

# Het optimaal benaderen van een verkeerslicht

---

*Hoe kan je als fietser het beste een verkeerslicht benaderen?*





# Het optimaal benaderen van een verkeerslicht

---

*Hoe kan je als fietser het beste een verkeerslicht benaderen?*



BWI-werkstuk

Vrije Universiteit Amsterdam  
Faculteit Exacte Wetenschappen  
De Boelelaan 1081  
1081 HV Amsterdam

Auteur: Rik van Diepen

Datum: Januari 2011



## Voorwoord

Het BWI-werkstuk is onderdeel van de master opleiding Business Mathematics and Informatics aan de VU Amsterdam. Voor het BWI-werkstuk moet er zelfstandig een onderzoek worden uitgevoerd naar aanleiding van een praktisch probleem met wiskundige, bedrijfsgerichte en informatica aspecten. De resultaten van het onderzoek zijn vastgelegd in dit verslag.

Dankzij een kort artikel, geschreven door Arnoud den Boer, "*Approaching a traffic light*", heb ik dit onderwerp gekozen om een werkstuk over te schrijven. Aan de hand van het artikel ben ik me gaan verdiepen in het onderwerp en er meer literatuur over gezocht en bestudeerd. Met de verzamelde gegevens is dit werkstuk tot stand gekomen.

Dit werkstuk is geschreven onder begeleiding van Arnoud den Boer, PhD student bij het Centrum van Wiskunde & Informatica(CWI) te Amsterdam. Zonder zijn begeleiding en enthousiaste hulp was het niet mogelijk voor mij om dit werkstuk te schrijven. Naast Arnoud den Boer wil ik ook Prof. dr. Piet Mulders, van de Faculteit der Exacte Wetenschappen, afdeling Theoretische Natuurkunde, bedanken voor het bijbrengen van de natuurkundige aspecten waarmee ik in dit onderzoek in aanraking ben gekomen.



## Samenvatting

Als fietser zijn er meerdere manieren om een verkeerslicht te benaderen, een recreatieve fietser zal het verkeerslicht anders benaderen dan bijvoorbeeld een wielrenner. Maar wat is nu de optimale strategie? De vraag die daarom centraal staat in dit onderzoek is:

‘Wat is de optimale manier om als fietser een verkeerslicht te benaderen?’

Deze vraag kan mogelijk beantwoord worden door enkele vuistregels die makkelijk te onthouden zijn als er in de realiteit een verkeerslicht wordt benaderd.

Door het maken van een model kunnen verschillende scenario's gesimuleerd worden. Het model geeft de totale tijd en de totale geleverde energie, deze kunnen geminimaliseerd worden door middel van de doelfunctie:

$$F_{\text{doel}} = \min\{ T_{\text{tot}} + E_{\text{tot}}/c \}$$

waarbij  $T_{\text{tot}}$  de totale tijd is,  $E_{\text{tot}}$  de totaal geleverde energie en 'c' een constante die de tijd en energie in verhouding brengen. Ook geeft het model een grafische weergave van de snelheidsprofielen van een fietser.

In het model kunnen verschillende factoren aangepast worden zodat er steeds andere situaties ontstaan. Mogelijke factoren zijn snelheid, wind, hoek van het wegdek en afstand tot het verkeerslicht.

Uiteindelijk kunnen de volgende vuistregels worden opgesteld die in de realiteit mogelijk van pas kunnen komen:

**Versnellen op een oplopende helling is niet optimaal.**

En

**Rem alleen wanneer dat noodzakelijk is.**





# Inhoudsopgave

Voorwoord .....	5
Samenvatting.....	7
Inleiding .....	11
Doelstelling.....	11
1. Probleemstelling.....	13
2. Invloedsfactoren.....	15
2.1. Weerstand .....	15
2.1.1. Rolweerstand.....	15
2.1.2. Luchtweerstand.....	16
2.1.3. Klimweerstand.....	16
2.2. Snelheid .....	17
2.2.1. Versnellen.....	18
2.2.2. Remmen .....	18
2.3. Aannames.....	19
3. Wiskundig model.....	21
3.1. Doelfunctie .....	21
3.2. Soorten fietsers .....	22
3.3. Ontworpen programma .....	22
4. Situatieschetsen .....	25
4.1. Scenario 1 .....	25
4.1.1. Situatie 1: Rood licht .....	25
4.1.2. Situatie 2:.....	26
4.1.3. Overige momenten.....	27
4.2. Scenario 2: Helling.....	28
4.2.1. Situatie 1: Rood licht.....	28
4.2.2. Situatie 2: Rood licht.....	29
4.3. Scenario 3: Langere afstand tot verkeerslicht.....	30
5. Conclusie .....	31
6. Literatuurlijst .....	33
6.1. Internetbronnen.....	33
6.2. Artikelen .....	33
Bijlage .....	34



## Inleiding

Als student is het gebruikelijk om met het openbaar vervoer naar de universiteit te reizen. Om met het openbaar vervoer te reizen wordt er vertrokken vanaf een station. Om daar te komen zullen de meeste studenten, net zoals mij, de fiets pakken, een student heeft het immers niet zo breed. Op de weg naar het station zijn er altijd verkeerssituatie die voor oponthoud kunnen zorgen waardoor er bijvoorbeeld een trein gemist kan worden en daarnaast hebben we het vooral over oponthoud door verkeerslichten.

Waarom staan we zo vaak te wachten voor het rode licht? Waarom gebeurt het toch steeds dat het verkeerslicht net groen is als het verkeerslicht in zicht komt en het dan niet mogelijk is om nog op tijd bij het verkeerslicht te zijn?

Voor een fietser zou het ideaal zijn om bij een verkeerslicht aan te komen rijden als deze op groen staat, want dan kan er meteen doorgereden worden en dus word er geen tijd verloren voor het eventueel wachten bij een rood licht. Om tot stilstand te komen en vervolgens weer te versnellen naar de gewenste snelheid om de reis te vervolgen hoeft de fietser minder energie te leveren dan het niet te hoeven stoppen voor het rode verkeerslicht.

Een student wil zijn tijd zo optimaal mogelijk gebruiken en deze mogelijk verspilde energie kan beter gebruikt worden voor het studeren. Daarom willen we onderzoeken hoe een verkeerslicht het best benadert kan worden, waar de belangrijkste factoren de tijd en de energie zijn.

De probleemstelling kunnen we dan als volgt verwoorden:

*Wat is de optimale manier om een verkeerslicht te benaderen?*

Er wordt geprobeerd dit onderzoek zo dicht mogelijk bij de realiteit te houden, omdat er verschillende factoren zijn die invloed kunnen hebben. Daarom zullen er veel aannames gemaakt moeten worden. Zo zijn er verschillende soorten verkeerslichten voor fietsers; er zijn er die op melding gaan bijvoorbeeld door een sensor in het wegdek of door een drukknop die pas ingedrukt kan worden als de fietser stilstaat bij het verkeerslicht. Deze verkeerslichten zullen niet worden beschouwd in dit onderzoek.

De verkeerslichten die we wel beschouwen zijn degene die niet op melding gaan, we gaan er vanuit dat de fietser bekend is met het verkeerslicht dus weet wat de tijdperiodes van de kleuren zijn, waardoor er ingespeeld kan worden op de kennis van de fietser over het verkeerslicht.

## Doelstelling

De maatschappelijke relevantie van het onderzoek is minimaal, het onderzoek kan beter beschouwd worden als een praktisch probleem waar mensen dagelijks mee te maken hebben. Intuïtief heeft iedereen wel een idee wat te doen in dit soort situaties. Het is echter niet bekend of dit optimale oplossingen van het onderzoek zijn.

Aan de hand van het model wordt gekeken of het mogelijk is om vuistregels op te stellen voor het benaderen van verkeerslichten.



## 1. Probleemstelling

Bij het benaderen van een verkeerslicht is er een moment dat de kleur van het verkeerslicht zichtbaar is. Dit kan al ver voor het verkeerslicht zijn of juist relatief dichtbij, als het bijvoorbeeld vlak na een bocht is. De vraag op het moment dat de kleur van het licht gezien is dan: wat nu te doen, kan er op deze snelheid gefietst blijven worden of moet er versneld of geremd worden?

Nog snel even aanzetten want het licht is groen en de afstand tot het verkeerslicht is beperkt of bij een grotere afstand gewoon snelheid houden ongeacht wat de kleur van het verkeerslicht is, et cetera.

Oftewel:

*Wat is de optimale manier om een verkeerslicht te benaderen?*

Om dit probleem goed te kunnen benaderen is er een duidelijke beschrijving van het probleem nodig. Er zijn verschillende factoren waarbij rekening gehouden moet worden, deze factoren moeten daarom zo reëel mogelijk gemodelleerd worden.

Ten eerste is er een goede graadmeter nodig om dit probleem te optimaliseren. Wat is de belangrijkste factor om te optimaliseren, de kracht die nodig is om van A naar B te komen, de arbeid die geleverd moet worden om de gehele weg te doorlopen of misschien wel de tijd. Ook zou er geminimaliseerd kunnen worden over de kracht per meter.

