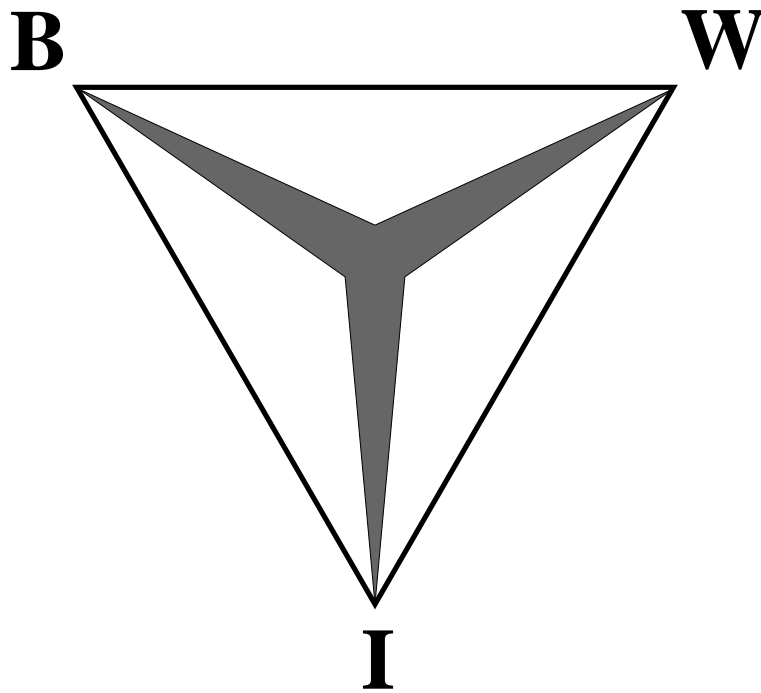


Actieve demping van geluid
Van regelaarontwerp tot hardware implementatie

Joost Bosman

24 september 2008



Inhoudsopgave

1	Voorwoord	2
2	Inleiding	3
3	Samenvatting	4
4	Terminologie	5
5	Literatuuronderzoek	9
5.1	Gelezen papers	9
5.2	Gekozen paper	10
5.3	Loopshaping	14
5.3.1	Voorbeeld toepassing loopshaping	17
5.4	Te implementeren regelaar	18
6	Implementatie in hardware	19
6.1	Algemene impedantie dynamica	19
6.1.1	Impedantie	19
6.1.2	Serieschakeling	19
6.1.3	Spanningsdeler	19
6.1.4	Parallelschakeling	20
6.1.5	Potentiaal	20
6.2	Analoge componenten	21
6.2.1	Weerstand	21
6.2.2	Geleiding	21
6.2.3	Condensator	22
6.2.4	OpAmp	22
6.3	Wetten van Kirchhoff	23
6.3.1	Stroomwet van Kirchhoff	23
6.3.2	Spanningswet van Kirchhoff	23
6.4	Uitleg formule 1e orde circuit	23
6.5	Uitleg formule 2e orde circuit	25
6.6	Hogere orde regelaar	27
6.6.1	Uitgevoerde implementatie	28
6.6.2	Totaaloverzicht	31
7	Overzicht	33
8	Conclusie	36
9	Verder onderzoek	36
	Bibliografie	37

1 Voorwoord

Tijdens het vak Mathematische Systeemtheorie werd mijn interesse gewekt voor regelsystemen. Met name analyse op frequentiegebied vind ik zeer interessant. Nadat ik bij wijze van experiment een klein beeldscherm in een PC-kast had gemaakt heb ik software geschreven die dat beeldscherm als spectrumanalyzer laat functioneren. Een spectrumanalyzer laat de samenselling (intensiteiten) van frequenties van afgespeeld geluid (muziek) zien. Vaak zit een spectrumanalyzer in een versterker in de vorm van met de muziek bewegende balkjes. Tijdens het schrijven van deze software kwam ik tot het inzicht op welke wijze geluid, dat naar de computerspeakers wordt gestuurd, kan worden uitgelezen en afgepeeld. Daaruit kwam het idee om een regelaar te implementeren die omgevingsgeluid uitdooft. Dit idee voor een BWI werkstuk heb ik aan André Ran voorgelegd. Tijdens de literatuurstudie kwam ik een paper tegen waarin de relatie van wiskundig regelaarontwerp en implementatie in een elektronica circuit naar voren kwam. Het verband van wiskundige analyse met fysiek elektronicaontwerp vind ik interessant, omdat dit mijn interesse voor regelsystemen en elektronica combineert. Elektronica is een grote hobby van mij. Dit heeft uiteindelijk geleid tot een werkstuk over het hele traject van regelaarontwerp tot hardwareimplementatie. Mijn dank gaat uit naar prof. dr. Andre Ran die goed heeft ingespeeld op mijn interesses en enthousiast uitleg heeft gegeven over de H_∞ theorie, regelaars en complexe algebra. Verder gaat mijn dank uit naar vrienden en familie die mij gesteund hebben met kritische kijk naar dit werkstuk.

2 Inleiding

In de huidige samenleving worden mensen overspoeld door omgevingsgeluiden. Dit wordt veroorzaakt door de vele (draagbare)apparaten die geluiden veroorzaken, maar ook door bijvoorbeeld verkeer en bouwwerkzaamheden. De stilte zoals mijn grootouders die nog kenden bestaat in Nederland haast niet meer. Dit is een schijnbaar onomkeerbare beweging. We moeten leven in een "verstoorde" wereld. Omdat voor velen die stilte gewild, maar schaars is en het daarmee een verkoopbaar artikel wordt komen in toenemende mate elektronische middelen beschikbaar die omgevings geluiden kunnen dempen. Door steeds kleinere en krachtiger computers en in het bijzonder geïntegreerde systemen komen deze hulpmiddelen binnen het bereik van een groter publiek. De laatstgenoemde ontwikkeling biedt goede mogelijkheden om storende omgevingsgeluiden weg te filteren. De doelstelling van dit werkstuk is het onderzoeken van wiskundige methoden om storende omgevingsgeluiden weg te filteren. Daarbij moet gedacht worden aan een regelaar die als input een ingebouwd microfoontje en een geluidsbron heeft en als uitvoer een luidspreker die dempend geluid uitzendt dat de storende invloeden reduceert en toch de input van de geluidsbron weergeeft.

3 Samenvatting

In dit werkstuk wordt het complete proces van regelaarontwerp tot hardware implementatie besproken van een ruisonderdrukkende hoofdtelefoon. Een grote rol speelt hier de H_∞ norm, wat simpel gesteld het maximum signaalniveau is. Gebruik makend van deze norm wordt een raamwerk besproken waarin zo'n regelaar ontworpen kan worden. Dat begint met het vinden van een prestatiefunctie en een robuustheidsfunctie. Deze functies beschrijven de specificaties waaraan een regelaar moet voldoen. Met deze functies kan vervolgens via Loopshaping een regelaar worden gevonden. Loopshaping is een grafische ontwerpmethode die gebruik maakt van een grafiek voor het ontwerpen van een goed presterende, maar vooral ook robuuste regelaar. Robuustheid zorgt ervoor dat een regelaar in een enigszins afwijkende omgeving nog steeds goed kan functioneren. Na het wiskundig ontwerp worden de wiskundige eigenschappen van analoge componenten uiteengezet. Door deze componenten en hun wiskundige eigenschappen op de juiste wijze te combineren kan de fysieke regelaar worden geïmplementeerd in de vorm van een elektronisch circuit. Nader onderzoek in [1] gaf als resultaat dat het ontworpen circuit niet voldeed aan het in dat paper opgestelde wiskundig ontwerp. De juiste waarden zijn in de werkstuk herberekend. Daarnaast is het circuit in de volledige context van een ruisonderdrukkende hoofdtelefoon gezet.

4 Terminologie

Voordat de literatuur wordt besproken geef ik eerst wat definities van begrippen die verder in dit werkstuk gebruikt worden:

Feedforward control:

Feedforward control maakt gebruik van voorkennis van een signaal. In deze context wordt gebruikgemaakt van het natuurkundige verschijnsel dat elektrische signalen zich bijna met de lichtsnelheid verplaatsen, terwijl geluidsgolven door de lucht zich met de geluidssnelheid verplaatsen. De lichtsnelheid is ongeveer 1 miljoen keer zo hoog als de geluidssnelheid dus over korte afstanden is de tijd, die een elektrisch signaal nodig heeft om zich te verplaatsen, verwaarloosbaar ten opzichte van een geluidsgolf. Als een microfoon dichter bij de storende geluidsbron wordt geplaatst dan de luidspreker, die het dempende signaal moet produceren, is er voorkennis van het geluidsignaal. Deze voorkennis wordt gebruikt in een feedforward control aanpak.

Feedback control:

Feedback control, ofwel terugkoppeling, maakt een koppeling tussen de invoer en uitvoer van een systeem. Bij een goed feedback systeem wordt via deze koppeling de invoer zo bijgestuurd, dat de uitvoer binnen bepaalde gestelde eisen blijft. In dit geval is het de bedoeling dat de effecten van de storende geluidsbron voldoende worden uitgedoofd. Bovendien moet de feedback voorkomen dat het systeem instabiel wordt. Een voorbeeld van instabiliteit is de luide pieptoon die een geluidsinstallatie kan genereren bij een verkeerd afgestelde microfoon.

Gesampled (geluid)signaal:

Een computer is zo ontworpen dat deze alleen in stappen kan rekenen. Een geluidsignaal daarentegen is een continu signaal. Om de computer toch in staat te stellen geluidssignalen te verwerken worden die geluidssignalen een vast aantal keren per seconde gemeten. De engelse benaming hiervoor is sampling. Een standaard die tegenwoordig veel gebruikt wordt in computers is 48000 samples per seconde. Dit heeft ook consequenties voor de wiskundige aanpak. Aangezien de computer gebruik maakt van samples is geluid voor de computer een discreet signaal. Een discreet signaal is een signaal dat in stappen wordt vastgelegd of weergegeven.

Plant

De plant is de karakteristiek van het pad dat begint bij het elektrisch signaal dat naar de luidspreker gaat en eindigt bij het elektrisch signaal dat afkomstig is van de microfoon die het geluid waarneemt. In dit werkstuk wordt de overdrachtsfunctie van de plant aangeduid met de letter P . Kortgezegd is de plant de dynamica van de omgeving zonder de regelaar. Als een regelaar wordt ontworpen moet rekening worden gehouden met het feit dat, als een geluidsignaal via een luidspreker wordt uitgezonden en vervolgens wordt opgevangen door een microfoon, het signaal van de microfoon niet gelijk is aan het signaal dat naar de luidspreker ging. Dit komt omdat een microfoon en luidspreker specifieke materiaal eigenschappen hebben die er voor zorgen dat niet alle frequenties evenredig sterk worden uitgezonden of opgevangen. Verder beïnvloedt ook de omgeving het signaal. Om een regelaar te kunnen bouwen moet daarom een

model worden gemaakt van de plant die deze eigenschappen zo goed mogelijk beschrijft.

DSP, Digital Signal Processor

Een DSP is een computer(chip) die gespecialiseerd is in het verwerken van audio (en eventueel ook video) signalen. Een DSP bevat al reeds de benodigde wiskundige operatoren die nodig zijn audiosignalen goed te verwerken. Het grote voordeel hiervan is dat een DSP heel goed in staat is om complexe signaalverwerkingstaken te volbrengen waarvoor normaal een krachtige computer nodig is. Een DSP maakt het dus mogelijk om signaalverwerking te integreren (embedden) in apparatuur.

