            previous_check_j = check;

            %check j
            check_j = check_j + check;
            beta(i+1,1) = beta(i+1,1) + check;
        end
    end
end

```

```

%checks
if((previous_sum_k > check_j) && check_j < 0.0001 && j~=0)
    break
end

previous_sum_k = check_j;
end
end

for (i = 0:S)
    for (j = 0:S)
        for (k = 0:2*S)
            I = 0.5 * poissonpdf_L(j+1) * poissonpdf_R(k+1) * result(i+1) *
            (((max(i - j, 0)) + (S - i)) * 2) - k);
            %i, j, k, I
            average_inventory = average_inventory + max(I,0);
        end
    end
end

%average_inventory
end

% calculate service level
for (i = 1:S+1)
    SL = SL + (result(i) * beta(i,1));
end

SLS(S) = SL;

average_inventory
S
SL

end

SLS

% compute calculation time
e = cputime;
time = e - s

```