Een andere manier van benaderen is te kijken naar het zuurstofgebruik van de fietser, dit is echter een graadmeter die waarschijnlijk moeilijk te meten is.

Uiteindelijk moet er een doelfunctie worden opgesteld waarover geminimaliseerd kan worden. Met deze richtlijn kunnen verschillende soorten fietsers met elkaar vergeleken worden.

Bij het optimaliseren van de energie die nodig is om van A naar B te komen, wordt alleen gekeken naar de energie die nodig is om de fiets in beweging te zetten en te houden.

Tijdens het fietsen wordt er niet alleen energie gebruikt voor het fietsen, maar ook voor het bewegen van armen, benen, et cetera. Voor dit probleem zal deze energie niet meegenomen worden.

Ook is het belangrijk te weten hoeveel energie er geleverd moet worden om een bepaalde snelheid te blijven fietsen. Als de fietser een verkeerslicht benaderd, moet deze energie leveren om een constante snelheid te behouden. De kracht die hiervoor nodig is hangt af van een aantal factoren. Hierbij moet gedacht worden aan rol- en luchtweerstand. Deze factoren zullen uitgebreid aan bod komen.

Verder moet het model wel realistisch blijven en moet er dus rekening gehouden worden met verkeersregels en de beperkingen van de fietser. Er wordt vanuit gegaan dat de fietser zich aan de verkeersregels houdt en dus niet door het rode licht zal rijden.

Aan de snelheid van fietser zitten enkele beperkingen. Er zal een minimum- en maximumsnelheid zijn, een fietser kan moeilijk een snelheid halen van boven de 60 km/h en hele lage snelheden zijn niet reëel om te modelleren. Hetzelfde geldt voor de acceleratie van de fietser, als de fietser een acceleratie nodig heeft om nog net het groene licht te halen moet deze wel reëel zijn en niet dat de fietser de afstand tot het verkeerslicht boven zijn maximumsnelheid moet fietsen.

Er zijn ook verschillende soorten fietsers, er zijn wielrenners, die bovengemiddeld fietsen en de recreatieve fietsers. Zodoende hebben deze fietsers hebben verschillende fietsstijlen.

Al deze factoren zullen zo realistisch mogelijk behandeld worden om een goed model te produceren.



## 2. Invloedsfactoren

De variabelen die worden gebruikt in dit hoofdstuk zijn terug te vinden in Bijlage A.

### 2.1. Weerstand

Om dit vraagstuk goed te kunnen behandelen wordt er rekening gehouden met de verschillende soorten weerstand waar de fietser mee te maken heeft. Er zal worden gekeken naar de rolweerstand, de luchtweerstand en de eventuele klimweerstand van de fietser.

De totale weerstand( $R_T$ ) waar de fietser mee te maken heeft kan gezien worden als een som van de rolweerstand( $R_r$ ), de luchtweerstand( $R_l$ ) en eventuele klimweerstand( $R_k$ ).

$$R_T = R_r + R_l + R_k$$

De weerstanden hebben te maken met de snelheid van de fietser, want bij een fietser met een hoge snelheid heeft de luchtweerstand een grotere invloed op de totale weerstand.

In beide gevallen zijn er meerdere factoren die invloed hebben op de weerstand.

In het geval van rolweerstand moet onder andere gelet worden op het totale gewicht van de fiets en de fietser, de helling van het wegdek, het raakvlak van de banden met het wegdek, het type wegdek, het bandtype en de wrijving die ontstaat tussen het draaien van het wiel en het frame van de fiets.

Als er gekeken wordt naar de luchtweerstand van de fietser hebben de windsnelheid, (heeft de fietser wind mee of wind tegen en hoeveel wind staat er?), de luchtdruk (geografische hoogte) en de frontale oppervlakte van de fietser hier invloed op.

Bij de klimweerstand is de meest belangrijke factor, dan wel niet de enige factor, de helling van het wegdek waarop gefietst wordt.

#### 2.1.1. Rolweerstand

Rolweerstand wordt veroorzaakt door het contactoppervlak tussen de wielen van de fiets en het wegdek. De factoren die de rolweerstand beïnvloeden zijn:

- Het ontwerp van de band, hierbij moet gedacht worden aan het materiaal waarvan de band gemaakt is en de breedte van de band.
- De druk, heeft de fietser zijn banden hard opgepompt of juist niet. Wanneer de band minder druk heeft wordt het contactoppervlak met het wegdek groter.
- De massa van de fietser en zijn fiets, een persoon met een grotere massa zal meer rolweerstand ondervinden dan een persoon met een kleinere massa. De massa wordt aangegeven met  $m$ , waarvan de eenheid in kilogram is.

De invloed van de band en de druk wordt samengenomen in de variabele  $C_R$ , de coëfficiënt van de rolweerstand. Hiermee kan dan een formule voor de rolweerstand worden opgesteld, rekening houdend met de zwaartekracht (gravitatie),  $g$ , wordt de formule van de rolweerstand:

$$R_r = g m C_R$$

Uit deze formule blijkt dat de rolweerstand onafhankelijk is van de snelheid van de fietser. De rolweerstand is equivalent voor een bepaalde coëfficiënt en massa van de fietser en zijn fiets.

### 2.1.2. Luchtweerstand

Luchtweerstand wordt veroorzaakt door de lucht waarin de fietser zich voortbeweegt.

Naarmate de snelheid hoger wordt gaat de luchtweerstand een grotere rol spelen in het behouden van de snelheid. De factoren die de luchtweerstand beïnvloeden zijn:

- De windrichting en -snelheid, heeft de fietser meewind of tegenwind, is er weinig of juist veel wind. De windsnelheid zal aangegeven worden met  $v_w$  in m/s. De windrichting wordt gegeven door een negatieve waarde voor meewind en een positieve waarde voor tegenwind. De wind kan ook zijwaarts de fietser naderen, de waarde van  $v_w$  is dan de windsnelheid die de fietser effectief tegen dan wel voor heeft<sup>1</sup>.
- De oppervlakte van de fietser en zijn fiets, het gaat dan om de voorzijde van de fietser in fietsende positie. Hierbij geldt hoe groter de oppervlakte, hoe meer wind er opgevangen wordt. Dit draagt bij aan de luchtweerstand en wordt aangegeven met de variabele  $A$  in  $m^2$ .
- De houding van de fietser heeft een verband met de oppervlakte van de fietser. Recreatieve fietsers zitten over het algemeen rechtop waardoor zij meer wind vangen dan bijvoorbeeld wielrenners die voorovergebogen op de fiets zitten. Hiervoor wordt de constante  $C_D$  gebruikt.
- De luchtdichtheid, afhankelijk van de luchtdruk, de temperatuur en de luchtvochtigheid, heeft een verwaarloosbaar effect dat deze niet wordt opgenomen in dit model. Om de luchtdichtheid te berekenen kan de volgende formule gebruikt worden:

$$\rho_a = \rho_0 0.359 P_B T^{-1}$$

De formule van al deze factoren luidt:

$$R_l = \frac{1}{2} C_D A \rho_a (v \pm v_w)^2$$

### 2.1.3. Klimweerstand

De klimweerstand is eigenlijk geen weerstand, maar de kracht die nodig is om een constante snelheid op een helling te behouden, buiten de lucht- en rolweerstand om.

De enige factor die invloed heeft op de klimweerstand is de hellingshoek,  $\alpha$ , van het wegdek. De klimweerstand is alleen aanwezig wanneer er sprake is van een helling.

Als de hellingshoek van het wegdek  $0^\circ$  is, is er geen klimweerstand, want  $\sin(0^\circ) = 0$

De formule voor de klimweerstand luidt:

$$R_k = m g \sin(\alpha)$$

---

<sup>1</sup> <http://www.velofilie.nl/vermogen.htm>



## 2.2. Snelheid

Met de formules van de weerstanden worden de krachten die op de fietser werken berekend. De krachten die op de fietser werken zijn net zo groot als de kracht die de fietser moet uitoefenen om op een constante snelheid te fietsen. Maar dan volgt dus de vraag: 'Waarom heeft een fietser een bepaalde snelheid?' Waarom ligt deze niet hoger of lager?

Kijkend naar de formules en de aannames komt er een optimale snelheid uit van 0 m/s, dit zal de fietser de minste dan wel geen kracht kosten.

De formule voor  $R_T$  wordt dan  $0,2811v^2 + 4,71$  en de functie heeft een minimum bij  $v = 0$ .

Bij 0 m/s staat de fietser stil, dus theoretisch is zo langzaam mogelijk fietsen optimaal, maar in de praktijk is dat niet het geval. Waarom is dit zo?

De ideale snelheid is voor iedere persoon anders en dit heeft te maken met verschillende factoren. Daarbij zal een wielrenner een andere ideale snelheid hebben dan een recreatieve fietser. Dit komt door het feit dat beide fietsers met een andere gedachte op de fiets zijn gestapt.