ARX schatter

ARX staat voor autoregressie met externe variabelen. In het tijdsdomein kan dit model worden beschreven als:

$$y(t) = \sum_i^n \alpha_i y(t-i) + \sum_k^m \beta_k u(t-k) + e(t). \quad (1)$$

In dit model is

- $y(t)$ de uitvoer van het systeem,
- $u(t)$ de invoer van het systeem,
- $e(t)$ de afwijking van het systeem,
- α_i de coëfficiënten van de uitvoer tijdreeks $y(t-i)$,
- β_k de coëfficiënten van de invoer tijdreeks $u(t-k)$.
- n het aantal coëfficiënten α_i
- m het aantal coëfficiënten β_k

In [5, Paragraaf 1.3, p 8-9] wordt beschreven hoe coëfficiënten α_i en β_k kunnen worden gevonden via de kleinste kwadraten methode. Ten eerste kan bovenstaande vergelijking in een meer compacte vorm geschreven door de volgende variabelen te introduceren:

$$\theta = [\alpha_1 \cdots \alpha_n \beta_1 \cdots \beta_k]^T \quad (2)$$

$$\varphi(t) = [y(t-1) \cdots y(t-n) u(t-1) \cdots u(t-m)]^T. \quad (3)$$

Via deze vergelijking kan vergelijking (1) worden omgeschreven tot:

$$y(t) = \varphi^T(t) \theta. \quad (4)$$

Stel dat er een reeks van invoer $u(t)$ en uitvoer $y(t)$ beschikbaar is over het tijdsinterval $1 \leq t \leq N$

$$Z^N = \{u(1), y(1), \dots, u(N), y(N)\}.$$

Nu kan via de kleinste kwadraten methode de optimale parameters $\hat{\theta}_N$ worden bepaald:

$$\hat{\varphi}_N = \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t) y(t).$$

Door gebruik te maken van de z-getransformeerde kan de oplossing van differentievergelijking (1) worden omgezet in een overdrachtsfunctie $Y(s)$.

z-getransformeerde

De z-getransformeerde is de discrete-tijdsvariant van de Laplace transformatie. Gegeven een tijdreeks $G(t)$ komt daar de overdrachtsfunctie $\hat{G}(z)$ uit:

$$\hat{G}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{z^k} G(k).$$

∞ -Norm

Vanuit het tijdsdomein kan een systeem als invoer-uitvoer model in de volgende convolutie vergelijking worden beschreven:

$$y = G * u.$$

Met u de invoer en y de uitvoer. Als de convolutie wordt uitgeschreven komt daar de volgende integraal uit:

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(t - \tau) u(\tau) d\tau.$$

Met behulp van de Laplace transformatie kan deze vergelijking eenvoudiger worden uitgeschreven. Voor die vereenvoudigde weergave wordt gebruik gemaakt van de eigenschap dat de Laplace transformatie van een convolutie kan worden geschreven als de vermenigvuldiging van de Laplace transformaties.

$$\mathcal{L}(G * u) = \mathcal{L}(G) \cdot \mathcal{L}(u) = \hat{G}\hat{u}.$$

De Laplace transformatie van G , $\hat{G}(s)$ wordt de overdrachtsfunctie genoemd. De vergelijkingen die verder worden beschreven kunnen worden beschouwd als de Laplace transformaties van functies en variabelen. De regelaars die in dit werkstuk aan de orde komen voldoen aan de volgende eigenschappen. Ze moeten lineair, tijd-onafhankelijk, causaal zijn en een begrensde dimensionaliteit hebben. Causaal (niet te verwarren met causaal in termen van redeneren) wil zeggen dat er een aanwijsbaar begin van functioneren is bij het systeem ($G(t) = 0$ als $t < 0$). Verder moet gelden dat systeem stabiel is als de polen (nulpunten van $q(s)$) zich in het positief reële halfvlak bevinden ($Re(s) \geq 0$). De voorwaarde van begrensde dimensionaliteit heeft als gevolg dat de overdrachtsfuncties de vorm hebben van eigenlijke rationale functies. Een functie heet rationaal als de functie een quotiënt van polynomen (met reële coëfficiënten) van s is ($\frac{p(s)}{q(s)}$); een functie wordt eigenlijk genoemd als de limiet

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} G(j\omega)$$

bestaat (eindig is). Dit laatste betekent dat de graad van de teller kleiner of gelijk is aan de graad van de noemer (graad $p \leq$ graad q). De ∞ -Norm is het supremum over de amplitude van de frequenties waaruit een signaal opgebouwd is:

$$\|\hat{G}\|_{\infty} = \sup_{\omega} |\hat{G}(j\omega)|, \omega \in \mathbb{R}.$$

Vanwege de eigenschap dat \hat{G} een rationale functie is waarvan de coëfficiënten reël zijn is \hat{G} continu op $j\mathbb{R}$. Als dit wordt gecombineerd met de eigenschap dat de limiet $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{G}(j\omega)$ bestaat, kan de H_{∞} norm worden geschreven als het maximum:

$$\|\hat{G}\|_{\infty} = \max_{\omega} |\hat{G}(j\omega)|, \omega \in \mathbb{R}.$$

In principe worden in dit werkstuk worden functies beschouwd als overdrachtsfuncties zonder dat er specifiek een dak op de functienaam zit (dus met $G(s)$ wordt $\hat{G}(s)$ bedoeld) tenzij anders vermeld.

Perturbatie

Als een regelaar wordt ontworpen is het van belang dat deze ook in afwijkende onstandigheden nog goed functioneert. Daarom moet bij het ontwerpen de onzekerheid van de omgeving waarin de regelaar functioneert worden ingebouwd. De onzekerheid wordt gemodelleerd als een verzameling mogelijke plants waaruit een geperturbeerde plant gekozen wordt $\tilde{P} \in \mathcal{P}$. Deze verzameling bevat een zekere structuur die geparametriseerd kan worden. De meest gebruikte verzamelingen van geperturbeerde plants zijn:

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \{(1 + \Delta W_3)P\} \\ \mathcal{P} &= \{P + \Delta W_3\} \\ \mathcal{P} &= \{P/(1 + \Delta W_3 P)\} \\ \mathcal{P} &= \{P/(1 + \Delta W_3)\} \end{aligned} .$$

In deze parametrisaties is:

- Δ is een variabele overdrachtsfunctie waarvoor geldt dat $\|\Delta\|_{\infty} \leq 1$.
- W_3 is een vast gekozen overdrachtsfunctie die een weging aanbrengt van de variabele overdrachtsfunctie Δ .

$W_3(s)$ kan hier worden beschouwd als een onzekerheids-interval functie die afhangt van frequentie $s = j\omega$ en fase(vertraging) $s = e^{j\phi}$. Meestal is bij toenemende frequentie en/of faseverschil de onzekerheid groter.

5 Literatuuronderzoek

5.1 Gelezen papers

In het paper '**Robust internal model-based LQG design for active noise control of a one-dimensional acoustic duct system**' [4] wordt besproken hoe sinusöide ruis kan worden gedempt. Hiervan is een computermodel gemaakt en daaruit is een transfer functie gecreërd. Deze overdrachtsfunctie is geïmplementeerd in een DSP. De DSP is gebruikt in een testopstelling bestaande uit een luidspreker die de verstoring uitzond, een luidspreker die de verstoring moet dempen en een microfoon. Dit paper is in meerdere opzichten niet goed te gebruiken in de context van dit werkstuk. Ten eerste is het model gebaseerd op een buis waarin het geluid gedempt moet worden. Ten tweede lijkt het model gevoelig voor verandering van de frequentie van het stoorsignaal.

In het paper '**Quelling Cabin Noise in Tuboprop Aircraft via Active Control**' [3] worden piëzo actuators (apparaat dat geluidstrillingen genereert) en sensoren zo geplaatst dat deze optimale demping van het motorgeluid bewerkstelligen. Hier wordt gebruik gemaakt van Plain Vanilla Tabu Search om de optimale posities te berekenen. Met 'Tabu Search' wordt een lijst van gevonden punten (lees oplossingen) bijgehouden waar het algoritme niet meer langs mag komen. Dit paper is interessant vanwege het optimaal plaatsen van sensoren en actuators, maar niet verder bruikbaar, omdat het geen stof geeft voor het bouwen van de regelaar zelf.

In het paper '**New direct Adaptive approach to Multichannel Active Noise Control**' [6] wordt een regelaar met een actief Kalman filter besproken. Hierbij worden 'virtual error vectors' ofwel voorspellingen gegenereerd van de afwijkingen van de demping van de controller. Als dit wordt uitgebreid naar het geval dat de input uit meerdere kanalen bestaat is het niet meer mogelijk om met standaard algebra de filtervergelijkingen om te schrijven. (Dit komt onder andere doordat meerdere kanalen een bepaalde wisselwerking op elkaar hebben). Dit paper geeft een methode die het gebruik van zo'n filter toch mogelijk maakt voor een meerkanaals regelaar. Deze stof is buiten de scope van dit werkstuk, omdat er al voldoende stof is om te schrijven over het enkelkanaals geval. Bovendien ligt de nadruk van dit paper op de vergelijking van methoden van het enkelkanaals en meerkanaals filteren.

Het paper ' **H_∞ Feedback control and Fx-LMS feedforward control for car engine vibration attenuation**' [7] behandelt de 'Fx-LMS' methode en hoe deze methode kan worden gebruikt voor het uitdoven van motortrillingen van een auto. De opstelling bestaat uit actuators die deel uitmaken van de draagconstructie van de motor en versnellings sensoren die de trillingen en de richting daarvan meten. De werking van het 'Fx-LMS' algoritme berust op een adaptief filter dat via Least Mean Squares wordt bijgesteld. Er zijn echter veel haken en ogen aan deze methode. Er moeten namelijk de nodige uitbreidingen worden gedaan voordat dit algoritme goed werkt. Vanwege de complexiteit en de vele parameters die moeten worden afgesteld is dit algoritme niet direct interessant voor dit werkstuk. Dit wordt ook als nadeel beschreven in de conclusie van het paper.

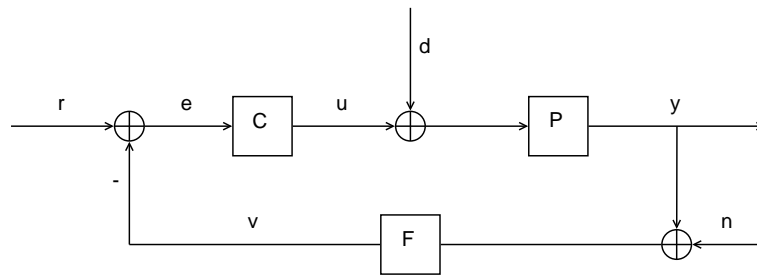
In het paper '**Study of the acoustic feedback problem of active noise control by using the l_1 and l_2 vector space optimization approaches**' wordt Active Noise Control besproken. Daarbij wordt H_∞ theorie gebruikt zoals in dit paper behandeld wordt. De controller wordt geoptimaliseerd door het algoritme toe te passen op de l_1 en l_2 vector ruimtes. De 1 en 2 komen overeen met de verzameling van rationale polynomen die begrensd zijn door respectievelijk de 1 en de 2 norm. In de conclusie wordt beschreven dat deze oplossing niet echt robuust is wat betreft variaties in het systeem. Dit paper behandelt stof die ook in dit werkstuk behandeld gaat worden. De nadruk ligt echter op het vergelijken van optimaliseringsmethodes van een controller.

Het paper '**Combined feedback-feedforward active control of sound in a room**' [8] maakt gebruik van een combinatie feedforward en feedback besturing.