Uit onderzoek blijkt dat de trapfrequentie van een wielrenner tussen de 90 en 100<sup>2</sup> omwentelingen per minuut ligt en bij de recreatieve fietser ligt deze trapfrequentie tussen de 60 en 70 omwentelingen per minuut. De snelheid die hoort bij de trapfrequentie hangt af van de type fiets. Hoe groot is het aantal tanden van het voortandwiel, en hoe groot is het aantal tanden van het achterandwiel en wat is de omtrek van het wiel. Een woordformule voor de snelheid luidt:

$$(\text{trapfrequentie} \times (\#\text{tanden voor}/\#\text{tanden achter}) \times \text{omtrek wiel})/60 = \text{snelheid in m/s}$$

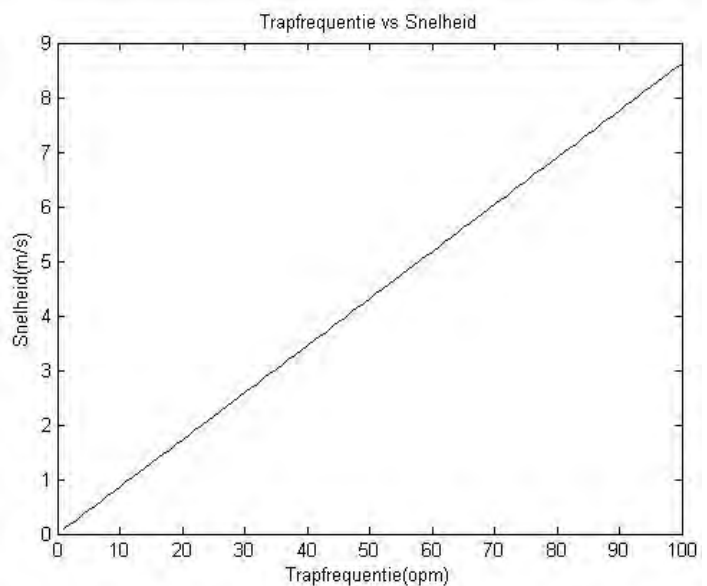
De omtrek van het wiel is te berekenen met de formule:

$$\text{omtrek} = \text{diameter} \times \pi$$

Hierbij wordt uitgegaan van een normaal fietswiel, die een diameter van 28 inch (71,12 cm)<sup>3</sup> heeft.

Voor het aantal tanden is er gekeken naar een normale fiets, een fiets zonder versnellingen en handremmen. Deze fiets heeft 44 tanden voor en 19 tanden achter. Een voorbeeld van een comfortabele trapfrequentie is 60 omwentelingen per minuut. De bijbehorende snelheid wordt met bovenstaande formule berekend:

$(60 \times (44/19) \times 0.7112 \times \pi)/60 = 5.17$  m/s. Dit komt overeen met 18,6 km/u (=5.17 x 3.6). Uit figuur 1 kan geconcludeerd worden dat de snelheid rechtevenredig is met de trapfrequentie.

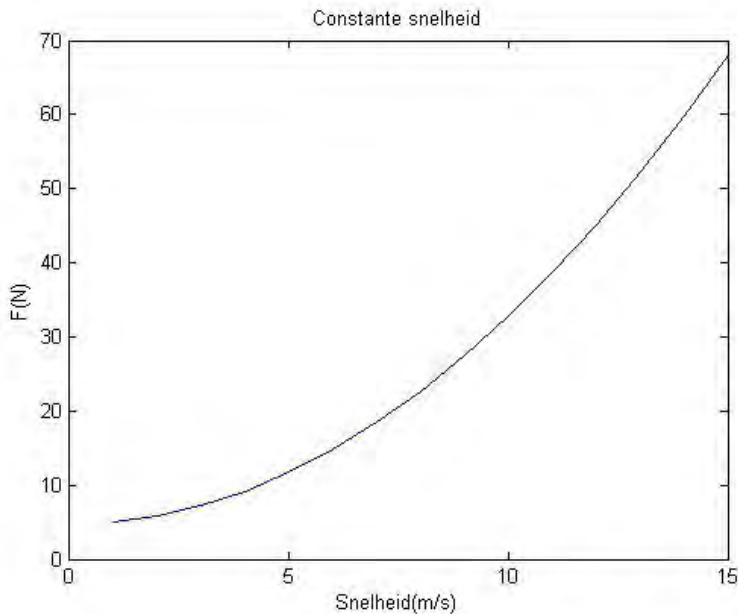


Figuur 1. Trapfrequentie versus Snelheid

Uit verschillende onderzoeken blijkt dat er met meer omwentelingen per minuut minder kracht uitgeoefend moet worden om een constante snelheid te behouden. Dit resultaat wordt in de praktijk geobserveerd. Als er met een lage snelheid gefietst wordt kost het de fietser meer kracht dan er op een hoge snelheid gefietst wordt. Dit betekent dat het aantal omwentelingen per minuut groter

<sup>2</sup> <http://www.wielersportinfo.nl/trapfrequentie.htm>

<sup>3</sup> <http://www.diversetips.com/Vervoer/fietsen.htm>



**Figuur 2:** Benodigde kracht om op constante snelheid te blijven

wordt als de kracht minder wordt, maar dat is niet het geval. Als dit gebeurt moet er rekening gehouden worden met de kracht die het kost om de benen van de persoon met een hoge frequentie te laten bewegen, de wrijving van de botten, et cetera.

In figuur 2 is de hoeveel kracht die het kost om een constante snelheid te blijven fietsen. In dit figuur is te zien dat bij een hogere snelheid behouden meer kracht uitgeoefend moet worden. Dit komt niet overeen met de realiteit.

Dit punt kan nader onderzocht worden, maar de afwijking van het vakgebied biedt niet de juiste interesses. Er worden daarom aannames genomen over de trapfrequentie en het onderzoek wordt vervolgd.

### 2.2.1. Versnellen

Op de fiets is het niet mogelijk om de hele weg een constante snelheid te behouden. Er moet altijd rekening worden gehouden met verkeersmomenten waarop de snelheid aangepast moet worden. Om de voorgaande snelheid te behalen zal de fietser mogelijk moeten versnellen. De kracht die nodig is voor het versnellen is te berekenen met de volgende formule:

$$F = m \cdot a$$

waarbij F de kracht in Newton is, m de massa van fietser, inclusief zijn fiets, en a de versnelling in  $m/s^2$ . Er moet rekening gehouden worden dat de fietser zich maar beperkt kan versnellen, want het is onwaarschijnlijk om van 15 naar 50km/u te versnellen. In dit onderzoek wordt de beginsnelheid bepaald aan de hand van het aantal omwentelingen per minuut die fietser maakt. Er kan maximaal versneld worden naar anderhalf keer de omwentelingen van de beginsnelheid.

Voor het versnellen zijn er verschillende methoden mogelijk, dit gebeurt middels een percentage dat vooraf aan de verschillende soorten fietser is toegewezen. Een langzamere fietser heeft een lager percentage dan een snellere fietser. Dit percentage ligt hoger wanneer de fietser tijd belangrijker vindt dan verbruikte energie. Er wordt gekeken naar hoeveel snelheid de fietser nog bij kan versnellen totdat deze op zijn maximum zit. Van dat verschil wordt het bijhorende percentage van de fietser genomen en dat is de versnelling voor de volgende tijdseenheid. Hierdoor is versnelproces is een afnemend stijgend proces, wat overeenkomt met de realiteit.

### 2.2.2. Remmen

Het remmen, of wel bijremmen, kan op 2 manieren. Wanneer er geen haast is bij de fietser, is de beste manier om vroegtijdig te stoppen met kracht te zetten waardoor de fiets uitrolt en mogelijk tot stilstand komt. Het mogelijk tot stilstand komen komt door de weerstanden die op de fietser werken. De andere manier is dat de fietser zelf remt. Als de fietser dat doet kan dat met verschillende gradaties. Als de fietser vlak voor de stopstreep van het verkeerslicht er achter komt dat deze moet stoppen zal de fietser harder moeten remmen dan er alleen maar iets bijgeremd moet worden om een lagere snelheid te bereiken.

Afhankelijk van het soort fietser kan er geremd worden met een bepaald percentage van de snelheid die de fietser heeft. Bij een hogere snelheid zal de fietser harder afremmen dan bij een lagere snelheid. Dit percentage is een aanname en vooraf voor de verschillende fietsers vastgesteld. Het remproces is een afnemend dalende proces wat overeenkomt met de realiteit. Het is echter wel voor elke fietser mogelijk om harder te remmen wanneer de fietser mogelijk door het rode verkeerslicht heen zou rijden.

### 2.3. Aannames

Er zijn variabelen die lastig ofwel bijna niet te berekenen zijn, daarom worden er meerdere aannames gedaan om bepaalde variabelen te achterhalen. Verder zullen de variabelen waardes aannemen die overeen komen met reële waarden, een voorbeeld hiervan is dat de snelheid van een fietser niet hoger dan 60 km/u word.

Te beginnen met de coëfficiënten van de rol- en luchtweerstand,  $C_R$  en  $C_D$ , deze zijn moeilijk te bepalen. De rolweerstand hangt af van factoren die te maken hebben met het soort fiets, type band, druk, et cetera. Daarom wordt als waarde voor  $C_R = 0,005^4$  genomen. Bij de luchtweerstand gaat het erom hoe de fietser op zijn fiets zit, dat kan als een recreatieve fietser, rechtop, of als een wielrenner, voorover gebogen. De waarde van  $C_D$  ligt tussen de 0,5(wielrenner) en de 1( recreatief fietser)<sup>5</sup>.

In bijlage A is een verklarende lijst met variabelen die in dit onderzoek zijn gebruikt met een eventuele aanname voor deze variabele of een interval van mogelijke waarden. Voor de luchtdichtheid is een waarde van  $1.225^6$  aangenomen, de standaardwaarde voor de luchtdichtheid bij  $15^\circ \text{C}$ .

Enkele aannames zijn:

- Snelheid = [2,5;15] in m/s. Iedere fietser heeft zijn eigen ideale snelheid.
- Hellingshoek = [-12;12], de steilste helling in Nederland is ongeveer 20% stijgingspercentage. Dit komt overeen met een maximum van  $12^\circ$ , want  $(\tan^{-1}(0,2) = 11,3)$  maar in eerste instantie wordt gewerkt met een helling van  $0^\circ$ . De -12 komt van het feit dat er ook van de helling af gefietst kan worden.
- Gewicht = [30;150], het gewicht van de fietser inclusief fiets.

---

<sup>4</sup> <http://www.velofilie.nl/rolweerstand.htm>

<sup>5</sup> <http://www.fietsica.be/luchtweerstand.htm>

<sup>6</sup> <http://users.belgacom.net/gc009046/documenten/referenties/referentie3.htm>



### 3. Wiskundig model

#### 3.1. Doelfunctie

De doelfunctie van het onderzoek is een verhouding tussen de tijd die het kost en de energie die nodig is om het verkeerslicht te passeren. Uiteindelijk zal de doelfunctie geminimaliseerd moeten worden, want optimaal is met zo min mogelijk energie in zo min mogelijk tijd het verkeerslicht passeren. Hiermee kan de volgende doelfunctie gedefinieerd worden:

$$F_{doel} = \min\{T_{tot} + E_{tot} / c\}$$

waarin  $T_{tot}$  het totaal aantal seconde is wat nodig is,  $E_{tot}$  de totaal geleverde energie in Joule en de  $c$  is een constante die de energie in verhouding met de tijd zet.

Deze constante wordt aan de hand van de beginsnelheden bepaald, omdat de tijd en de energie beiden van de beginsnelheid van de fietser,  $v_0$ , afhangen. Kijkend naar de tijd en de energie per meter wordt de tijd gezien als  $1/v_0$  en de energie als  $R_r + R_l + R_k$  wat gelijk is aan  $R_T$ .

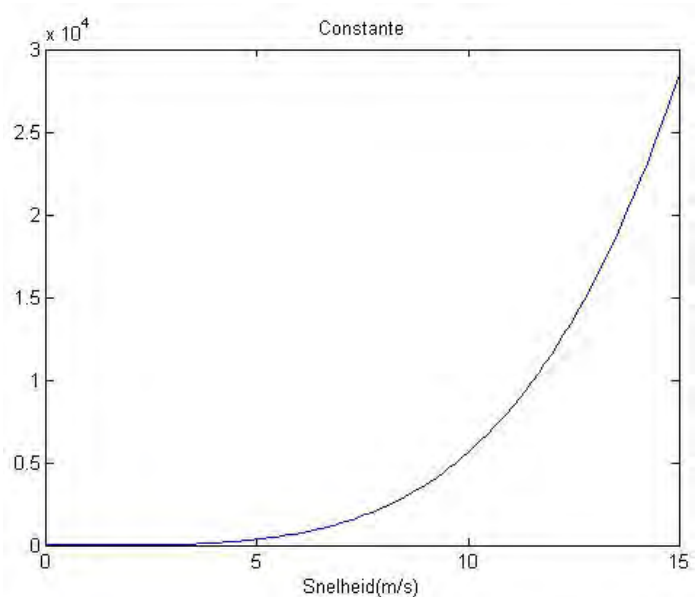
Door de afgeleide van de doelfunctie te nemen naar  $v_0$ . Als vervolgens de afgeleide gelijk wordt gesteld aan nul kan de optimale waarde van  $c$  bepaald worden. Aangezien alleen de luchtweerstand en de  $T_{tot}$  afhankelijk zijn van de beginsnelheid is de afgeleide van de doelfunctie:

$$F'_{doel} = -1/v_0^2 + (C_D \cdot A \cdot \rho_a \cdot (v_0 + v_w)^2) / c = 0$$

Door de vergelijking om te schrijven kan er een uitdrukking van  $c$  gegeven worden in termen van  $v_0$ . Dit wordt dan de onderstaande formule en het daarbij behorende Figuur 3:

$$c = C_D \cdot A \cdot \rho_a \cdot (v_0 + v_w)^2 \cdot v_0^2$$

De tijd en energie van de fietser wordt gemeten vanaf het moment dat de fietser het verkeerslicht ziet tot een  $x$  aantal meter na het verkeerslicht. Voor  $x$  is een aanname genomen van  $\frac{1}{2} \cdot s$ , waarbij 's' de afstand is tussen het voor het eerst zien van het verkeerslicht en de plaats van het verkeerslicht. Dit wordt gedaan om een fietser die versnelt te belonen voor zijn inspanning en een fietser die zich laat uitrollen nog wat energie te laten leveren om weer op de beginsnelheid te komen. Op deze manier wordt geprobeerd de doelfunctie zo eerlijk mogelijk te houden. Hoe snel een fietser versnelt of juist afremt hangt van het soort fietser af. Het enige wat is aangenomen, is dat alle soorten fietsers uiteindelijk weer terug willen naar hun beginsnelheid.



Figuur 3: 'c' in doelfunctie ten opzichte van de beginsnelheid

### 3.2. Soorten fietsers

Eerder werd aangenomen dat iedere fietser zijn eigen ideale snelheid heeft. Echter, er zijn fietsers met verschillende intenties. Deze worden verdeeld in drie categorieën; de *langzame* fietser, hieronder wordt een fietser verstaan die zo min mogelijk energie wil gebruiken. Daarnaast is er de *snelle* fietser, een fietser die de tijd heel belangrijk vindt en zo snel mogelijk op zijn bestemming wil zijn. Tenslotte is er de *normale* fietser, die tussen de langzame en de snelle fietser in zit.

Bij de langzame fietser gaan we er vanuit dat de fietser de tijd niet belangrijk vindt en de energie tot een minimum wil beperken, hierbij wordt aangenomen dat deze fietser in geen enkel geval tot de beslissing komt om te versnellen en het remmen zal beperken totdat de fietser niet anders kan dan remmen.

De snelle fietser vindt de tijd juist wel belangrijk en zal versnellen als dat nodig is om een groen licht te halen en hierdoor sneller op de plaats van bestemming is. Deze fietser zal de keuze maken om bij te remmen als er ook uitgerold kan worden. De normale fietser zal net als de langzame fietser alleen remmen wanneer noodzakelijk. In de andere gevallen zal er afgeremd worden door te stoppen met trappen. Versnellen zal de normale fietser echter wel doen alleen in mindere mate als de snelle fietser.

Het versnellen en remmen hangt dus af van het soort fietser en gebeurt aan de hand van een percentage van de beginsnelheid. Voor deze percentages zijn aannames genomen die voor de verschillende soorten fietsers anders zijn.

### 3.3. Ontworpen programma

Het model van de fietser die een verkeerslicht optimaal benaderd is uitgewerkt in een Matlab programma. In dit Matlab programma kunnen aannames veranderd worden naar eigen voorkeur, in dit geval als de fietser een verkeerslicht tegen komt op een lichte helling of met de invloed van de wind.

De enige factor die als input moet worden meegegeven aan het programma is het soort fietser. Er zijn drie soorten fietsers geprogrammeerd, maar dit kan eventueel worden uitgebreid.

De output van het model geeft een figuur waarin alle snelheidsprofielen staan die de soort fietser kan tegenkomen. Het aantal snelheidsprofielen is gelijk aan de lengte van de periode van het verkeerslicht. Verder is de output een matrix, bestaand uit drie kolommen en de lengte van een periode van het verkeerslicht is het aantal rijen in de matrix.

In de eerste kolom staat de tijd in seconde, die de fietser erover doet om langs het verkeerslicht te passeren. De tweede kolom geeft de energie in Joule, die de fietser in die tijd heeft geleverd. De laatste kolom geeft de waarde van de doelfunctie aan. Iedere rij geeft een moment in de periode van het verkeerslicht weer waarop de fietser het verkeerslicht voor het eerst ziet,  $t = 0$ .

Als optionele output kan gevraagd worden om de matrix waarin de waarden van de snelheidsprofielen staan. De waarde van  $c$  uit de doelfunctie is een optionele output.

Om de fietser zo optimaal en realistisch mogelijk te laten fietsen zijn enkele afspraken gemaakt die in het model worden nageleefd.