Ten eerste wordt een feedforward opstelling besproken waarbij een microfoon in de richting van een storende geluidsbron wordt geplaatst en een luidspreker dit moet uitdoven. Het optimale filter, de voorspeller, wordt gevonden door het optimaliseren van een kostenfunctie. De kostenfunctie is de kwadratische fout van de regelaar. Vervolgens wordt een feedback opstelling besproken welke gebruik maakt van een microfoon vlak bij de aangestuurde luidspreker. Aan de regelaar wordt ook een model van de plant toegevoegd om ongewenste terugkoppeling tegen te gaan. In de regelaar wordt een robuustheidsparameter gedefinieerd. Deze parameter wordt toegevoegd aan de kostenfunctie die ook in de feedforward regelaar is gebruikt. De parameter moet zo gekozen worden dat de regelaar optimaal presteert met de voorwaarde dat de regelaar robuust is. Voor de controle van robuustheid wordt gebruik gemaakt van de H_∞ norm. Ten slotte worden de feedforward en feedback opstellingen gecombineerd door een lineaire combinatie te nemen van de uitvoer van beide typen regelaars. Zo ontstaat een regelaar die twee microfoons als invoer heeft en één luidspreker. De kostenfunctie maakt alleen gebruik van de microfoon die bij het feedbacksysteem hoort, omdat daar de omgevingsgeluiden gedempt moeten worden. In de conclusie wordt besproken dat de combinatie beter presteert dan elk van de afzonderlijke regelaars.

5.2 Gekozen paper

Het paper [1] maakt gebruik van H_∞ theorie om een feedback regelaar te bouwen. De regelaar wordt toegepast in een hoofdtelefoon om zo omgevingsgeluid te onderdrukken. Geluid komt als signaal een hoofdtelefoon binnen en wordt via een luidspreker naar het oor overgebracht. Er komt echter niet alleen geluid van de hoofdtelefoon, maar ook van de omgeving. Het doel van de regelaar is om de omgevingsgeluiden te onderdrukken. Daarnaast moet de regelaar in staat zijn een geluidssignaal (afkomstig van walkman of telefoon) weer te geven. In [2] wordt een algemeen raamwerk uitgewerkt voor van het ontwerpen van regelaars via 'robust H_∞ control theory'.



Figuur 1: standaard raamwerk

In dit schema is:

C de overdrachtsfunctie van de regelaar,

P de overdrachtsfunctie van de plant,

F de overdrachtsfunctie van de sensor naar gecorrigeerd sensorsignaal v ,

r referentie input, het geluid,

e gemeten afwijking van de regelaar,

u de input van de plant, aansturing van de luidspreker,

d verstoring die via de plant binnenkomt,

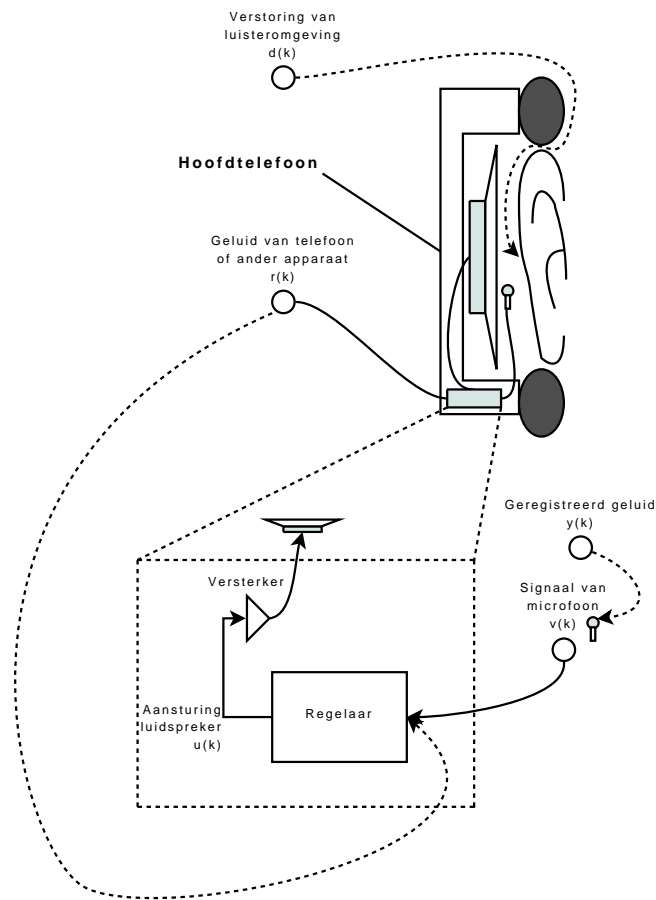
y het resulterende geluid (combinatie van uitvoer van regelaar en omgevingsgeluiden),

v uiteindelijk gemeten signaal afkomstig van de microfoon,

n afwijking van de sensor, microfoon.

De regelaar ontvangt via het geluidssnoer het geluid r (referentie). Van de omgeving komen stoorgeluiden d , zoals spraak en gezoem van ventilatoren. In het model is y het uiteindelijke geluid dat naar het oor gaat. Het microfoontje is niet perfect en genereert zelf ook een stoorsignaal n . De regelaar krijgt als invoer de afwijking e . e is het verschil tussen het gemeten geluid v en het ontvangen geluid r . De regelaar stuurt de luidspreker aan met stuursignaal u .

In het onderstaand figuur staat een schematische weergave van de toepassing van dit raamwerk op een 'noise cancelling' koptelefoon.



Figuur 2: situatie in de hoofdtelefoon

In het raamwerk spelen 2 overdrachtsfuncties de hoofdrol. Dit zijn de plant P en de regelaar C . De plant is de fysieke omgeving waar de regelaar zijn werk doet. In de context van dit paper is de plant de ruimte tussen de luidspreker, microfoon en het oor. De regelaar moet er voor zorgen dat de afwijking van het geluid in de plant ten opzichte van het referentiesignaal binnen gestelde grenzen blijven. Voor het stellen van de grenzen zijn er twee overdrachtsfuncties die als prestatie maat functioneren. De eerste is de gevoeligheidsfunctie S . De gevoeligheidsfunctie is de overdrachtsfunctie van het referentiesignaal r naar de afwijking e . Daarnaast is er ook een complementaire gevoeligheidsfunctie $T = 1 - S$. De complementaire gevoeligheidsfunctie is de overdrachtsfunctie van r naar het resulterende geluid (regelaar + omgeving) y . In het framework bevindt zich ook nog een overdrachtsfunctie F . F moet het verschil tussen het signaal als het direct binnenkomt of als het via de plant wordt overgedragen compenseren. F compenseert dus eigenlijk de karakteristiek van de sensor. Opvallend is dat F in dit paper niet wordt gebruikt voor het ontwerpen van de regelaar.

Als een regelaar ontworpen wordt is het van belang dat er kwaliteitscriteria voorhanden zijn zodat de regelaar beoordeeld kan worden. De volgende kwaliteitscriteria worden behandeld:

- Prestatie,
- Robuustheid.

Zoals eerder beschreven is r het referentiesignaal dat zonder verstoringen moet worden doorgegeven. De prestatie van de regelaar wordt afgemeten aan de mate waarin de regelaar het referentiesignaal kan volgen. De prestatie kan worden afgeleid uit S , de overdrachtsfunctie van referentie r naar afwijking e . De afwijking is hier het verschil tussen het gewenste signaal en het gerealiseerde signaal. Als kwaliteitscriterium kan dan de norm $\|S\|_\infty < \epsilon$ worden genomen. Echter, vaak is bij een regelaar de prestatie over een beperkt gebied van frequenties relevant. Om een voorbeeld te noemen, het menselijk gehoor is in staat om geluiden waar te nemen in het frequentiegebied van 30Hz - 20Khz. Daarom is het handig een weging toe te passen op de prestatienorm van een regelaar:

$$\|W_1 S\|_\infty < 1.$$

Bij de bovenstaande norm is W_1 een wegingsfunctie die de relevante frequentiegebieden voor de regelaar bepalend laat zijn voor het ontwerp van de regelaar.

Naast prestatie moet de regelaar ook robuust zijn. Een plant kan nooit exact worden gemodelleerd, daarom moet er rekening worden gehouden met mogelijke afwijkingen van het model. Zoals beschreven in de terminologie kan de onzekerheid van een plant P worden beschreven door een verzameling van mogelijke geperturbeerde plants \mathcal{P} . Daarbij zijn verschillende soorten perturbaties mogelijk. W_3 is hierbij de functie die een weging aanbrengt over de variabele overdrachtsfunctie Δ . In [1] is de volgende Perturbatie variant toegepast: $\mathcal{P} := \{(1 + \Delta W_3) P\}$ waarbij de voorwaarde $\|W_3 T\|_\infty < 1$ geldt. In [1] staat beschreven dat een regelaar C robuust stabiel is wanneer deze stabiel is voor elke mogelijke plant P waarvoor geldt $P \in \mathcal{P}$.

W_2 is een extra wegingsfunctie die voorwaarden toevoegd over de uitvoer van de regelaar u . Uiteindelijk kunnen de wegingen voor de kwaliteitscriteria als volgt worden samengevat:

De afwijking tussen r en v (e) moet niet te groot zijn, W_1 brengt een weging aan in hoe groot die afwijking maximaal mag zijn. Verder moet de output van de regelaar u binnen gestelde grenzen blijven, W_2 brengt een weging aan die er voor zorgt dat u binnen deze grenzen blijft. Ten slotte moet rekening worden gehouden met onzekerheid van plant P . W_3 brengt een weging aan die de onzekerheid van P beschrijft.

In het ideale geval is de regelaar zo goed mogelijk in staat het geluid te volgen en omgevingsgeluid te dempen. Dit in combinatie met robuustheid tegen afwijkingen en onzekerheid over de omgeving. Echter S en T kunnen niet onbeperkt gekozen worden. Zo moet aan de voorwaarde

$$\|S(s)W_1(s)\|_\infty < 1$$

worden voldaan, maar ook aan de voorwaarde

$$\|T(z)W_3(z)\|_\infty < 1.$$

moet worden voldaan. Vanwege de relatie $T = 1 - S$ oefenen deze restricties een wisselwerking uit. Voor robuust presteren is het voldoende als aan de vergelijking

$$\| |S(z)W_1(z)| + |T(z)W_3(z)| \|_\infty < 1$$

wordt voldaan.

Na enige algebra kan worden aangetoond dat de suboptimale oplossing voor dit probleem voldoet aan de vergelijking

$$\left\| \begin{array}{c} W_1S(z) \\ W_2S(z)C(z) \\ W_3T(z) \end{array} \right\|_\infty < 1.$$

Dit kan ook intuïtief worden ingezien door gebruik te maken van de boven beschreven definities van de gevoeligheidsfunctie $S(z)$ en de complementaire gevoeligheidsfunctie $T(z)$:

$$\left\| \begin{array}{c} W_1S(z) \\ W_2S(z)C(z) \\ W_3T(z) \end{array} \right\|_\infty = \left\| \begin{array}{c} W_1e(k) \\ W_2u(k) \\ W_3y(k) \end{array} \right\|_\infty < 1.$$

Met behulp van Loopshaping kan een regelaar worden gevonden die voldoet aan de gestelde eisen. In de volgende paragraaf wordt de werkwijze van loopshaping uitgelegd waarna een simpel voorbeeld volgt.