- Stil staan voor rood verkeerslicht:  
Als een fietser staat te wachten voor een rood verkeerslicht zal deze weer beginnen met fietsen als het verkeerslicht groen kleurt. Dit is optimaler voor de tijd.
- Versnellen om het verkeerslicht te halen:  
Als de fietser moet versnellen om door het verkeerslicht te fietsen, wat geen rood licht is, is het voor de te leveren energie optimaal om dit naar een zo laag mogelijke snelheid te doen. In het model wordt er dan zo optimaal mogelijk versneld en zal de fietser nog net door het oranje licht fietsen. Dit geeft de fietser meer tijd wanneer deze door het groene licht gaat. Als er geëist wordt om door een groen licht te fietsen zal de fietser nog eerder bij het verkeerslicht moeten zijn en dus een hogere snelheid moeten hanteren. Dit zal de fietser meer energie kosten en is dus minder optimaal.
- Remmen om verkeerslicht te halen:  
Als de fietser moet remmen om een verkeerslicht te halen betekent het dat deze door zou fietsen als de fietser net te vroeg bij het verkeerslicht is en deze nog op rood staat. Wanneer dit het geval is zal de optimale strategie zijn om zoveel mogelijk snelheid te behouden, dit betekent als de fietser te veel remt dat het mogelijk kan zijn dat het verkeerslicht al op groen springt voordat de fietser in de buurt is van het verkeerslicht. Het zou dus beter zijn dat de fietser bij het verkeerslicht aankomt als deze op dat moment op groen springt waardoor de fietser meteen door kan fietsen en dus niet stil hoeft te staan.
- Snelheden fietser:  
De fietser heeft een minimale en maximale snelheid. Het minimum en maximum zijn beide afhankelijk van de beginsnelheid van de fietser. Om het model zo realistisch mogelijk te houden is het niet mogelijk dat een fietser extreem versneld. Dit geldt ook voor het minimum van de fietser. Het is onrealistisch dat een fietser op een zeer lage snelheid gaat fietsen. Als een fietser onder het minimum komt wordt deze snelheid niet aangenomen maar wordt er doorgeremd en zal de fietser tot stilstand komen voor het rode verkeerslicht. Wanneer bij de fietser niet bekend is waar in de periode van het verkeerslicht deze zich bevindt, zal de fietser zijn snelheid blijven behouden totdat het verkeerslicht van kleur verandert of wanneer deze dusdanig dichtbij het verkeerslicht is en dat de fietser zal moeten stoppen voor een rood licht.





## 4. Situatieschetsen

### 4.1. Scenario 1

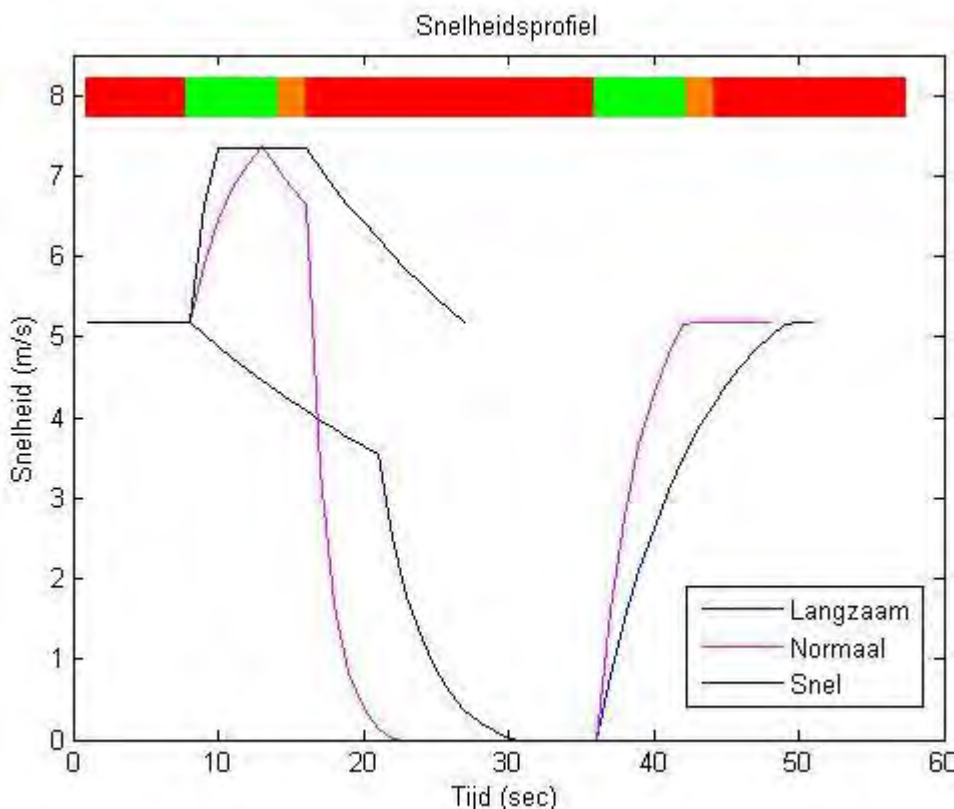
In het eerste scenario wordt er van uitgegaan dat de fietser 100 meter voor het verkeerslicht deze pas in zicht krijgt en kan zien wat de kleur is. Daarnaast wordt er ook vanuit gegaan dat de fietser bekend is met de route en zodoende weet hoelang de periode van het verkeerslicht duurt. In dit scenario wordt uit gegaan van 28 seconde; 19 seconde rood, 2 seconde oranje en 7 seconde groen. De rest van de aannames die we gebruiken verander ook niet.

In dit scenario worden de drie soorten fietser allemaal geanalyseerd. Het kan gezien worden als een fietser die op drie verschillende dagen het verkeerslicht nadert en elke dag met een andere intentie. De fietser heeft iedere keer een lage trapfrequentie, 60 omwentelingen per minuut en een gewicht van 80 kg, inclusief het gewicht van de fiets.

De snelheid die de fietser dan heeft, aangenomen dat er geen wind staat en de fietser niet op een helling fietst, is ongeveer 5.2 m/s.

#### 4.1.1. Situatie 1: Rood licht

Op  $t = 0$ , dus op 100m van het verkeerslicht, is er een rood licht zichtbaar. Op dit moment weet de fietser niet hoelang het verkeerslicht nog rood blijft of hoelang deze al op rood staat. Aangezien de fietser nog ver voor de stopstreep van het verkeerslicht fietst zal de fietser dezelfde snelheid behouden totdat de fietser weet waar in de periode van het verkeerslicht hij zich bevindt. Op  $t = 7$ , na 7 seconde, verspringt het verkeerslicht van rood naar groen, omdat de tijden van het verkeerslicht bekend zijn bij de fietser, weet de fietser nu dat deze binnen 9 seconde bij het verkeerslicht moet zijn om het groene licht te halen of kan beslissen om het groene licht in de volgende periode van het verkeerslicht te halen.



Figuur 4: Snelheidsprofiel van de 3 soorten fietser die een rood verkeerslicht zien op  $t=0$ .

Op het moment dat het verkeerslicht van rood naar groen springt staat de fietser voor een keuze; versnellen tot de stopstreep voordat het verkeerslicht weer op rood springt of kiezen om op het volgende groene licht te wachten. De keuze heeft invloed op de snelheid die de fietser aanneemt. In de grafiek van de snelheidsprofielen is een duidelijk onderscheid tussen de drie soorten fietsers.

De langzame fietser zal in geen van de gevallen versnellen en kiest ervoor om te stoppen met trappen en zich uit

te laten rollen, zoals te zien is in figuur 4. De normale en snelle fietser kunnen allebei op het moment van verspringen het verkeerslicht nog halen door te versnellen.

In figuur 4 is te zien dat de normale fietser langzamer versneld als de snelle fietser. De normale fietser komt er na 5 seconde achter dat de snelheid om het verkeerslicht tijdig te passeren hoger licht dan de maximale snelheid van een normale fietser dus moet de fietser besluiten om een periode te wachten en door het volgende groene licht te fietsen. Hierdoor moet de normale fietser hard in de remmen om niet over de stopstreep te rijden wanneer het verkeerslicht op rood staat. De langzame fietser moet bijremmen om niet door rood te rijden. Vervolgens kunnen de langzame en normale fietser hun weg vervolgen als het verkeerslicht op groen springt. Zij moeten weer snelheid maken om hun beginsnelheid te behalen.

Op dat moment is de snelle fietser al voorbij het verkeerslicht doordat deze sneller versnelt en eerder een hogere snelheid behaald had dan de normale fietser. De snelle fietser heeft het verkeerslicht gepasseerd zonder boven zijn maximale snelheid te komen.

In de tabel van deze situatie, tabel 1, is te zien dat de snelle fietser tweemaal zoveel energie moet leveren dan de andere fietsers. Omdat de snelle fietser eerder bij het verkeerslicht was, is de waarde van de doelfunctie lager dan bij de andere fietsers.