5.3 Loopshaping

Loopshaping is een grafische methode om een regelaar C te vinden. Daarbij is het van belang dat de regelaar robuust presteert: $\|W_1S\| < 1$, robuust stabiel is: $\|W_3T\| < 1$. Aan de hand van Theorem 2 in paragraaf 4.3 van [2] is aangetoond dat genoemde voorwaarden kunnen worden gecombineerd tot de voorwaarde

$$\| |W_1S| + |W_3T| \|_\infty < 1. \quad (5)$$

Bij loopshaping wordt niet direct een regelaar gezocht, maar de lusoverdrachtsfunctie L . Een lusoverdrachtsfunctie L is de combinatie van de regelaar C en plant P en wordt daarom uitgedrukt via de vergelijking:

$$L = PC.$$

Zodra de lusoverdrachtsfunctie is gevonden kan de regelaar worden afgeleid door gebruik te maken van voorgaande vergelijking:

$$C = L/P.$$

Voordat de grafische aanpak kan worden toegepast is het handig om de robuuste prestatie voorwaarde om te schrijven in termen van de lus overdrachtsfunctie L . Hierbij wordt [2, Paragraaf 7.1, p 101-104] gevolgd. Definieer:

$$\Gamma(j\omega) := \left| \frac{W_1(j\omega)}{1+L(j\omega)} \right| + \left| \frac{W_3(j\omega)L(j\omega)}{1+L(j\omega)} \right| < 1. \quad (6)$$

Gebruikmakend van het gegeven dat $S = 1 - T$ en de definitie van Γ kunnen de volgende ongelijkheden worden afgeleid:

$$(|W_1| - |W_3|) |S| + |W_3| \leq \Gamma \leq (|W_1| + |W_3|) |S| + |W_3|, \quad (7)$$

$$(|W_3| - |W_1|) |T| + |W_1| \leq \Gamma \leq (|W_3| + |W_1|) |T| + |W_1|, \quad (8)$$

$$\frac{|W_1| + |W_3L|}{1 + |L|} \leq \Gamma \leq \frac{|W_1| + |W_3L|}{|1 - |L||}. \quad (9)$$

Stel nu dat $|W_2| < 1$. Dan volgt uit vergelijking (7) dat

$$\Gamma < 1 \Leftrightarrow \frac{|W_1| + |W_3|}{1 - |W_3|} |S| < 1, \quad (10)$$

$$\Gamma < 1 \Rightarrow \frac{|W_1| - |W_3|}{1 - |W_3|} |S| < 1. \quad (11)$$

of als vergelijking (9) wordt gebruikt dat

$$\Gamma < 1 \Leftrightarrow |L| > \frac{|W_1| + 1}{1 - |W_3|}, \quad (12)$$

$$\Gamma < 1 \Leftrightarrow |L| > \frac{|W_1| - 1}{1 - |W_3|}. \quad (13)$$

Wanneer $W_1 \gg 1$ kan $\Gamma < 1$, gebruik makend van de insluitstelling, worden benaderd door

$$\frac{|W_1|}{1 - |W_3|} |S| < 1 \quad (14)$$

of

$$|L| > \frac{|W_1|}{1 - |W_3|}. \quad (15)$$

Merk op dat vergelijking (14) overeenkomt met de prestatie voorwaarde $|W_1S| < 1$, maar dan met groter gewicht $\frac{|W_1|}{1 - |W_3|}$.

Stel nu dat $|W_1| < 1$. Dan kan uit vergelijking (8) worden afgeleid dat moet gelden

$$\Gamma < 1 \Leftrightarrow \frac{|W_3| + |W_1|}{1 - |W_1|} |T| < 1, \quad (16)$$

$$\Gamma < 1 \Rightarrow \frac{|W_3| - |W_1|}{1 - |W_1|} |T| < 1. \quad (17)$$

of als vergelijking (9) wordt gebruikt

$$\Gamma < 1 \Leftrightarrow |L| > \frac{1 - |W_1|}{|W_3| + 1}, \quad (18)$$

$$\Gamma < 1 \Leftrightarrow |L| > \frac{1 - |W_1|}{|W_3| + 1}. \quad (19)$$

Wanneer $W_3 \gg 1$ kan $\Gamma < 1$, via de insluitstelling, worden benaderd door

$$\frac{|W_3|}{1 - |W_1|} |T| < 1 \quad (20)$$

of

$$|L| < \frac{1 - |W_1|}{|W_3|}. \quad (21)$$

Merk op dat vergelijking (20) overeenkomt met de stabiliteits voorwaarde $|W_3 T| < 1$, maar dan met groter gewicht $\frac{|W_3|}{1 - |W_1|}$.

De bovenstaande uitwerking kan worden samengevat door:

$$|L| > \frac{|W_1|}{1 - |W_3|} \text{ voor } |W_1| \gg 1 > |W_3| \text{ en}$$

$$|L| < \frac{1 - |W_1|}{|W_3|} \text{ voor } |W_1| < 1 \ll |W_3|$$

Aan de hand van een versimpelde, maar veel voorkomende situatie kan inzicht worden gegeven in het loopshapen. Neem W_1 een laagfrequent doorlaatfilter (grootste weging onder gegeven frequentiegrens, dalend over ω) en voor W_3 een hoogfrequent doorlaatfilter (grootste weging boven gegeven frequentiegrens, stijgend over ω) gekozen. In die situatie geldt over het algemeen bij hoge frequenties dat

$$|W_1| > 1 > |W_3|$$

en bij lage frequenties dat

$$|W_1| < 1 < |W_3|.$$

Het ontwerpen gaat dan grofweg als volgt:

1. Maak twee grafieken op een dubbellogaritmische schaal:

$$\frac{|W_1|}{1 - |W_3|} \text{ over het interval waar } |W_1| > 1 > |W_3| \text{ en}$$

$$\frac{1 - |W_1|}{|W_3|} \text{ over het interval waar } |W_1| < 1 < |W_3|.$$

2. Creëer de kromme die $|L|$ moet gaan voorstellen welke:

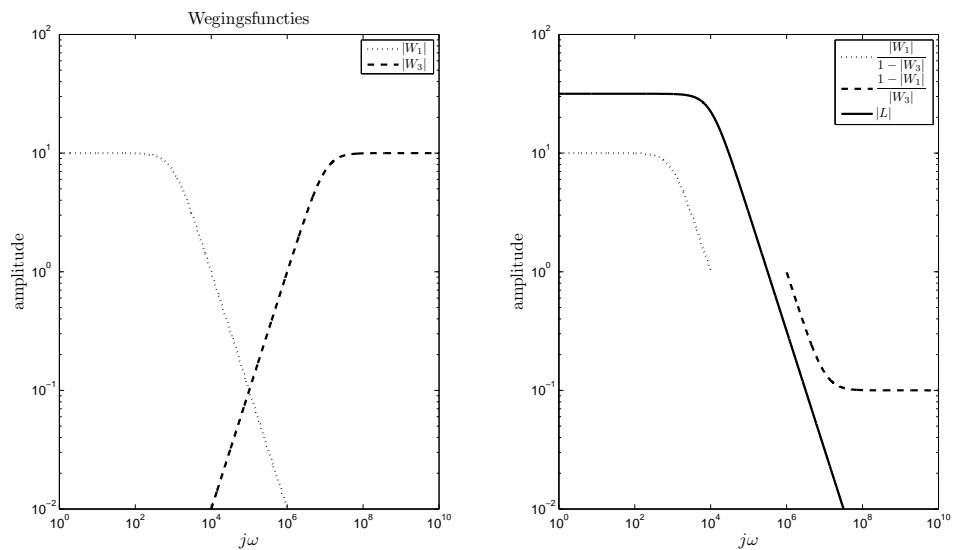
- bij lage frequenties boven de eerste kromme $\frac{|W_1|}{1 - |W_3|}$ langs gaat op het interval $|W_1| > 1 > |W_3|$.
- bij hoge frequenties onder de tweede kromme $\frac{1 - |W_1|}{|W_3|}$ doorgaat op het interval waar $|W_1| < 1 < |W_3|$.
- vloeiend verloopt tussen de intervallen van de eerste en tweede krommen
- tussen die intervallen van de eerste en tweede krommen een niet te grote helling heeft op de kruising (waar $|L| = 1$).

3. Vind een overdrachtsfunctie L waarvan de kromme in de grafiek overeenkomt met de in stap 2 gemaakte kromme.

Het vergt enige handigheid en inzicht om een functie L te vinden, zodanig dat deze aan alle voorwaarden voldoet.

5.3.1 Voorbeeld toepassing loopshaping

De beste manier om loopshaping uit te leggen is via een simpel voorbeeld. Beschouw onderstaande grafiek:



Figuur 3: grafische weergave van loopshaping

In bovenstaande grafiek heeft W_1 de vorm van een laagdoorlaatfilter

$$\frac{\alpha_{W_1}}{1 + s\tau_{W_1}}$$

en W_3 de vorm van een hoogdoorlaatfilter

$$\frac{\alpha_{W_3} s\tau_i}{1 + s\tau_{W_3}}.$$

Hier is α_i de amplitude van het gebied waar het filter niet dempt en τ_i de boven-respectievelijk ondergrens van het filter. De relatie van τ_i tot de grensfrequentie f_i van het filter is daarbij

$$\tau_i = \frac{1}{f_i}.$$

In de rechtergrafiek zijn de grafieken waar $|L|$ respectievelijk boven- en onderlangs moet getekend. In dit voorbeeld is functie L een laagdoorlaatfilter.

$$\frac{\alpha_L}{1 + s\tau_L}.$$

Als in de grafiek blijkt dat L aan de voorwaarde (5) voldoet en bij de kruising (waar $|L|$ de 1 passeert) een beperkte helling heeft moet nog worden gecontroleerd of daarwerkelijk aan (5) voldaan is. In bovenstaand voorbeeld is dat het geval.

5.4 Te implementeren regelaar

Na het toepassen van loopshaping wordt in [1] een regelaar gevonden die de volgende polen en nulpunten heeft:

polen ($\times 10^5$)	nulpunten ($\times 10^5$)
-0.20959	-3.4362
-0.16790	-0.1327 + 0.1302i
-0.08121	-0.1327 - 0.1302i
-0.00592 + 0.01973i	-0.1885
-0.00592 - 0.01973i	-0.0361

Tabel 1: Regelaar

De gebruikte wegingsfuncties $W_1(j\omega)$, $W_2(j\omega)$, $W_3(j\omega)$ zijn niet expliciet gegeven in [1], waardoor de loopshaping niet te verifiëren is.

De gevonden regelaar $C(s)$ kan worden beschreven als rationale functie waarvan de nulpunten corresponderen met de nulpunten van de teller en de polen corresponderen met de nulpunten van de noemer

$$C(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_n s^n}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_n s^n}.$$

In dit geval is sprake van een 5^e orde regelaar:

$$C(s) = \frac{a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4 + a_5s^5}{b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3 + b_4s^4 + b_5s^5}.$$

6 Implementatie in hardware

De implementatie van de regelaar is gedaan met behulp van analoge elektronica. Om een succesvolle implementatie te verkrijgen is enige kennis vereist over de dynamica van elektronische componenten.

6.1 Algemene impedantie dynamica

De samenhang van componenten is bepalend voor het gedrag van een circuit. Dit gedrag wordt vaak uitgedrukt in termen van impedantie. In dit werkstuk wordt j gebruikt als complexe identiteit in plaats van i , omdat anders de kans bestaat dat deze verward wordt met de natuurkundige grootte I .

6.1.1 Impedantie

Een (elektrische) impedantie $Z(s)$ is het frequentie afhankelijk gedrag van elektrische componenten. Een impedantie gedraagt zich als een weerstand die afhankelijk is van de invoerfrequentie ω met $s = j\omega$ het frequentie domein van de Laplace transformatie. Onderstaande formule geeft de relatie aan tussen impedantie $Z(s)$, spanning $U(s)$ en stroom $I(s)$:

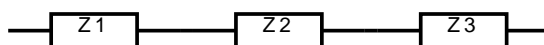
$$Z(s) = \frac{U(s)}{I(s)}.$$

De samenhang van elektrische componenten bepaalt wat (het gedrag van) de overdrachtsfunctie wordt.