	Langzame	Normale	Snelle
$T_{tot}$	50 sec	47 sec	23 sec
$E_{tot}$	2061,8 J	4687,6 J	2403,4 J
$F_{doel}$	76,5	107,2	53,9

Tabel 1

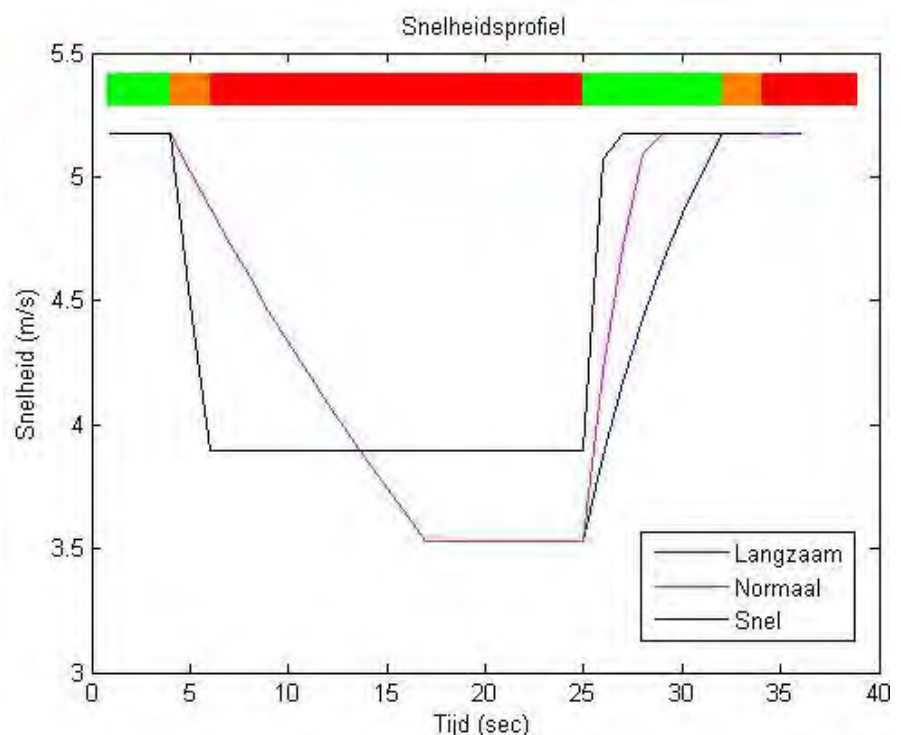
Bij de aannames van dit scenario is de waarde van  $c$  in de doelfunctie 77.8881.

#### 4.1.2. Situatie 2: Groen licht

In dit geval is  $t = 0$  het moment dat het verkeerslicht voor het eerst in zicht én groen is. De overige aannames zijn hetzelfde gebleven zoals omschreven is in Situatie 1.

Voor elk van de drie soorten fietser geldt nu dezelfde veronderstelling; ze zien dat op  $t = 3$ , na 3 seconde, het verkeerslicht van groen op oranje zien springen. De afstand naar de stopstreep is te groot om deze in de tijd dat het verkeerslicht op oranje staat af te leggen. De eerste mogelijkheid om het verkeerslicht te passeren is dan de volgende keer dat het verkeerslicht op groen staat.

De langzame en de normale fietser laten zich allebei door de weerstand afremmen en de snelle fietser moet bijremmen.



Figuur 5: Snelheidsprofiel van de 3 soorten fietser die een groen verkeerslicht zien op  $t=0$ .

Als de beginsnelheid wordt aangehouden zijn alle fietsers eerder bij de stopstreep van het verkeerslicht en moeten stoppen en wachten. Door het bijremmen van de snelle fietser kan deze een hogere snelheid aanhouden dan de andere fietsers die zich laten uitrollen. De langzame en de normale fietser hebben door het uitrollen een lagere snelheid als het verkeerslicht op groen springt. De grafiek geeft het verschil van de snelheden van de drie soorten fietsers duidelijk weer.

Als het verkeerslicht groen kleurt zijn alle fietser precies bij het verkeerslicht en kan er worden versneld naar de beginsnelheid. De snelle fietser heeft op dat moment een hogere snelheid en gezien het feit dat deze sneller versneld dan de langzame en de normale fietser en is de snelle fietser als eerste versnelt naar zijn beginsnelheid. Voor de langzame en de normale fietser ligt hier het enige verschil met elkaar. De normale fietser versnelt sneller dan de langzame fietser en is daarom eerder versnelt naar zijn beginsnelheid.

In tabel 2 staan de statistieken van deze situatie. De waarde van  $c$  in de doelfunctie is niet veranderd ten opzichte van de vorige situatie; 77,8881.

	Langzame	Normale	Snelle
$T_{tot}$	35 sec	34 sec	33 sec
$E_{tot}$	1237,4 J	1522,5 J	2389,7 J
$F_{doel}$	50,9	54,5	64,7

Tabel 2

#### 4.1.3. Overige momenten

De situatie wanneer het verkeerslicht voor het eerst in zicht is en deze oranje is komt overeen met de situatie Groen licht en heeft verder geen noemenswaardige verschillen met de situatie Groen licht.

Verder zijn er ook situaties waarbij de fietser zijn beginsnelheid kan behouden om het verkeerslicht te passeren, er hoeft niet versneld of bijgeremd te worden. In deze gevallen is er geen verschil tussen de drie soorten fietsers, omdat alle fietsers dezelfde beginsnelheid hebben. Er wordt vanuit gegaan dat de fietsers hun beginsnelheid behouden. Zowel de tijd die het kost, de energie die geleverd moet worden en de waarde van de doelfunctie zijn voor alle drie de fietsers gelijk.

## 4.2. Scenario 2: Helling

Voor het tweede scenario zijn er meerdere aanpassingen ten opzichte van het eerste scenario. Ten eerste heeft de fietser nu een hogere snelheid. Er wordt gefietst met 80 omwentelingen per minuut, wat overeen komt met een snelheid van ongeveer 6,9 m/s (25km/h).

De afstand op  $t = 0$  is nu 200 meter en de periode van het verkeerslicht bedraagt 41 seconde, verdeeld in 26 seconde rood, 11 seconde groen en 4 seconde oranje licht. Met deze aanpassing is er een ander scenario gecreëerd, maar het verloop van de snelheidsprofielen die hier uit voortkomen komen overeen met de profielen uit scenario 1. De meest belangrijke aanpassing in dit scenario is dat de fietser op een lichte helling van  $1^\circ$  richting het verkeerslicht fietst. Een paar interessante situaties zullen besproken worden.

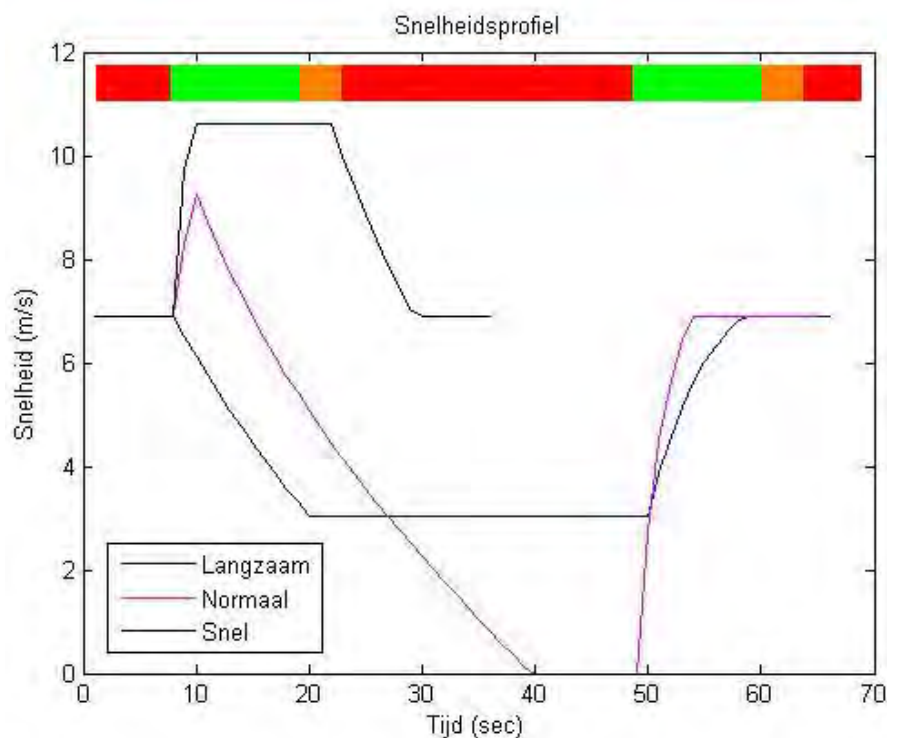
### 4.2.1. Situatie 1: Rood licht

Een situatie om uit te lichten is wanneer de fietser op  $t = 0$  een rood licht ziet en deze op  $t = 7$  verspringt naar groen, te zien in figuur 6.

Op dit moment maken de drie fietsers een beslissing om hun weg te vervolgen. De langzame fietser besluit niet te versnellen omdat deze dat in geen enkel geval doet, de andere twee versnellen wel om, nog voordat het verkeerslicht weer op rood springt, bij het verkeerslicht te zijn. Op  $t = 9, 2$  seconde na het beslissingsmoment, blijkt dat de normale fietser niet snel genoeg accelereert en alleen nog het verkeerslicht kan halen met een snelheid die hoger ligt dan zijn maximum snelheid. Stoppen met trappen en zich door de weerstand laten uitrollen is de enige mogelijkheid voor de normale fietser.