6.1.2 Serieschakeling

Bij een serieschakeling worden impedanties in een serie achter elkaar geplaatst. De vervangende impedantie Z_{res} is dan gelijk aan de som van de impedanties Z_i :

$$Z_{res} = \sum_i Z_i.$$

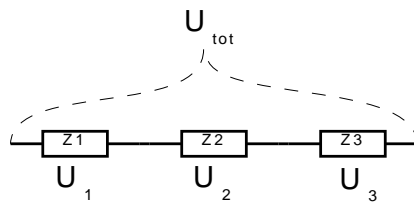


Figuur 4: Serieschakeling van impedanties

6.1.3 Spanningsdeler

Neem de in de vorige deelparagraaf beschreven spanningsdeler. Gegeven een spanning U_{tot} kan de spanning over elke impedantie worden uitgedrukt als:

$$U_i = U_{tot} \frac{Z_i}{\sum_i Z_i}.$$



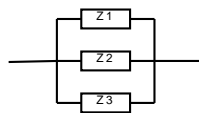
Figuur 5: Spanningsdeler

Een dergelijk circuit wordt ook wel een spanningsdeler genoemd.

6.1.4 Parallelschakeling

Bij een parallelschakeling worden de impedanties parallel (naast elkaar) geschakeld. De vervangende impedantie Z_{res} van een parallelschakeling kan worden berekend via:

$$Z_{res} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{Z_i}}$$



Figuur 6: Parallelschakeling van impedanties

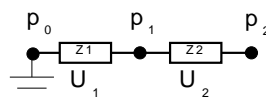
6.1.5 Potentiaal

Een potentiaal is het spanningsverschil tussen twee punten. Meestal wordt één centraal punt als referentiepunt gekozen. Vaak wordt de aarde of massa als referentiepunt gekozen.



Figuur 7: Het aardesymbool

In de uitleg die verder in dit hoofdstuk volgt is de aarde of massa het referentiepunt. Alle potentialen zijn dan dus het spanningsverschil tussen de massa en dat punt.



Figuur 8: Potentialen

In bovenstaand figuur is het spanningsverschil tussen p_0 en p_1 U_1 (Volt). Het potentiaal tussen p_0 en p_1 is daarom U_1 . Als potentiaalpunt p_0 (verbonden met

aarde) nu als referentie wordt gekozen kunnen de potentialen als volgt worden uitgedrukt:

$$\begin{aligned} p_0 &= 0V(\text{Volt}) \\ p_1 &= U_1 \\ p_2 &= U_1 + U_2 \end{aligned} .$$

6.2 Analoge componenten

In een actief filter spelen drie componenten van drie typen een belangrijke rol namelijk: weerstanden, condensatoren en OpAmps. Die worden nu afzonderlijk bekeken.

6.2.1 Weerstand

Een weerstand is een component dat stroom begrenst. De relatie tussen spanning en stroom in een weerstand R kan als volgt worden beschreven:

$$u_R(t) = i_r(t) R.$$

Als de Laplace transformatie wordt genomen geeft dit:

$$U_R(s) = I_r(s) R.$$

Uiteindelijk kan dit worden omgeschreven tot de overdrachtstuncctie:

$$U_R(s) = I_r(s) R \Leftrightarrow \frac{U_R(s)}{I_r(s)} = Z_r(s) = R.$$

De eenheid voor weerstand is Ohm Ω .



Figuur 9: Symbool weerstand

Merk op dat de impedantie van een weerstand constant is over het frequentiedomein $s = j\omega$.

6.2.2 Geleiding

Naast de bekende grootheid van weerstand bestaat er ook een grootheid geleiding. Het symbool voor geleiding is G waarbij de relatie tot weerstand kan worden beschreven door $G = \frac{1}{R}$. Het grote voordeel is dat de vervangingswaarde

van parallele weerstanden $R_{res} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{R_i}}$ met behulp van geleidingen een stuk

eenvoudiger wordt:

$$G_{res} = \sum_i G_i$$

Als weerstand in de wet van ohm vervangen wordt door geleiding geeft dat de volgende vergelijking:

$$I = \frac{U}{R} = UG.$$

6.2.3 Condensator

Een condensator C is een component dat in staat is elektrische lading op te slaan. De mate waarin een condensator lading kan opslaan wordt capaciteit genoemd en heeft een eenheid die wordt uitgedrukt in Farad F .



Figuur 10: symbool condensator

De relatie van de stroom en de spanning die door een condensator lopen kan worden beschreven door de vergelijking:

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) d\tau.$$

Als van bovenstaande vergelijking de Laplace transformatie wordt genomen komt daar de volgende vergelijking uit:

$$U_C(s) = \frac{1}{Cs} I_C(s).$$

Met bovenstaande vergelijking en de definitie van de overdrachtsfunctie voor de impedantie kan deze worden omgeschreven tot:

$$U_C(s) = \frac{1}{Cs} I_C(s) \Leftrightarrow \frac{U_C(s)}{I_C(s)} = Z_C(s) = \frac{1}{Cs}.$$

6.2.4 OpAmp

Een operational amplifier (OpAmp genoemd) is een versterker met twee ingangen en een uitgang.

+ positieve ingang (positieve invloed op uitvoer)

- negatieve ingang (negatieve invloed op uitvoer)

Een OpAmp functioneert als een lineaire versterker die in principe het verschil tussen de positieve en negatieve ingang 'oneindig' keer versterkt. Door terugkoppeling toe te passen kan de functie van deze versterker zo worden aangepast dat deze als lineaire regelaar gaat functioneren.

De terugkoppeling wordt bereikt door een terugkoppeling van de uitgang naar de ingang van de OpAmp met behulp van de bovengenoemde weerstanden en condensatoren.

Hoe kan nu het gedrag van een OpAmp circuit worden berekend?

Bij het doorrekenen van een OpAmp wordt uitgegaan van de ideale OpAmp. De ideale OpAmp bezit een aantal eigenschappen die het mogelijk maken het gewenste gedrag door te rekenen.

Deze eigenschappen zijn:

- Oneindige versterking van ingang,
- Oneindige ingangsimpedantie,
- Een uitgangsimpedantie van 0 (externe verbruikers aan de uitgang hebben geen invloed op de werking van de OpAmp).

Door de ideale OpAmp te berekenen in zijn rusttoestand is het mogelijk het gedrag van het circuit te bepalen. In de rusttoestand loopt er geen uitgangsstroom. Als er geen uitgangsstroom loopt zijn er ook geen ingangsstromen. Dit houdt in dat de potentialen (spanningsverschil tussen twee punten) van de negatieve e^- en positieve e^+ ingang gelijk moeten zijn. Het gelijkstellen van de potentialen van de negatieve en positieve uitgang is precies wat nodig is om de relatie van het ingangssignaal u_{in} en het uitgangssignaal u_{uit} te bepalen. De potentialen en stromen in een circuit kunnen worden bepaald met behulp van de wetten van Kirchhoff.

6.3 Wetten van Kirchhoff

6.3.1 Stroomwet van Kirchhoff

De eerste wet van Kirchhoff stelt dat de som van de stromen in een knooppunt 0 is. Dat betekent dat de ingaande stromen en uitgaande stromen in evenwicht zijn

$$\sum_k i_k = 0.$$

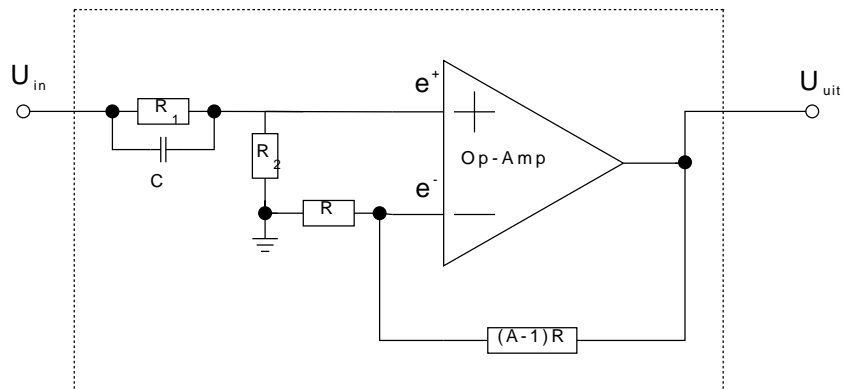
6.3.2 Spanningswet van Kirchhoff

De tweede wet van Kirchhoff stelt dat de som van de potentialen in een gesloten lus gelijk is aan 0

$$\sum_k u_k = 0.$$

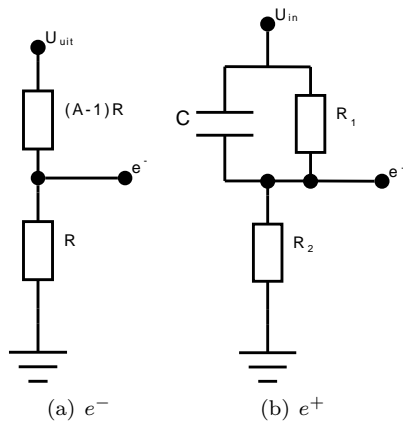
6.4 Uitleg formule 1e orde circuit

In het volgende figuur staat een circuit waarmee een 1^e orde overdrachtsfunctie in hardware kan worden gerealiseerd:



Figuur 11: implementatie 1e orde overdrachtsfunctie

Bovenstaand circuit kan worden gesplitst in twee deel circuits voor elk van de onbekende potentialen e^- en e^+ . De relatie van de potentialen e^- en e^+ met U_{in} en U_{uit} kan vervolgens met de spanningsdeler wet worden bepaald:



Figuur 12: e^- en e^+ circuit

Gebruikmakend van geleidingen en de spanningsdeler wet kan de volgende vergelijking worden opgesteld:

$$e^- = \frac{\frac{1}{\overline{G}}}{\frac{A-1}{G} + \frac{1}{G}} U_{uit} = \frac{U_{uit}}{A}$$

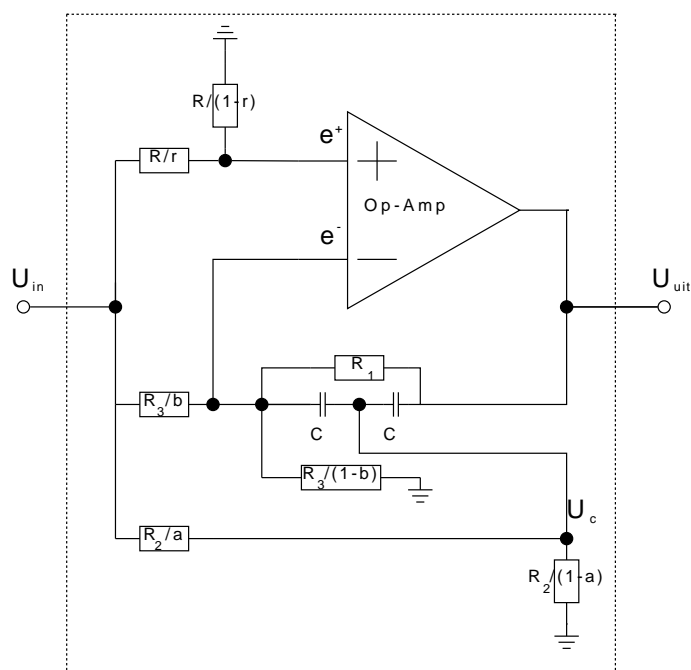
$$e^+ = \frac{\frac{1}{\overline{G}_2}}{\frac{1}{Cs + G_1} + \frac{1}{G_2}} U_{in}$$