De langzame fietser liet zich vanaf het beslissingsmoment al uitrollen. De fietser bevindt zich op een lichte helling waardoor de snelheid sneller terugloopt wanneer er wordt uitgerold. De langzame fietser kan na enkele seconde uitrollen een lagere snelheid aannemen waardoor deze kan blijven fietsen om in een volgende periode door het verkeerslicht te gaan. Voor de normale fietser is dat niet mogelijk, omdat deze eerst versneld heeft is er al te veel afstand afgelegd om nog een snelheid aan te nemen die hoger ligt dan zijn minimale snelheid en dus zal de normale fietser moeten doorrijden tot de stopstreep van het verkeerslicht en daar wachten totdat deze zijn reis weer kan vervolgen.

De snelle fietser heeft door te versnellen een snelheid bereikt waardoor het verkeerslicht nog haalbaar was en een periode eerder is dan de andere twee fietsers.



Figuur 6: Snelheidsprofiel van de 3 soorten fietser die een groen verkeerslicht zien op  $t=0$ .

In tabel 3 de statistieken van de situatie.

	Langzame	Normale	Snelle
$T_{tot}$	66 sec	65 sec	34 sec
$E_{tot}$	6799,9 J	7608,0 J	11593,7 J
$F_{doel}$	102,8	106,2	96,8

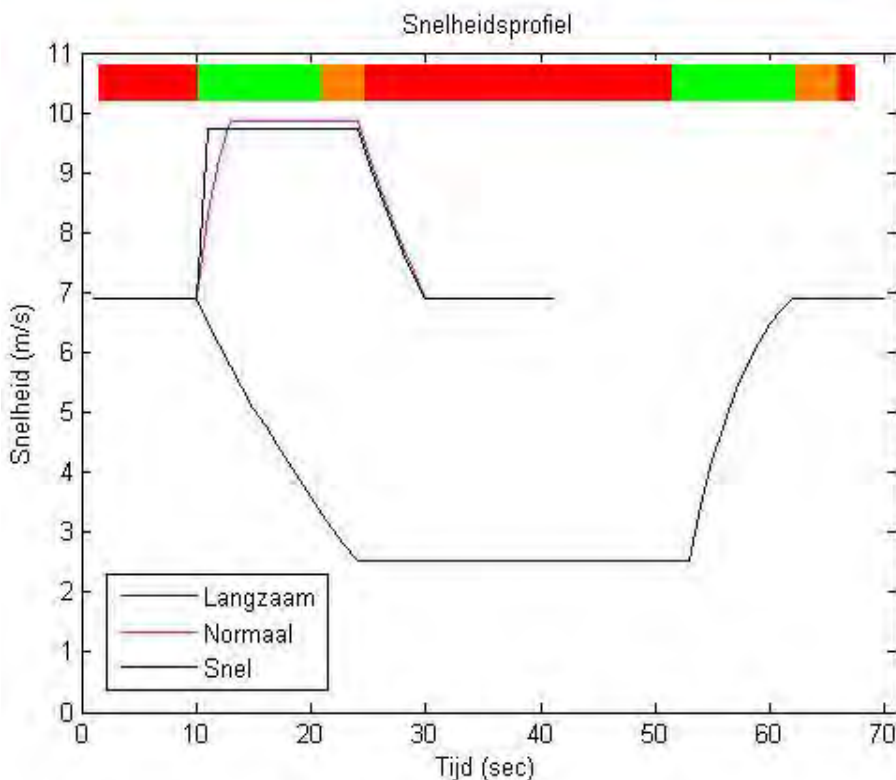
Tabel 3

De waarde van c in de doelfunctie is in deze situatie 184,6235.

#### 4.2.2. Situatie 2: Rood licht

Een andere situatie om uit te lichten is dat de fietser op  $t = 0$  een rood licht ziet en dat deze op  $t = 9$  naar groen verspringt. In deze situatie is er geen verschil in de beslissingen die de fietsers nemen. Figuur 7 geeft hiervan een overzicht.

De langzame fietser doet hetzelfde als in de vorige situatie, deze laat zich uitrollen tot een snelheid waarmee door het volgende groene verkeerslicht gefietst kan worden en zal vervolgens weer langzaam versnellen naar zijn beginsnelheid.



Figuur 7: Snelheidsprofiel van de 3 soorten fietser die een groen verkeerslicht zien op  $t=0$ .

Voor de snelle fietser verandert er niets ten opzicht van de vorige situatie, deze versneld naar een hogere snelheid voordat het verkeerslicht op rood is gesprongen is de snelle fietser langs de stopstreep en kan zich dan laten uitrollen naar zijn oorspronkelijke snelheid.

Het opvallendste in deze situatie is dat de normale fietser op een hogere snelheid komt te fietsen dan de snelle fietser. Dit heeft te maken met het feit dat de normale fietser er langer over doet om op dezelfde snelheid te behalen als de snelle fietser. In de tijd dat de normale fietser er langer over doet heeft de snelle fiets meer meters afgelegd om eerder bij het verkeerslicht te zijn. De normale fietser moet dit

compenseren door nog sneller te gaan fietsen om het verkeerslicht te halen waardoor zijn snelheid boven die van de snelle fietser komt te liggen.

Het voordeel dat de normale fietser heeft is dat deze een hogere snelheid heeft op het moment dat het verkeerslicht gepasseerd wordt. Om de doelfunctie eerlijk te houden wordt er, zoals afgesproken, nog gekeken naar de ontwikkelingen van de fietser op, in dit geval, de volgende 100 meter. Beide fietsers gaan weer terug naar de beginsnelheid, omdat de normale fietser een hogere snelheid had bij het passeren van het verkeerslicht is deze een seconde eerder op volgende 100 meter, zoals te zien is in tabel 4.

Als er op dit moment een fietser aankomt is het dus niet optimaal om als snelle fietser te handelen, want in de tabel is te zien dat net als de totale tijd het energie verbruik van de snelle fietser hoger is dan die van de normale fietser.

	Langzame	Normale	Snelle
$T_{tot}$	69 sec	37 sec	38 sec
$E_{tot}$	6862,0 J	10430,2 J	11303,1 J
$F_{doel}$	106,2	93,5	98,2

Tabel 4

### 4.3. Scenario 3: Langere afstand tot verkeerslicht

In de vorige scenario's zag de fietser het verkeerslicht op een relatief korte afstand, in deze situatie is die afstand groter, 300 meter. De fietser heeft een andere snelheid dan in de andere scenario's en er wordt gefietst met 70 omwentelingen per minuut. Dit is gelijk aan een snelheid van ongeveer 6,0 m/s. De periode van het verkeerslicht is 32 seconde, waarvan 22 seconde op rood, 9 seconde op groen en 3 seconde op oranje.

In dit scenario zijn er geen momenten waar noemenswaardige situaties tussen de fietsers ontstaan, dit is echter niet geheel verrassend. Wanneer de afstand tot het verkeerslicht groter is en de periode van het verkeerslicht bekend is bij de fietser, is het mogelijk om door middel van een kleine aanpassing in de snelheid ervoor te zorgen dat de fietser bij het verkeerslicht uitkomt als deze niet op rood staat.

Vanwege de grotere afstand wordt er gekeken naar andere omstandigheden rond het verkeerslicht, zoals de invloed van de wind.

Er kan een tabel gemaakt worden met de som van alle waarde van  $F_{doel}$  en vanuit daar kan worden gekeken naar welke van de drie fietsers de kleinste som heeft. De waarden staan vermeld in tabel 5.

	Langzame	Normale	Snelle	c
<b>geen</b>	<b>4.130,8597</b>	4.428,9671	4.589,2619	123,6833
<b>meewind</b>	<b>3.998,8859</b>	4.335,5455	4.539,2218	82,7051
<b>tegenwind</b>	<b>4.429,6499</b>	4.679,1736	4.801,9550	164,6616
<b>helling</b>	<b>5.643,0187</b>	6.077,0764	6.218,5563	123,6833
<b>helling+mee</b>	<b>6.230,6742</b>	6.784,5474	6.986,1310	82,7051
<b>helling+tegen</b>	<b>5.558,4731</b>	5.917,1315	6.065,9504	164,6616

Tabel 5: Waarde van de som van de doelfunctie van Scenario 3

In de tabel is de waarde van c uit de doelfunctie weergegeven om aan te geven dat de waarden uit de verschillende rijen niet met elkaar vergeleken kunnen worden.

Er wordt uitgegaan van een helling van  $1^\circ$  oplopend richting het verkeerslicht, net als bij scenario 2. Voor de wind is er een snelheid van 2m/s aangenomen. Meewind geeft  $V_w = -2$  en bij tegenwind is  $V_w = 2$ .

In tabel 5 zijn de dikgedrukt waarden de laagste van de drie fietsers. In dit scenario is het optimaal om als een langzame fietser dit stoplicht te benaderen, ongeacht wat de helling of de richting dan wel de snelheid van de wind is.

## 5. Conclusie

Het is niet mogelijk voor een fietser om dit hele model in zijn hoofd te hebben en ermee te rekenen terwijl de fietser het verkeerslicht nadert. Daarbij komt ook nog dat de fietser meerdere gegevens uit de situatie moet schatten, zoals zijn snelheid, de windsnelheid, de afstand tot het verkeerslicht en een eventuele helling. Dit is onmogelijk om te doen op het moment dat het verkeerslicht in beeld komt.

Daarom word er geprobeerd, zoals aangegeven in de doelstelling van het onderzoek, om vuistregels op te stellen zodat deze in een echte situatie gebruikt kunnen worden. Om dat te doen worden er tabellen gemaakt van de waarden van de som van de doelfuncties van de scenario's 1 en 2, zoals tabel 5. Deze waarden van scenario 1 en 2 zijn weergegeven in tabel 6 en 7.

	Langzame	Normale	Snelle	c
geen	1.707,5472	<b>1.677,3014</b>	1.764,0412	77,8881
meewind	1.981,4824	<b>1.937,4020</b>	1.984,4381	47,7816
tegenwind	1.651,7524	<b>1.651,2641</b>	1.761,8897	107,9945
helling	<b>2.144,7026</b>	2.236,1980	2.440,4792	77,8881
helling+mee	<b>2.570,0351</b>	2.714,8222	3.009,3075	47,7816
helling+tegen	<b>2.034,4983</b>	2.105,4511	2.267,1246	107,9945

Tabel 6: Waarde van de som van de doelfunctie van Scenario 1

In scenario 1 is het in het geval van een helling optimaler om als een langzame fietser te handelen. Handelen als normale fietser is optimaler als er geen helling aanwezig is. Wanneer er gekeken wordt naar de gegevens van de andere scenario's, als er sprake is van een lichte helling, 1° oplopend richting verkeerslicht, kan er geconcludeerd worden dat handelen als langzame fietser optimaal is. Er zijn maar enkele gevallen waarin de normale fietser beter presteert, maar de verschillen in de som van de waarden van de doelfunctie zijn nihil. Daar komt bij, als de helling steiler is, is de langzame fietser in deze gevallen optimaal. Dit betekent dat het versnellen op een helling in verhouding met de tijd te veel kracht kost.

Hieruit kan een vuistregel opgesteld worden die luidt:

**Versnellen op een oplopende helling is niet optimaal.**

	Langzame	Normale	Snelle	c
geen	3.186,7415	<b>3.094,3013</b>	3.292,2961	184,6235
meewind	3.263,2040	<b>3.117,8766</b>	3.299,6257	131,1009
tegenwind	3.300,4875	<b>3.250,4074</b>	3.420,5726	238,1462
helling	3.945,2505	<b>3.939,4653</b>	4.173,2208	184,6235
helling+mee	<b>4.193,0550</b>	4.195,9890	4.515,4459	131,1009
helling+tegen	3.924,0882	<b>3.916,5021</b>	4.099,4064	238,1462

Tabel 7: Waarde van de som van de doelfunctie van Scenario 2

In scenario 2 is te zien dat de snelle fietser geen enkele keer de optimale fietser is. Als er wordt gekeken naar de andere twee scenario's, tabel 6 en tabel 5 uit het vorige hoofdstuk, is de snelle fietser ook niet optimaal. Hieruit kan de conclusie getrokken worden dat remmen in geen van de besproken scenario's een optimale handeling is en dus alleen gebruikt moet worden wanneer het echt noodzakelijk is.

Vanuit deze conclusie kan er een vuistregel opgesteld worden namelijk:

**Rem alleen wanneer dit noodzakelijk is!**

Vuistregels als: 'Bij rood licht versnellen' of 'Bij groen licht snelheid afnemen' hadden hele mooie vuistregels geweest, maar deze zijn niet realistisch in het algemene geval. Er zijn scenario's waarin dit hele betrouwbare vuistregels kunnen zijn als de snelheid lager ligt of de afstand tot het verkeerslicht groter of kleiner is. Dan zijn deze vuistregels niet meer optimaal. Als algemene vuistregels zijn deze niet bruikbaar.



## 6. Literatuurlijst

### 6.1. Internetbronnen

<http://users.belgacom.net/gc009046/documenten/referenties/referentie3.htm>  
<http://www.diversetips.com/Vervoer/fietsen.htm>  
<http://www.fietsica.be>  
[http://www.hotspotholland.nl/limburg\\_wielrennen\\_bergetappe\\_nederland.html](http://www.hotspotholland.nl/limburg_wielrennen_bergetappe_nederland.html)  
<http://www.natuurkunde.nl/artikelen/view.do?supportId=904274>  
<http://www.newton-online.nl/newton/pagina.asp?pagkey=35709>  
<http://www.roelhendriks.eu/Natuurkunde/w3F%20versnellen%20en%20vertragen/versnellen%20theorie.pdf>  
<http://www.tribologie.nl/calculators/fietsen.htm>  
<http://www.velofilie.nl>  
<http://www.wielersportinfo.nl/trapfrequentie.htm>

### 6.2. Artikelen

- Greg Anderson, Richard Davidson, Asker Jeukendrup and Louis Passfield, *“Science and cycling: current knowledge and future directions for research”*, Journal of Sports Science.
- Alain Belli, Frederique Hintzy, *“Influence of pedalling rate on the energy cost of cycling in humans”*, Springer-Verlag 2002.
- Arnoud den Boer, *“Approaching a traffic light”*, February 18, 2010
- J. Chavarren, J.A.L. Calbet, *“Cycling efficiency and pedalling frequency in road cyclist”*, Springer-Verlag 1999.
- J.I. Katz, *“How to approach a traffic light”*, Mathematical Association of America
- Junghsen Lieh (PhD), *“Determination of Cycling Speed Using a Closed-form Solution from Nonlinear Dynamic Equations”*, Human Power eJournal, December 2006
- Pietro E. Di Prampero, *“Cycling on Earth, in space, on the Moon”*, Springer-Verlag 2000.
- Pietro E. Di Prampero, G. Cortili, P. Mognoni and F. Saibene, *“Equation of motion of a cyclist”*, Centro studi di Fisiologia del Lavoro Muscolare del Consiglio Nazionale Ricerche, and Institute of Human Physiology (III), University of Milan, Milan, Italy
- Manoj Srinivasan, *“Optimal speeds for walking and running, and walking on a moving walkway”*, Mechanical and Aerospace Engineering, Princeton University, Princeton, New Jersey, USA

## Bijlage

### A.

#### Verklarende lijst met gebruikte variabelen.

A	Voor oppervlak van de fietser en fiets	$m^2$
a	Versnelling van de fietser	$m/s^2$
F	Kracht	N
$C_D$	Coëfficiënt voor de houding van de fietser	[0,5;1]
v	Snelheid van de fietser	[2,5;15] m/s
$v_0$	Snelheid waarmee de fietser komt aanfietsen, beginsnelheid	[2,5;15] m/s
$v_w$	Windsnelheid	m/s
$\rho_a$	Luchtdichtheid	1,225 $kg/m^3$
$R_k$	Klimweerstand of hellingskracht	N
$R_l$	Luchtweerstand	N
$R_r$	Rolweerstand	N
$R_T$	Totale weerstand	N
g	Gravitatie	9,81 $m/s^2$
m	Massa van de fiets en fietser	[30,150] kg
$C_R$	Coëfficiënt van de rolweerstand	0,006
$\alpha$	Hellingshoek van het wegdek	[-12,12] °
t	Tijd, starten wanneer verkeerslicht gezien word, $t = 0$	s
x	afstand na verkeerslicht om doelfunctie eerlijk te houden	$\frac{1}{2} * s$ m
s	afstand tot verkeerslicht op $t = 0$	m
c	constante in de doelfunctie	
$E_{tot}$	Totale Energie die geleverd is door de fietser	J
$T_{tot}$	Totale tijd die de fietser er over doet om langs verkeerslicht te fietsen	s
$F_{doel}$	Doelfunctie, waarmee een verhoudingsgetal gegeven word	

## B.

Voorbeeld output van model:

### Normale Fietser

<b>Tmom</b>	<b>tijd</b>	<b>Energie</b>	<b>doel</b>
1	29	1835,9	52,5715
2	29	1835,9	52,5715
3	29	1835,9	52,5715
4	29	1835,9	52,5715
5	29	1835,9	52,5715
6	29	1835,9	52,5715
7	29	1835,9	52,5715
8	29	1835,9	52,5715
9	28	1873,5	52,0539
10	26	1859,0	49,868
11	25	1924,7	49,7115
12	47	4687,6	107,1836
13	46	2843,7	82,51
14	45	2164,9	72,7951
15	44	2073,9	70,6263
16	43	1976,0	68,3702
17	42	1829,5	65,4891
18	41	1653,3	62,2269
19	40	2325,7	69,8596
20	39	2241,6	67,7797
21	38	2087,5	64,8015
22	36	1742,2	58,3681
23	35	1522,5	54,5472
24	33	1488,2	52,1074
25	32	1581,3	52,3025
26	31	1648,3	52,1624
27	30	1712,2	51,9832
28	30	1712,2	51,9832

De kolom  $T_{mom}$  is toegevoegd om duidelijkheid van de gegevens te creëren.