Nu is gegeven dat bij de ideale OpAmp in evenwichtstoestand er geen stroom loopt door de ingangen. Daarom moeten de potentialen e^- en e^+ aan elkaar gelijk zijn $e^- = e^+$. Door de vergelijkingen van de potentialen e^- en e^+ in te vullen in $e^- = e^+$ en de verkregen vergelijking te herschrijven kan de overdrachtsfunctie van U_{in} naar U_{uit} worden gevonden:

$$e^- = e^+ \Leftrightarrow \frac{U_{uit}}{A} = \frac{\frac{1}{G_2}}{\frac{1}{Cs + G_1} + \frac{1}{G_2}} U_{in} \Leftrightarrow$$

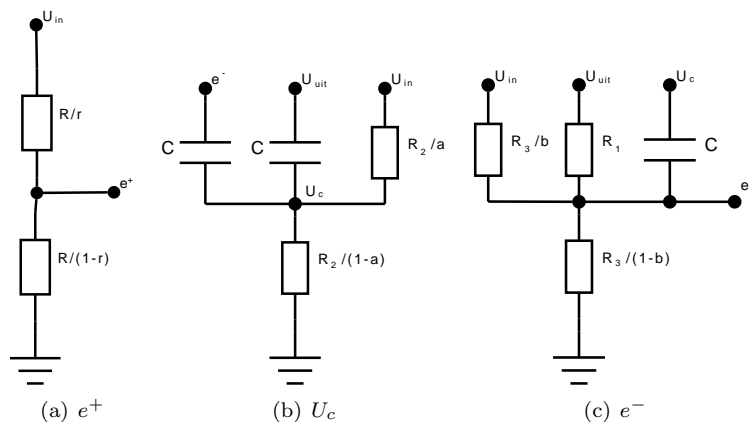
$$\frac{U_{uit}}{U_{in}} = A \frac{\frac{1}{G_2}}{\frac{1}{Cs + G_1} + \frac{1}{G_2}} = A \frac{\frac{1}{G_2}}{\frac{G_2 + Cs + G_1}{G_2(Cs + G_1)}} = A \frac{Cs + G_1}{Cs + G_1 + G_2} = A \frac{s + \frac{G_1}{C}}{s + \frac{G_1 + G_2}{C}}$$

6.5 Uitleg formule 2e orde circuit



Figuur 13: implementatie 2e orde overdrachtsfunctie

In dit circuit zitten knooppunten waarvan de potentialen niet direct via de spanningsdeler wet kunnen worden afgeleid. Daarom moet hier gebruik worden gemaakt van de stroomwet van Kirchhoff. Merk op dat in bovenstaand circuit een extra hulppotentiaal U_c is toegevoegd. Om de potentiaal vergelijkingen af te leiden is het wederom handig het circuit voor elk onbekend potentiaal in deelcircuits op te splitsen:



Figuur 14: 2e orde potentialen

Voor e^+ kan het potentiaal via de spanningsdelingswet 6.1.3 worden afgeleid:

$$e^+ = \frac{\frac{R}{1-r}}{\frac{R}{r} \cdot \frac{1-r}{1-r} + \frac{R}{1-r} \cdot \frac{r}{r}} U_{in} = \frac{R}{1-r} \cdot \frac{1-r}{R} r U_{in} = r U_{in}.$$

Voor de potentialen U_c en e^- is dit echter niet mogelijk. De potentialen U_c en e^- kunnen wel worden afgeleid via de stroomwetten van kirchhoff 6.3.1:

$$0 = (U_c - e^-)Cs + (U_c - U_{uit})Cs + a(U_c - U_{in})G_2 + (1-a)U_cG_2 = -e^-Cs + (2Cs + G_2)U_c - U_{uit}Cs - aG_2U_{in}$$

$$0 = (e^- - U_{in})bG_3 + (e^- - U_{uit})G_1 + (e^- - U_c)Cs + e^- (1-b)G_3 = (G_1 + G_3 + Cs)e^- - bG_3U_{in} - CsU_c - G_1U_{uit}$$

De laatste twee vergelijkingen bevatten allebei U_c waarmee deze door optellen en vermenigvuldigen uit de vergelijking kan worden geëlimineerd:

$$\begin{aligned} 0 &= \begin{array}{cccc} -Cse^- & +(2Cs + G_2)U_c & -CsU_{uit} & -aG_2U_{in} \end{array} \cdot (Cs) \\ 0 &= \begin{array}{cccc} (G_1 + G_3 + Cs)e^- & & -CsU_c & -G_1U_{uit} \end{array} \cdot (2Cs + G_2) + \\ 0 &= \frac{\left((Cs)^2 + Cs(2(G_1 + G_3) + G_2) + G_2(G_1 + G_3) \right) e^- + \left(-(Cs)^2 - 2CsG_1 - G_1G_2 \right) U_{uit} + (-aCsG_2 - 2bCsG_3 - bG_2G_3) U_{in}}{\quad} \end{aligned}$$

Vervolgens kunnen de berekende potentialen e^- en e^+ aan elkaar gelijk worden gesteld, wat vergelijking

$$0 = r \left((Cs)^2 + Cs(2(G_1 + G_3) + G_2) + G_2(G_1 + G_3) \right) U_{in} + \left(-(Cs)^2 - 2CsG_1 - G_1G_2 \right) U_{uit} + (-aCsG_2 - 2bCsG_3 - bG_2G_3) U_{in}$$

geeft.

Als U_{uit} naar links verplaatst wordt en de vergelijkingen naar $(Cs)^2$, Cs en 1 gerangschikt worden geeft dit:

$$\left((Cs)^2 + 2G_1Cs + G_1G_2 \right) U_{uit} = \left(r(Cs)^2 + (r(2(G_1 + G_3) + G_2) - aG_2 - 2bG_3)Cs + r(G_2(G_1 + G_3)) - bG_2G_3 \right) U_{in} \Leftrightarrow$$

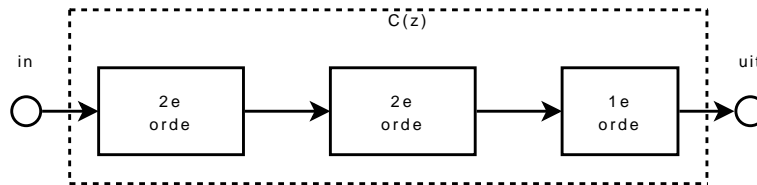
$$\left(s^2 + 2s\frac{G_1}{C} + \frac{G_1G_2}{C^2} \right) U_{uit} = \left(rs^2r + \frac{s(r(2(G_1 + G_3) + G_2) - aG_2 - 2bG_3)}{C} + \frac{r(G_2(G_1 + G_3)) - bG_2G_3}{C^2} \right) U_{in} \Leftrightarrow$$

$$\frac{U_{uit}}{U_{in}} = \frac{rs^2 + \frac{s(r(2(G_1 + G_3) + G_2) - aG_2 - 2bG_3)}{C} + \frac{r(G_2(G_1 + G_3)) - bG_2G_3}{C^2}}{s^2 + 2s\frac{G_1}{C} + \frac{G_1G_2}{C^2}}$$

waarmee de overdrachtsfunctie van de 2^e orde regelaar is afgeleid.

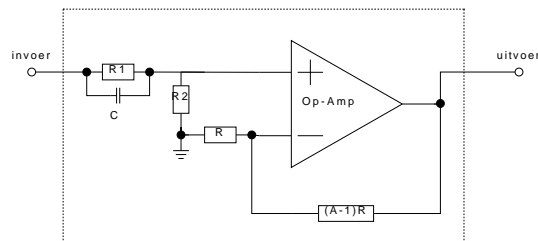
6.6 Hogere orde regelaar

Het volgende voorbeeld legt uit hoe door terugkoppeling een gewenste versterking bereikt kan worden. De in 5.4 beschreven oplossing van de regelaar bevat 5 polen en nulpunten. Er moet dus een 5^e orde regelaar worden geïmplementeerd. Met OpAmp circuits kunnen 1^e en 2^e orde regelaars worden gemaakt. Door één 1^e orde en twee 2^e orde regelaars achter elkaar te 'stapelen' kan de 5^e orde regelaar worden gerealiseerd [1].



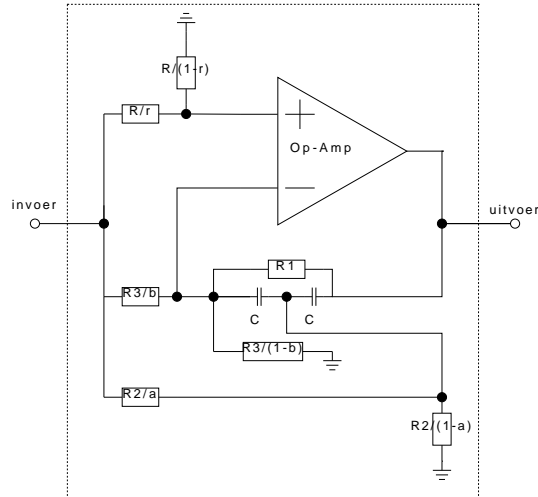
Figuur 15: implementatie van 5^e orde regelaar door 2^e en 1^e orde regelaars

Voor het gemak worden hier nog even de schema's en bijhorende overdrachtsfuncties van het 1^e respectievelijk 2^e orde circuit gegeven:



Figuur 16: implementatie 1^e orde overdrachtsfunctie

$$\frac{U_{uit}(z)}{U_{in}(z)} = A \frac{z + \frac{G_1}{C}}{z + \frac{G_1 + G_2}{C}}$$



Figuur 17: implementatie 2e orde overdrachtsfunctie

$$\frac{U_{uit}(z)}{U_{in}(z)} = \frac{rz^2 + \frac{z(r(2(G_1+G_3)+G_2)-aG_2-2bG_3)}{C} + \frac{rG_2(G_1+G_3)-bG_2G_3}{C^2}}{z^2 + 2z\frac{G_1}{C} + \frac{G_1G_2}{C^2}}$$

6.6.1 Uitgevoerde implementatie

In [1] zijn de paren van polen en nulpunten (van de ontworpen overdrachtsfunctie voor de regelaar $C(s)$) als volgt gekozen:

nulpunten	polen	nulpunten	polen
-3.4362	$-0.0059 - 0.0197j$	3.4362	0.0206
-0.0361	$-0.0059 + 0.0197j$	0.0361	0.0206
$-0.1327 - 0.1302j$	-0.1679	0.1859	0.1679
$-0.1327 + 0.1302j$	-0.0812	0.1859	0.0812
-0.1885	-0.2096	0.1885	0.2096

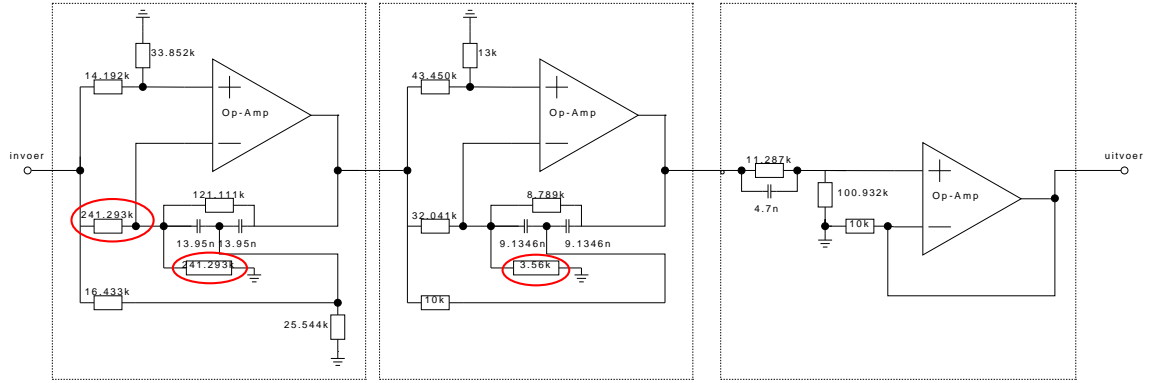
Tabel 2: Polen en nulpunten $\times 10^5$

Voor de implementatie zijn de nulpunten en polen in de regelaar zo gekozen dat deze in elke trap zo dicht mogelijk bij elkaar liggen. De motivatie hiervoor heeft te maken met de eigenschappen van een OpAmp. OpAmps hebben de eigenschap dat bij grotere versterkingsfactoren de bandbreedte kleiner wordt en de ruis groter wordt. De beste bandbreedte wordt bereikt bij een versterkingsfactor 1. Door de nulpunten en polen dicht bij elkaar te kiezen wordt dus een optimale bandbreedte en minimale ruis in de regelaar gerealiseerd. In [1] zijn

deze paren worden samengevoegd en uitgewerkt. Daar kwamen de volgende rationale functies uit:

$$\begin{aligned} & \frac{0.7046s^2 + 2.4466 \times 10^5 s + 8.7447 \times 10^8}{s^2 + 1.1838 \times 10^3 s + 4.2430 \times 10^6} \times \\ & \times \frac{0.2303s^2 + 6.1131 \times 10^3 s + 7.9584 \times 10^7}{s^2 + 2.4912 \times 10^4 s + 1.3636 \times 10^8} \times \\ & \times \frac{s + 1.8851 \times 10^4}{s + 2.0959 \times 10^4}. \end{aligned} \quad (22)$$

De componenten van de deelfilters zijn vervolgens zo gekozen dat deze voldoen aan de bovenstaande functies. In [1] wordt het volgende circuit als regelaar gepresenteerd:



Figuur 18: implementatie van 5e orde regelaar zoals in [1]

Bij het invullen van de componentwaarden in de formules voor respectievelijk de 2e en 1e orde regelaars kwamen daar de volgende rationale functies uit:

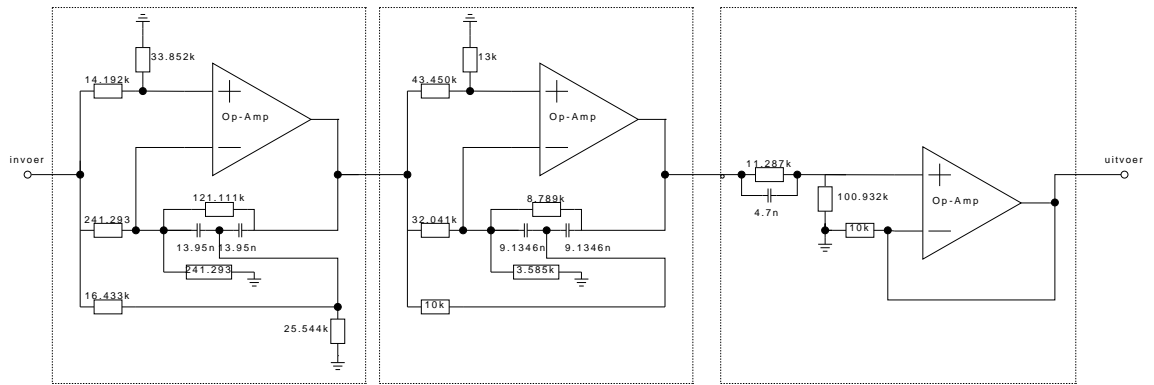
$$\begin{aligned} & \frac{0.7046s^2 + 1.7660 \times 10^3 s + 3.8611 \times 10^6}{s^2 + 1.1838 \times 10^3 s + 4.2430 \times 10^6} \times \\ & \times \frac{0.2303s^2 + 6.2144 \times 10^3 s + 8.0139 \times 10^7}{s^2 + 2.4912 \times 10^4 s + 1.3636 \times 10^8} \times \\ & \times \frac{s + 1.8851 \times 10^4}{s + 2.0959 \times 10^4}. \end{aligned} \quad (23)$$

Daarbij horen de volgende nulpunten en polen:

nulpunten (18)	nulpunten (19)	nulpunten (18)	nulpunten (19)
-3.4362	-0.0125 - 0.0198j	3.4362	0.0234
-0.0361	-0.0125 + 0.0198j	0.0361	0.0234
-0.1327 - 0.1302j	-0.1349 - 0.1288j	0.1859	0.1866
-0.1327 + 0.1302j	-0.1349 + 0.1288j	0.1859	0.1866
-0.1885	-0.1885	0.1885	0.1885

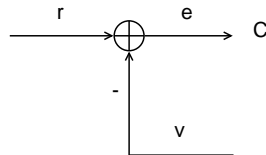
Tabel 3: Polen en nulpunten vergelijking $\times 10^5$

Na controle bleek dat de weerstanden $\frac{R_3}{1-b}$ en $\frac{R_3}{b}$ van de 'eerste trap' en 'tweede trap' er voor zorgen dat de overdrachtsfunctie berekend volgens de formule niet helemaal overeenkomt met de overdrachtsfunctie samengesteld uit de nulpunten en polen zoals gevonden in [1]. De afwijking van de eerste trap was eenvoudig te verklaren door het per ongeluk toevoegen van het achtervoegsel 'k (x1000)' bij weerstanden $\frac{R_3}{b}$ en $\frac{R_3}{1-b}$. De afwijking van de tweede trap is moeilijker te verklaren. Daarom heb ik besloten de juiste waarde te bepalen door middel van de solver in Excel. Uiteindelijk ziet de 5^e orde regelaar met componentwaarden er als volgt uit.



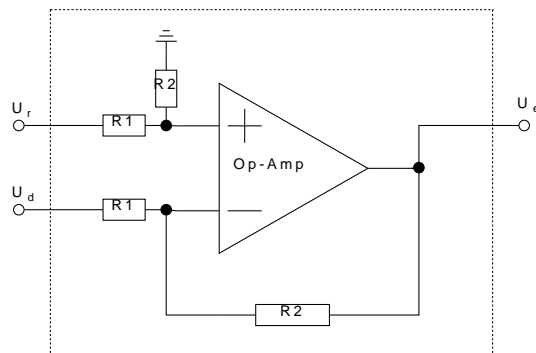
Figuur 19: implementatie van 5e orde regelaar

Wat opvalt is dat bovenstaande regelaar de fout e als invoer gebruikt terwijl het totale regelsysteem de beschikbare signalen, die van de microfoon y en invoer r moet kunnen verwerken. Voor het fout signaal is daarom nog een extra (niet in [1] beschreven) circuit nodig dat het volgende punt in het in 5.2 beschreven framework implementeert:



Figuur 20: fout signaal

Het bijhorende circuit ziet er als volgt uit:

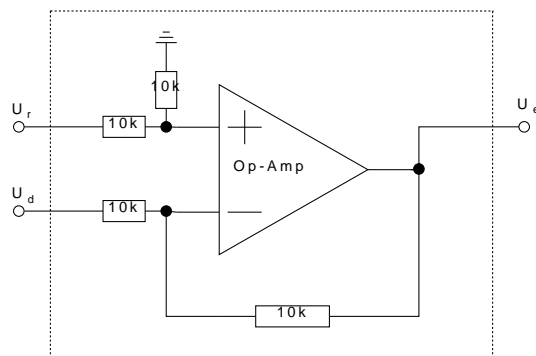


Figuur 21: fout circuit

Bij dit circuit hoort de volgende overdrachtsfunctie:

$$U_e = \frac{R_2}{R_1}(U_r - U_v).$$

Gebruikmakend van standaard waarden $10k$ levert dat het volgende circuit op:



Figuur 22: fout circuit implementatie

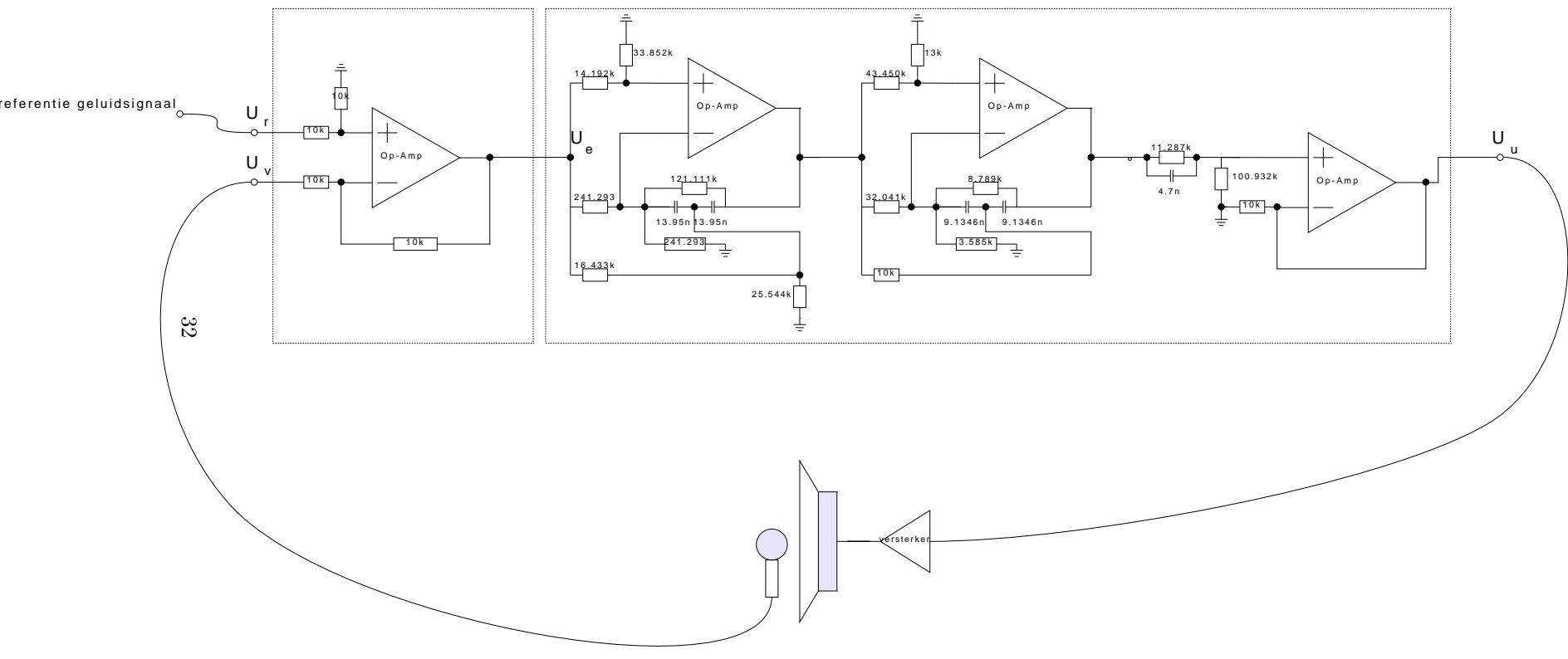
De overdrachtsfunctie van dit circuit kan worden geschreven als:

$$U_e = U_r - U_v.$$

6.6.2 Totaaloverzicht

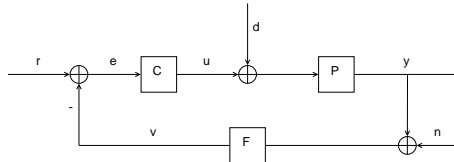
Nadat alle implementaties in voorgaande paragrafen zijn uitgevoerd levert dit het volgende totaalschema op (op de volgende pagina) wat er als volgt uitziet: Daarin is:

- U_r spanning van het referentiesignaal.
- U_v spanning afkomstig van de microfoon.
- U_e spanning van het foutsignaal e .
- U_u spanning welke van regelaar naar versterker en luidspreker gaat.



7 Overzicht

In dit werkstuk wordt het ontwerpproces beschreven voor een hoofdtelefoon welke in staat is storende omgevingsgeluiden te dempen. Het ontwerpproces start bij het toepassen van H_∞ theorie. H_∞ theorie maakt gebruik van de frequentie domein eigenschappen van een signaal (hier geluidssignaal). De basis wordt gevormd door een raamwerk welke als volgt opgebouwd is:



Figuur 24: standaard raamwerk

C de overdrachtsfunctie van de regelaar,

P de overdrachtsfunctie van de plant,

F de overdrachtsfunctie van het sensor naar gecorrigeerd sensorsignaal v ,

r referentie input, het geluid,

e gemeten afwijking van de regelaar,

u de input van de plant, aansturing van de luidspreker,

d verstoring die via de plant binnenkomt,

y het resulterende geluid (combinatie van uitvoer van regelaar en omgevingsgeluiden),

v uiteindelijk gemeten signaal afkomstig van de microfoon,

n afwijking van de sensor, microfoon.

Nadat de te ontwerpen hoofdtelefoon is ingepast in dit raamwerk, moeten de overdrachtsfuncties C en P worden gevonden. F wordt meegenomen in de plant P . De plant is de dynamica van de omgeving zonder regelaar. Om het rekenen eenvoudiger te maken is het handig een aantal overdrachtsfuncties te definiëren:

$$\begin{aligned} L &:= PC, \\ S &:= \frac{1}{1+L}, \\ T &:= \frac{L}{1+L}. \end{aligned}$$

L is de lusoverdrachtsfunctie, S is de overdrachtfunctie van r naar e en T is de overdrachtsfunctie van r naar y . Verder moeten er specificaties worden opgesteld waaraan de regelaar (hoofdtelefoon) moet voldoen. Zo moeten storende invloeden moeten voldoende en betrouwbaar kunnen worden gedempt. Daarvoor wordt gebruik gemaakt van twee typen specificaties:

- De prestatie specificaties kunnen worden omvat door een overdrachtsfunctie $\epsilon(j\omega)$. Dit kan worden beschouwd als een profiel waarin voor de gegeven frequentie ω de gewenste hoeveelheid demping is vastgelegd. Als voorwaarde levert dit de vergelijking $\|S\|_\infty < \epsilon$ op. Dit kan worden omgeschreven in de voorwaarde $\|W_1 S\|_\infty < 1$ met $W_1 = \frac{1}{\epsilon}$ als wegingsfunctie.
- Robuustheid specificaties; De te ontwerpen regelaar moet afwijkende invoer kunnen verwerken. Daarom wordt de plant P geperturbeerd. Bij perturberen van de plant wordt een verzameling \mathcal{P} gedefinieerd met daarin de mogelijke alternatieve plants. Voor de hoofdtelefoon wordt het volgende perturbatiemodel gebruikt:

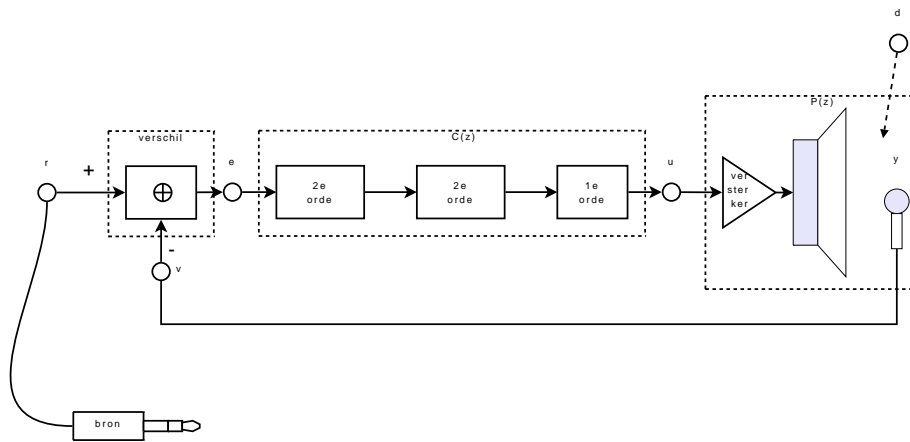
$$\mathcal{P} = \{(1 + \Delta W_3) P\}$$

de bijhorende voorwaarde voor robuuste stabiliteit is $\|W_3 T\|_\infty < 1$.

De voorwaarden $\|W_1 S\|_\infty < 1$ en $\|W_3 T\|_\infty < 1$ oefenen een wisselwerking op elkaar uit. Een goed compromis daarvoor is de voorwaarde

$$\|W_1 S + W_3 T\|_\infty < 1.$$

Het vinden van een goede regelaar die voldoet aan voorgaande voorwaarde is een moeilijke probleem. De plant P kan worden gevonden via ARX (autoregressie met externe variabelen). Zodra P gevonden is kan de regelaar C worden gevonden met behulp van loopshaping. Loopshaping is een grafische methode voor het vinden van de lusoverdrachtsfunctie L . In een grafiek zijn de voorwaarden voor robuuste prestatie zodanig verwerkt de gewenste vorm van L kan worden bepaald. Wanneer een geschikte regelaar is gevonden die aan alle voorwaarden en eisen voldoet kan met implementatie worden begonnen. Implementatie van een regelaar in hardware (analoge elektronica) kan worden gerealiseerd door deelcircuits die elk een 1^e of 2^e orde deel van de regelaar implementeren. Door deze deelcircuits achter elkaar te 'stapelen' wordt een regelaar verkregen met de gewenste orde. In 1^e orde circuits kunnen geen complexe nulpunten of polen worden geïmplementeerd, daarom worden deze polen of nulpunten als geconjugeerd paar geïmplementeerd in een 2^e orde deelcircuit. Het belangrijkste deel van zo'n deelcircuit is de OpAmp (operationele versterker). De OpAmp is een universele regelaar waarvan het gedrag door omringende componenten wordt vastgelegd. Voor implementatie is het van belang om de deelcircuits polen en nulpunten dicht bij elkaar te kiezen, omdat OpAmps dan een zo laag mogelijke versterking hoeven te realiseren. Met een zo laag mogelijke versterking wordt de bandbreedte groot gehouden en de ruis gering. Het uiteindelijke systeem ziet er als volgt uit.



Figuur 25: Schematische weergave implementatie koptelefoon. De definities van variabelen komen overeen met het in het beschreven raamwerk.

In figuur 25 staat naast de regelaar $C(s)$ en plant $P(s)$ een verschilversterker om e te bepalen uit de invoer r en gemeten uitvoer v in de plant.

8 Conclusie

In dit werkstuk wordt het ontwerpproces beschreven van een hoofdtelefoon welke omgevingsgeluid kan dempen en invoer van een geluidsbron kan weergeven. De regelaar is uitgewerkt door gebruik te maken van H_∞ systeemtheorie. In [1] is het proces van ontwerpen van zo'n regelaar beschreven. Dit werkstuk bevat nadere uitleg over hoe zo'n regelaar nu ontworpen en daarna geïmplementeerd moet worden. Dit begint met het identificeren van de regelomgeving via regressie (ARX) en het bepalen aan welke prestatienorm de regelaar moet voldoen. Daarna wordt loopshaping toegepast om zo indirect via de lusoverdrachtsfunctie $L = PC$ de regelaar C te vinden. C is dan een n -de orde (in termen van polynomen) regelaar welke kan worden geïmplementeerd door 1^e en 2^e orde regelaarschakels achter elkaar te schakelen. Door de dynamica van analoge componenten in de deelcircuits uit te werken is het verband tussen de componentwaarden in de circuits en overdrachtsfuncties aangetoond. Na controle van de implementatie in [1] bleek dat de componentwaarden van het voorgestelde circuit niet de voorgestelde overdrachtsfunctie van de in [1] gevonden regelaar C oplevert. Daarom zijn deze waarden in dit werkstuk aangepast naar correcte bijpassende waarden. Het circuit (uit [1]) maakt bovendien gebruik van fout e waarvoor, in dit werkstuk, ook nog een circuit is toegevoegd. Dit circuit bepaald fout e uit referentie invoer r en gemeten uitvoer v . Uiteindelijk is het totale circuit geplaatst in een overzicht waarin duidelijk wordt hoe dit circuit functioneert in zijn fysieke omgeving.

9 Verder onderzoek

Voor nader onderzoek zijn nog een aantal zaken die interessant zijn om verder uit te werken:

- Bij de lijst van begrippen is een methode beschreven voor het vinden van het ARX model. Dit kan worden gebruikt voor de identificatie van de plant P . Wat daar nog aan toegevoegd kan worden is hoe in de praktijk de onzekerheid van de gevonden plant kan worden bepaald.
- Chebyshev-polynomen in filters. In dit werkstuk worden standaard hoog- en laagdoorlaat filters beschreven. Door gebruik te maken van Chebyshev-polynomen kan de prestatie van deze filters verbeterd worden. Het kan interessant zijn om te bekijken in hoeverre en op welke wijze dit in deze context te realiseren is.
- Damping van geluid in ruimtes. Damping van geluid in ruimtes is moeilijk te bereiken, omdat de positie ten opzichte van de luidspreker van een dempend regelsysteem bepalend is voor de mate waarin damping mogelijk is. In de literatuurstudie zijn meerdere bronnen die daar op ingaan (zie [4] [3] [8]).

Toekomstig onderzoek moet uitwijzen welke verfijningen in de filtering van geluid, in bijvoorbeeld vliegtuigen, de moeite lonen en zinvolle resultaten opleveren.

Referenties

- [1] Mingsian Bai and Dunjay Lee. Implementation of an active headset using the h infinity robust control theory. *Journal of Acoustical Society of America*, pages 2184–2190, 1997.
- [2] John Doyle, Bruce Francis, and Allen Tannenbaum. *Feedback Control Theory*. Macmillan Publishing, 1990.
- [3] Rex K. Kincaid, Keith E. Laba, and Sharon L. Padula. Quelling cabin noise in turboprop aircraft via active control. *Journal of Combinatorial Optimization*, (1):229–250, 1997.
- [4] Jong-Yih Lin and Horng-Yih Sheu. Robust internal model-based lqg design for active noise control of a one-dimensional acoustic duct system. *Optimal control applications & methods*, (20):267–282, 1999.
- [5] Lennart Ljung. *System identification Theory for the user second edition*. Prentice Hall, 1999.
- [6] Yuhsuke Ohta and Akira Sano. New direct adaptive approach to multi-channel active noise control. *Electronics and Communications in Japan*, 88(3):13–24, 2005.
- [7] Bouzid Seba, Nikola Nedeljkovic, Jörg Paschedag, and Boris Lohmann. H-infinity feedback control and fx-lms feedforward control for car engine vibration attenuation. *Applied Acoustics*, (66):277–296, 2004.
- [8] Wen-Kung Tseng, B. Rafaely, and S.J. Elliott. Combined feedback-feedforward active control of sound in a room. *Journal of Acoustical Society of America*, pages 3417–3425, 1998.